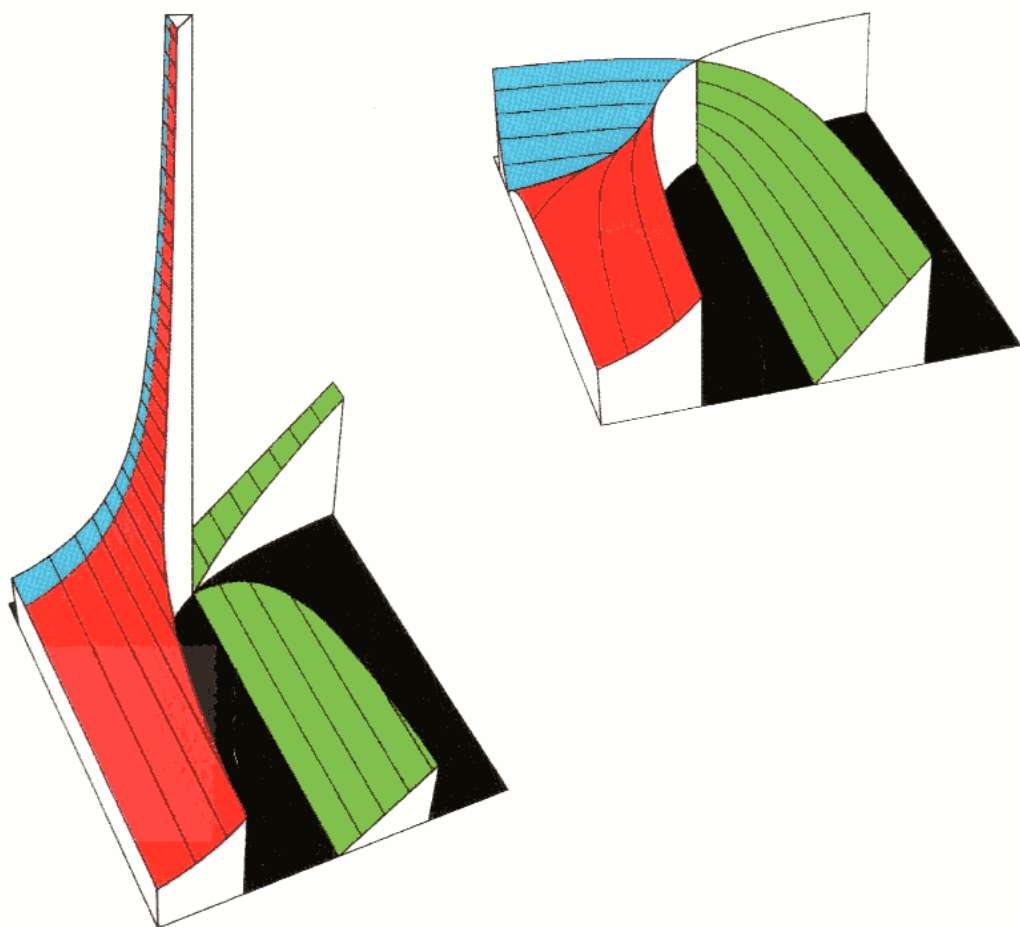


THERMODYNAMIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

2 Problèmes résolus et exercices

NOUVELLE ÉDITION ENTIÈREMENT REVUE ET AUGMENTÉE

LUCIEN BOREL • DANIEL FAVRAT
DINH LAN NGUYEN • MAGDI BATATO



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

**Errata du livre *Thermodynamique et Energétique*
de L. Borel et D. Favrat, Vol 1 (édition 2005)**

- p. 19: sous l'équation (1.28) : remplacer "paragraphe 1.3.12" par "paragraphe 1.3.13"
- p. 25 : équation (1.53) , 4^e terme : sommation sur n au lieu de j
- p. 50 : remplacer l'équation ${}_4^1Q^- = Mc_v(T_\alpha - T_\beta)$ par ${}_4^1A^- = Mc_v(T_\alpha - T_\beta)$
- p. 91 : première ligne du tableau : remplacer $\frac{\alpha_v v P + T}{\alpha_v P T}$ par $\frac{\alpha_v v P + c_v T}{\alpha_v P T}$
- p. 93 : supprimer la phrase : « Il en résulte que le tableau 2.6 a pu être présenté sous la forme d'une matrice antisymétrique, ce qui réduit de moitié le nombre d'expressions à connaître. »
- p. 166, point au-dessus de l'équation (4.127): remplacer $h_1 = h_1 - C_1^2/2$ par $h_1 = h_{c1} - C_1^2/2$

- p. 209, tableau 4.9 remplacer : $\eta_{T\sigma} = \frac{v_I - P_I \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[\pi^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} - 1 \right]}{v_I - P_I \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_\sigma-1} \left[\pi^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} - 1 \right]} - \frac{q^+}{\bar{p}_\sigma}$

par $\eta_{T\sigma} = \frac{-v_I P_I \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[\pi^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} - 1 \right]}{-v_I P_I \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_\sigma-1} \left[\pi^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} - 1 \right]} - \frac{q^+}{\bar{p}_\sigma}$

- p. 209 (4.242) : remplacer $= \frac{\ln \psi}{\ln \Pi}$ par $= \frac{\ln \tau}{\ln \pi}$
- p. 304 (6.40) deuxième rapport : remplacer $= \frac{\hat{\rho}_i(P_i, T)}{\hat{\rho}_i(P, T)} =$ par $= \frac{\hat{\rho}_i(P_i, T)}{\hat{\rho}(P, T)} =$
- p. 323, (7.23), 3^e membre : remplacer $\cong q_{fus} + c_s \hat{T}$ par $\cong -q_{fus} + c_s \hat{T}$
- p. 437, (10.93): remplacer $\dot{E}_y^+ = \sum_j \left[k_{czj} d\dot{M}_j^+ \right] - \frac{dJ_{cz}}{dt}$ par $\dot{E}_y^+ = \sum_j \left[k_{czj} \dot{M}_j^+ \right] - \frac{dJ_{cz}}{dt}$
- p. 539, Fig 11.8 : remplacer $\lambda = 1$ par $\lambda = 3$ ainsi que $\lambda = 3$ par $\lambda = 1$
- p. 556, tableau 11.9 : les unités des deux dernières colonnes sont des % (et non des kJ/kmol)
- P628, (13.20) : remplacer $e^+ = e_c^+ - e_{\bar{a}} = q^- = r - (-\oint P dv) = r - (-\oint T ds)$
par $e^+ = e_c^+ - e_{\bar{a}} = q^- = r - \oint P dv = r - \oint T ds$
- p. 653, (13.86): remplacer $\eta = \frac{e^- + e_{qf}^+}{e_{qf}^+}$ par $\eta = \frac{e^- + e_{qf}^-}{e_{qf}^+}$

THERMODYNAMIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

2 Problèmes résolus et exercices

NOUVELLE ÉDITION ENTIÈREMENT REVUE ET AUGMENTÉE

LUCIEN BOREL • DANIEL FAVRAT
DINH LAN NGUYEN • MAGDI BATAT

PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

Les auteurs et l'éditeur remercient l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne pour le soutien apporté à la publication de cet ouvrage.

Dans la même collection, dirigée par le professeur Roland Longchamp

Thermodynamique et énergétique, vol. 1

De l'énergie à l'exergie

Borel Lucien, Favrat Daniel

Vibrations aléatoires et analyse spectrale

André Preumont

Commande numérique de systèmes dynamiques

Roland Longchamp

Conception et calcul des machines-outils (3 vol.)

François Pruvot

Conception des machines (3 vol.)

Principes et applications

Georges Spinnler

Mécanique vibratoire

Systèmes discrets linéaires

Michel Del Pedro et Pierre Pahud

Méthodes numériques en mécanique des solides

Alain Curnier

Dynamique des structures

Analyse modale numérique

Thomas Gmür

Méthode des éléments finis

en mécanique des structures

Thomas Gmür

Introduction à la mécanique des solides et des structures

Michel Del Pedro, Thomas Gmür, John Botsis

Transferts thermiques

Ana-Maria Bianchi, Yves Fautrelle, Jacqueline Etay

Mécanique des solides déformables, vol. 1

Cinématique, dynamique, énergétique

Alain Curnier

Les Presses polytechniques et universitaires romandes sont une fondation scientifique dont le but est principalement la diffusion des travaux de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne ainsi que d'autres universités et écoles d'ingénieurs francophones. Le catalogue de leurs publications peut être obtenu par courrier aux Presses polytechniques et universitaires romandes, EPFL – Centre Midi, CH-1015 Lausanne, par E-Mail à ppur@epfl.ch, par téléphone au (0)21 693 41 40, ou par fax au (0)21 693 40 27.

www.ppur.org

ISBN 978-2-88074-706-0

Nouvelle édition, entièrement revue et augmentée

© Presses polytechniques et universitaires romandes, 2008

© Presses polytechniques et universitaires romandes, 1987 pour la 1^{re} édition, 1993 pour la 2^e édition
CH – 1015 Lausanne.

Tous droits réservés.

Reproduction, même partielle,
sous quelque forme ou sur quelque support que ce soit,
interdite sans l'accord écrit de l'éditeur.

Imprimé en Italie

Avant-propos

« Systématiser, nous y sommes obligés, mais même quand nous édifions et soutenons un système, nous ne devrions jamais perdre de vue cette vérité que tous les systèmes, par nature, sont transitoires et incomplets. »

Sri Aurobindo

Le présent volume II est le complément du volume I publié sous le même titre général *Thermodynamique et énergétique*. Il a pour but d'illustrer les concepts de base de la thermodynamique phénoménologique et de passer de la théorie à la pratique en traitant des problèmes de plus en plus concrets. Dans ce travail, notre ambition a été de présenter une méthodologie claire, précise et efficace, destinée à résoudre les problèmes qui se posent dans les applications pratiques de la thermodynamique et de l'énergétique, en particulier dans le vaste domaine de l'industrie. A ce titre, nous pensons que ce volume constitue un instrument de travail précieux pour l'enseignant, l'étudiant et l'ingénieur.

Il s'agit d'un recueil de près de 200 *problèmes résolus* et *exercices avec réponses*, chacun pouvant être considéré pour lui-même. Cette exigence se paie évidemment par quelques redites dans les hypothèses et les données si l'on considère l'ensemble du recueil, mais présente le grand avantage de permettre au lecteur d'aborder un problème quelconque indépendamment de tous les autres.

Les *problèmes résolus* comportent systématiquement les sections suivantes : Description – Hypothèses – Données – Questions – Solution. Ils sont illustrés par de nombreuses figures, ainsi que par des diagrammes et des tableaux numériques. Les différentes hypothèses et les diverses données sont toujours présentées dans le même ordre. Les solutions sont exposées de façon détaillée et rigoureuse. Les méthodes mises en œuvre s'appuient sur les concepts exposés dans le volume I. Les développements effectués sont basés sur la même terminologie et les calculs sur la même symbolique que celles employées dans le volume I. Tous les chapitres, sections, paragraphes, équations utilisés sont soigneusement introduits à l'aide des numéros de référence qu'ils portent dans le volume I. Les figures qui font référence au volume I sont suivies de (vol. I). Le but poursuivi avec les problèmes résolus est de montrer en détail la façon la plus logique d'aborder les questions, la plus efficace de développer les solutions, la plus précise d'effectuer les calculs et la plus claire de présenter les résultats. Les *exercices avec réponses* comportent systématiquement les mêmes sections que les problèmes résolus. Mais les solutions ne sont pas présentées. Seules les réponses numériques aux questions posées sont indiquées. Le but poursuivi avec les exercices est d'inciter les étudiants à résoudre ces exercices eux-mêmes, les

réponses étant toutefois fournies afin de les conforter en fin de calcul. Cette présentation permet aux enseignants de prendre à leur compte un certain nombre de problèmes, tout en s'assurant que les étudiants effectuent un travail personnel, même si ces derniers ont à disposition le présent volume.

Notre espoir est que le lecteur soit sensible non seulement à l'effort de cohérence qui a guidé l'ensemble de notre démarche, mais encore à la recherche d'esthétique qui a été notre souci constant à travers la complexité de la matière traitée et le dépouillement intentionnel de la présentation.

Remerciements

Cette nouvelle édition entièrement revue et augmentée est le fruit du travail de deux équipes successives. Nous tenons à remercier très chaleureusement :

- Les principaux contributeurs aux premières éditions : André Tastavi, Georges Yanni et Pierre Matthey, pour la partie scientifique ainsi que Jean-François Casteu pour les dessins et Brigitte Gabioud pour la mise en forme.
- Les principaux contributeurs à la présente édition : Stefan Heyne aussi bien pour la partie scientifique que les contrôles numériques et la mise en œuvre des équations, ainsi que Suzanne Zahnd et Nicolas Borboën pour la mise en forme.
- Mme Marie-Hélène Gellis pour la composition et la mise en forme finale et Monsieur Christophe Borlat pour la coordination.

Conventions

Le présent ouvrage est partagé en quinze chapitres (chap.) repérés par un nombre arabe (chap. 7) correspondant à celui du volume I. Chaque chapitre comporte des *problèmes résolus* suivis par des *exercices avec réponses*, repérés par le nombre arabe du chapitre et une lettre latine majuscule, séparés par un point (7.A, 7.B, 7.C, ...) .

Les figures sont numérotées continûment par chapitre et repérées par deux nombres arabes, le premier étant le numéro de chapitre. Toutes les références liées à des figures du volume I sont complétées par (vol. I).

Le signe \wedge des grandeurs relatives \hat{u} , \hat{h} et \hat{s} est omis par souci de simplification dans les tableaux numériques et les diagrammes thermodynamiques.

Les résultats numériques présentés sont arrondis, bien que les calculs aient été effectués avec une précision aussi grande que cela est nécessaire. Il peut donc arriver qu'une valeur numérique ne puisse pas être restituée exactement à partir des valeurs arrondies qui la précèdent. Elle le sera évidemment à partir des valeurs de calcul plus précises.

Les titres des sections des problèmes et exercices, de même les titres des paragraphes correspondant, dans les solutions, aux questions, sont en gras.

**Hommage à un grand thermodynamicien,
le Professeur Lucien Borel,
décédé à Lausanne le 26 septembre 2007**

Le Professeur Lucien Borel a marqué l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne et son département de génie mécanique qu'il a rejoint en 1954 et dont il a été pendant de nombreuses années une figure de proue.

Soucieux de rigueur et d'éthique, Lucien Borel était aussi un grand humaniste à l'esprit très ouvert et soucieux d'esthétique. Excellent orateur, il préparait ses interventions, comme ses cours, avec une grande minutie. « *Thermodynamique, énergétique et mutation dans l'évolution du vivant* », tel était le titre ambitieux de sa leçon d'honneur prononcée en 1988. Tout exposé se devant d'avoir au moins un fil conducteur, lui en avait introduit quatre, où fil conducteur était aussi pris au sens électrique du terme :

Les deux premiers, les fils de fer et d'argent étaient les principes de la thermodynamique

Le fil d'or était l'évolution qui est plus subtile à saisir

Et le quatrième était le diamant et le diamant c'est l'homme. Il est le plus mystérieux.

On retrouvait là toute la personnalité à la fois simple, multiple et complexe de Lucien Borel, intellectuel passionné.

Très tôt Lucien Borel s'est profondément investi en thermodynamique et énergétique avec un grand souci de cohérence et de logique jusque dans les notations dont il avait fait l'un de ses chevaux de bataille. Dans le monde francophone il fut l'un des plus fervents promoteurs de la théorie de l'exergie en proposant une structuration originale des bilans et des rendements y compris pour les systèmes en régime non permanent. On lui doit aussi les concepts prometteurs d'équations fondamentales ainsi que d'énergie- et d'exergie-transformation, pour ne citer que quelques-unes des propositions originales qu'il a introduites avec succès. Au-delà de ses nombreuses contributions scientifiques, des multiples volées d'étudiants qu'il a souvent marqué de son empreinte, son œuvre, ce furent en particulier ses deux livres dont un a été couronné des prestigieux prix français que sont le Prix Sadi Carnot et le prix Roberval.

Ce fut un privilège tout particulier pour l'auteur de ces lignes que de contribuer en étroite collaboration avec Lucien Borel à la refonte et à l'extension de ces ouvrages dont ce volume II qui devrait satisfaire aux besoins des plus exigeants de nos lecteurs.

Professeur Daniel Favrat,
le 2 octobre 2007

CHAPITRE 3	Bilans des grandeurs extensives	47
3.A	Collecteur-distributeur d'eau	47
3.B	Pesée d'un récipient avec écoulements	48
3.C	Mélange de deux jets liquides	50
3.D	Vidange d'un réservoir	52
3.E	Propulsion d'un bateau	54
3.F	Lancement d'une fusée	56
3.G	Embranchement	58
3.H	Force de réaction sur une conduite coudée	59
3.I	Poussée d'un turboréacteur	60
CHAPITRE 4	Systèmes ouverts, en régime permanent	63
4.A	Cheminée d'une centrale thermique	63
4.B	Installation de chauffage central d'un bâtiment	66
4.C	Gonflage d'un pneu	69
4.D	Installation de suralimentation d'un moteur diesel	72
4.E	Compresseur radial	75
4.F	Diffuseur d'entrée d'un turboréacteur	79
4.G	Tube de Pitot	81
4.H	Ecoulement dans un canal de section constante	83
4.I	Ecoulement dans une tuyère simple	85
4.J	Ecoulement dans une tuyère de Laval	87
4.K	Turbine Curtis	90
4.L	Compression mono- ou multi-étagée	95
4.M	Détente dans une turbine	98
4.N	Installation de compression	101
4.O	Tube de Prandtl	102
4.P	Dimensionnement d'une tuyère de Laval	103
4.Q	Mesure de débit à l'aide d'un diaphragme	104
CHAPITRE 5	Propriétés thermodynamiques de la matière	107
5.A	Fonction d'état d'un gaz parfait	107
5.B	Expérience de Gay-Lussac – Joule	109
5.C	Détente de Joule-Thomson	111
5.D	Détente irréversible d'un gaz parfait	114
5.E	Détentes réversibles d'un gaz parfait	117
5.F	Energie-travail relative à une détente isotherme	121
5.G	Chauffage isochore de l'eau	124
5.H	Equations d'état	126
5.I	Fusion par compression	129
5.J	Mesures calorimétriques	131
5.K	Ejecteur	134
5.L	Détente de Joule-Thomson de l'eau (en phase liquide)	141
5.M	Théorie cinétique des gaz	143

Table des matières

Avant-propos	v
Hommage à un grand thermodynamicien, le Professeur Lucien Borel, décédé à Lausanne le 26 septembre 2007	vii
CHAPITRE 1 Généralités et principes fondamentaux	1
1.A Refroidissement d'une pièce de cuivre	1
1.B Choc d'un récipient contre un mur	3
1.C Transfert-travail relatif à un système fermé	6
1.D Puissance-travail d'une turbine à vapeur	7
1.E Frein à eau	8
1.F Irréversibilité dans un compresseur réfrigéré	9
1.G Irréversibilité dans un transmetteur d'énergie-chaleur	11
1.H Refroidissement isobare	13
1.I Oxydation du glucose	14
1.J Transfert-travail et transfert-chaleur relatifs à un système fermé	15
1.K Batterie d'automobile	16
1.L Freinage d'une voiture	17
1.M Irréversibilité lors d'un chauffage	18
CHAPITRE 2 Systèmes fermés	19
2.A Compression polytrophe	19
2.B Facteurs thermiques	21
2.C Facteur polytrophe	22
2.D Chaleur spécifique isochore	24
2.E Variation d'entropie d'un gaz	25
2.F Variations d'enthalpie et d'entropie d'un liquide	26
2.G Choc d'une sphère en chute libre	28
2.H Relations fondamentales entre fonctions d'état	30
2.I Compression de l'oxygène suivant différents chemins	32
2.J Compression de l'air dans différentes conditions	36
2.K Remplissage d'une bouteille	41
2.L Détente sans dissipation	42
2.M Expérience de Torricelli	43
2.N Relations de Maxwell	44
2.O Compression isotherme	45

5.N	Atmosphère terrestre	143
5.O	Equilibre d'un ballon-sonde.....	144
5.P	Chauffage et vaporisation partielle isobares de l'eau.	146
5.Q	Chauffage isochore et refroidissement isobare d'un gaz parfait.....	147
5.R	Chaleur de vaporisation	148
CHAPITRE 6	Mélanges de gaz parfaits ou semi-parfaits	149
6.A	Caractéristiques d'un gaz de ville.....	149
6.B	Compression d'un mélange d'azote et d'argon.....	150
6.C	Chauffage et compression de gaz de combustion	152
6.D	Mélange de gaz s'écoulant dans un transmetteur d'énergie thermique.....	155
6.E	Mélange d'azote et de dioxyde de carbone, dans une enceinte fermée.....	156
6.F	Fabrication d'air synthétique	159
6.G	Détentes et mélanges de gaz	162
6.H	Changement des concentrations d'un mélange d'azote et de dioxyde de carbone.....	166
6.I	Mélange d'air et de méthane, en régime permanent .	168
6.J	Caractéristiques d'un mélange d'oxygène et d'azote .	170
6.K	Caractéristiques d'un gaz de haut-fourneau	171
6.L	Compression d'un mélange d'éthane et d'air	172
6.M	Changement de la composition et compression d'un mélange d'éthane et de propane.....	173
6.N	Introduction d'azote dans un réservoir d'hydrogène .	174
6.O	Conditionnement de fumées destinées au séchage ...	176
CHAPITRE 7	Mélanges d'un gaz et d'une substance condensable	177
7.A	Mélange de deux mélanges	177
7.B	Tour de refroidissement humide	179
7.C	Humidification de l'air d'un local.....	182
7.D	Condensation sur une paroi.....	185
7.E	Compresseur paraïsotherme	187
7.F	Séchage d'un produit	191
7.G	Climatisation d'une piscine couverte.....	195
7.H	Climatisation d'un bureau en été.....	202
7.I	Etat de l'air dans une pièce.....	208
7.J	Caractéristiques de l'air atmosphérique	209
7.K	Refroidissement de l'air par humidification.....	210
7.L	Chambre froide.....	212
7.M	Climatisation d'un bureau en hiver	213
CHAPITRE 8	Transformations et diagrammes thermodynamiques	215
8.A	Détente adiabate d'un gaz semi-parfait	215
8.B	Vidange d'une bouteille d'air comprimé.....	217

8.C	Alimentation d'une turbine de lancement	219
8.D	Détente de la vapeur d'eau dans une turbine.....	221
8.E	Changement de phase de l'eau.....	224
8.F	Déplacement d'un piston par dilatation d'un gaz....	227
8.G	Transformations relatives à la détente de l'hélium...	230
8.H	Cycle théorique d'un moteur à air chaud	234
8.I	Cycle théorique d'un moteur Diesel.....	238
8.J	Transformations thermodynamiques typiques	242
8.K	Condensation d'un fluide frigorigène.....	245
8.L	Changements de phase du dioxyde de carbone.....	246
8.M	Production d'air comprimé.....	248
8.N	Transformation au cours d'un cycle.....	249
CHAPITRE 9	Exemples simples d'application des Premier et Deuxième Principes	251
9.A	Transformation d'énergie mécanique en énergie interne (expérience de Joule)	251
9.B	Détente sans transfert-travail (expérience de Gay-Lussac – Joule)	251
9.C	Détente avec transfert-travail.....	252
9.D	Transformations d'énergie	253
9.E	Evolution d'un système hétérogène	253
9.F	Transfert-chaleur entre deux corps.....	254
CHAPITRE 10	Energétique thermodynamique	255
10.A	Resurchauffeur d'une centrale nucléaire.....	255
10.B	Chambre froide d'une installation frigorifique.....	257
10.C	Condenseur d'une installation motrice à vapeur....	260
10.D	Réchauffeurs à mélange et à surface	264
10.E	Turbine haute pression de la centrale de Leibstadt ..	267
10.F	Compresseur paraïsotherme d'une installation frigorifique.....	268
10.G	Compresseur refroidi	272
10.H	Installation de production d'air liquide	275
10.I	Prix de l'énergie relatif à une installation	282
10.J	Ejecteur.....	285
10.K	Détente sans transfert-travail (expérience de Gay-Lussac – Joule)	287
10.L	Ecoulement dans un diaphragme	288
10.M	Transfert-chaleur entre deux corps.....	288
10.N	Mélange isochore de deux gaz	289
10.O	Mélange de plusieurs gaz, en régime permanent....	290
10.P	Chauffage isochore	291
10.Q	Chauffage isobare	292
10.R	Chauffage en régime permanent	292
10.S	Accumulateur d'énergie thermique.....	294

CHAPITRE 11	Combustion	297
11.A	Combustion d'une huile légère	297
11.B	Combustion incomplète d'une huile lourde	299
11.C	Combustion de gaz naturel	304
11.D	Point de rosée d'un gaz de combustion	310
11.E	Chambre de combustion d'une centrale thermique	312
11.F	Chaudière à vapeur industrielle	317
11.G	Refroidissement et diffusion d'un panache de gaz de combustion dans l'atmosphère	324
11.H	Moteur à essence	328
11.I	Combustion incomplète	330
11.J	Turboréacteur d'aviation	334
11.K	Combustible liquide pour une chaudière	338
11.L	Bombe calorimétrique	340
11.M	Influence des conditions de référence sur le pouvoir énergétique	341
11.N	Caractéristiques d'un combustible liquide	342
11.O	Combustion de l'hexane	343
11.P	Chambre de combustion d'une installation à gaz	344
11.Q	Déperdition d'une chambre de combustion	346
CHAPITRE 12	Exemples d'application des chapitres 10 et 11	349
12.A	Chambre de combustion	349
12.B	Chaudière à vapeur	351
12.C	Moteur à combustion interne	354
CHAPITRE 13	Cycles thermodynamiques	357
13.A	Cycle de Beau-de-Rochas ou de Otto	357
13.B	Cycle de Stirling	361
13.C	Pseudo-cycle de Ericsson	364
13.D	Cycle d'un moteur à air chaud	366
13.E	Cycle de Diesel simple	368
13.F	Cycle de Brayton	372
13.G	Le cycle de Rankine	377
13.H	Cycle de turboréacteur	379
13.I	Cycle de Brayton inversé	385
13.J	Cycle de Carnot	389
13.K	Cycle de Diesel amélioré	389
13.L	Cycle de statoréacteur	392
13.M	Cycles de thermopompe superposés	394
13.N	Pseudo-cycle de Stirling inversé	395
13.O	Pseudo-cycle de Ericsson inversé	397
13.P	Etude comparative de cycles moteurs théoriques	398
13.Q	Etude comparative de thermopompes théoriques	400
13.R	Etude comparative de cycles de frigopompes théoriques	403
13.S	Etude de cycles théoriques de cogénération	405

CHAPITRE 14	Exemples d'application des chapitres 10 à 13	407
14.A	Refroidissement atmosphérique d'un condenseur	407
14.B	Installation motrice de turbine à gaz en circuit ouvert, industrielle	411
14.C	Installation motrice à cycle combiné gaz-vapeur	422
14.D	Installation motrice de turbine à gaz, en circuit fermé, à deux lignes d'arbres	425
14.E	Installation de thermopompe à compression	430
14.F	Installation de frigopompe à compression	436
14.G	Installation de production d'hélium liquide	442
14.H	Installation de frigopompe à turbocompression	448
14.I	Installation à vapeur, simple	453
14.J	Installation à vapeur, à resurchauffe	454
14.K	Installation à vapeur, à soutirage	454
14.L	Installation à vapeur, en régime quasi permanent . .	455
14.M	Installation à vapeur de cogénération	456
14.N	Installation à gaz, en circuit ouvert	457
14.O	Installation de thermopompe avec compresseur semi-hermétique	460
14.P	Installation de frigopompe avec sous-refroidisseur . .	462
CHAPITRE 15	Thermodynamique linéaire des phénomènes irréversibles	467
15.A	Source d'entropie dans un barreau	467
15.B	Thermocouple	469
15.C	Générateur thermoélectrique	471
15.D	Module Thermoélectrique	477
15.E	Thermopompe thermoélectrique	483

Généralités et principes fondamentaux

1.A Refroidissement d'une pièce de cuivre

Description

Une pièce de cuivre α est chauffée à la température $T_{\alpha 1}$, puis plongée dans un récipient contenant de l'eau β à la température $T_{\beta 1}$ (fig. 1.1).

La température T_{α} de la pièce de cuivre évolue de $T_{\alpha 1}$ à T_2 , la température T_{β} de l'eau évolue de $T_{\beta 1}$ à T_2 .

Les états initial 1 et final 2 sont des états de repos.

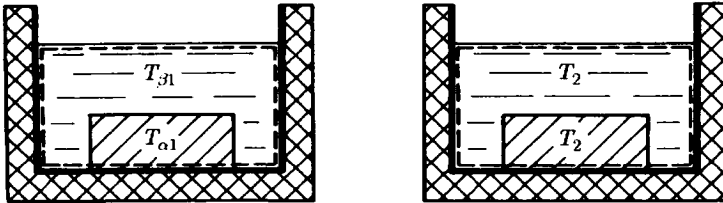


Fig. 1.1

Hypothèses

- Le récipient est parfaitement calorifugé.
- Le transfert d'énergie-chaleur entre l'eau et l'air est négligé.

Données

- Température initiale de la pièce de cuivre : $\hat{T}_{\alpha 1} = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Chaleur spécifique du cuivre : $c_{\alpha} = 0.385\text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse de la pièce de cuivre : $M_{\alpha} = 0.5\text{ kg}$
- Température initiale de l'eau : $\hat{T}_{\beta 1} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c_{\beta} = 4.18\text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse de l'eau : $M_{\beta} = 1\text{ kg}$

Questions

- Déterminer la variation de l'énergie interne du système.
- Déterminer la température finale, en utilisant notamment la relation (5.158).
- L'opération est-elle réversible ? Donner une réponse quantitative.

Solution

Variation de l'énergie interne

Pour un système fermé, le Premier Principe (1.22) donne :

$$\Delta U_{cz} = A^+ + Q^+$$

Considérons le système délimité par la frontière en traits pointillés. D'une part, comme la variation de volume du système est négligeable, nous avons $A^+ = 0$. D'autre part, en vertu des hypothèses, nous avons $Q^+ = 0$. Enfin, comme les variations des énergies cinétique et potentielle sont nulles, nous obtenons, en tenant compte de la définition (1.15), la variation de l'énergie interne du système :

$$\Delta U = 0$$

Température finale

Nous avons, en vertu de la propriété d'extensivité (1.20) :

$$\Delta U = \Delta U_\alpha + \Delta U_\beta = 0$$

En tenant compte de (5.158), nous obtenons les relations :

$$\Delta U_\alpha = M_\alpha c_\alpha (T_2 - T_{\alpha 1})$$

$$\Delta U_\beta = M_\beta c_\beta (T_2 - T_{\beta 1})$$

Il en résulte que la température finale du système est :

$$T_2 = \frac{M_\alpha c_\alpha T_{\alpha 1} + M_\beta c_\beta T_{\beta 1}}{M_\alpha c_\alpha + M_\beta c_\beta} = 295.8 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 22.6 \text{ }^\circ\text{C}$$

Réversibilité

L'opération est un transfert-chaleur avec chute de température. Elle est donc irréversible (§ 1.5.1).

Pour le système fermé considéré, nous avons, selon le paragraphe 1.5.2 et compte tenu des hypothèses admises :

$$\begin{aligned} \delta Q^+ &= 0 & dM^+ &= 0 \\ \delta S^q &= 0 & \delta S^m &= 0 & \delta S^e &= 0 \end{aligned}$$

L'augmentation d'entropie du système est, selon (1.68) :

$$\Delta S = S^i = S^t = \int_1^2 \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} > 0$$

Le transfert-chaleur peut, pour le cuivre et l'eau, être exprimé en fonction de la température, selon (5.158) :

$$\delta Q_{\alpha\beta} = -dU_\alpha = -M_\alpha c_\alpha dT_\alpha = dU_\beta = M_\beta c_\beta dT_\beta$$

L'augmentation d'entropie du système est donc :

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_1^2 M_\beta c_\beta \frac{dT_\beta}{T_\beta} + \int_1^2 M_\alpha c_\alpha \frac{dT_\alpha}{T_\alpha} \\ \Delta S &= M_\beta c_\beta \ln \frac{T_2}{T_{\beta 1}} - M_\alpha c_\alpha \ln \frac{T_{\alpha 1}}{T_2} = 3.3780 \text{ J/K} \end{aligned}$$

Remarquons que, en vertu du Deuxième Principe, l'irréversibilité de l'opération se traduit bien par une création d'entropie :

$$\Delta S = S^i > 0$$

1.B Choc d'un récipient contre un mur

Description

Un récipient contenant une masse M d'oxygène peut se déplacer sur un plan horizontal à l'aide de roues (fig. 1.2).

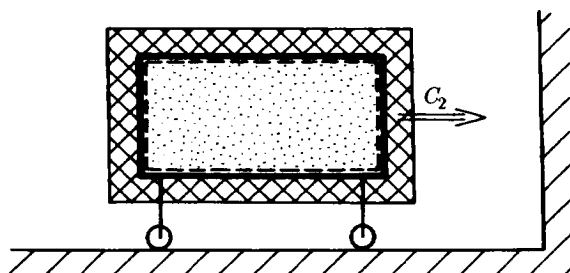


Fig. 1.2

Ce récipient subit les transformations suivantes :

- 1-2 : mise en vitesse très progressive, de l'état de repos (état 1) jusqu'à l'obtention d'une vitesse constante C_2 (état 2).
- 2-3 : arrêt brutal dû au choc contre un mur vertical, la vitesse C_3 étant nulle (état 3).

Hypothèses

- Le récipient et le mur sont infiniment rigides.
- Le récipient est parfaitement calorifugé.

Données

- Température initiale de l'oxygène : $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isochore de l'oxygène : $c_v = 0.6496 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse d'oxygène : $M = 0.1 \text{ kg}$
- Vitesse du récipient à l'état 2 : $C_2 = 100 \text{ m/s}$

Questions

- Déterminer l'évolution de l'énergie interne et de l'énergie interne totale du système.
- Déterminer l'évolution de la température, en utilisant notamment la relation (2.58).
- Les transformations sont-elles réversibles ? Donner une réponse quantitative en utilisant notamment la relation (2.64).

Solution

Evolution de l'énergie interne et de l'énergie interne totale

Transformation 1-2

Les hypothèses se traduisent par les relations :

$$\delta Q^+ = 0 \quad dV = 0$$

L'équation fondamentale de Gibbs (1.126) donne alors :

$$dU = TdS$$

La mise en vitesse étant progressive de l'état 1 à l'état 2, il n'y a pas de frottement interne (dissipation) :

$$\delta R = 0$$

L'étude de l'entropie donne les contributions suivantes (§ 1.5.2) :

$$\delta S^q = \frac{\delta Q^+}{T} = 0 \quad \delta S^r = \frac{\delta R}{T} = 0 \quad \delta S^m = 0 \quad \delta S^t = 0 \quad \delta S^x = 0$$

donc

$$dS = 0$$

La variation de l'énergie interne est donc :

$${}_1^2\Delta U = 0$$

La variation de l'énergie interne totale est, selon la définition (1.15) et en tenant compte du fait que l'énergie potentielle du système ne varie pas :

$${}_1^2\Delta U_{cz} = M \frac{C_2^2}{2} = 500 \text{ J}$$

Transformation 2-3

Nous avons également :

$$\delta Q^+ = 0 \quad dV = 0$$

Le mur étant infiniment rigide, l'arrêt instantané du récipient ne met en jeu aucun transfert-travail. Cette hypothèse se traduit donc par la relation :

$$\delta A^+ = 0$$

Le Premier Principe (1.23) donne alors la variation d'énergie interne totale :

$${}_2^3\Delta U_{cz} = 0$$

La variation d'énergie interne est, selon la définition (1.15) et en tenant compte du fait que l'énergie potentielle du système ne varie pas :

$${}_2^3\Delta U = M \frac{C_2^2}{2} = 500 \text{ J}$$

Evolution de la température

Transformation 1-2

Nous avons, selon (1.1) et (2.58) :

$${}_1^2\Delta T = \frac{{}_1^2\Delta U}{M c_v} = 0$$

La température de l'oxygène à l'état 2 est donc :

$$\hat{T}_2 = \hat{T}_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

Transformation 2-3

Nous avons, selon (1.1) et (2.58) :

$${}_2^3\Delta T = \frac{{}_2^3\Delta U}{M c_v} = 7.7 \text{ }^\circ\text{C}$$

La température de l'oxygène à l'état 3 est donc :

$$\hat{T}_3 = \hat{T}_2 + {}_2^3\Delta T = 27.7 \text{ }^\circ\text{C}$$

Réversibilité**Transformation 1-2**

Le système passe par une succession d'états d'équilibre mécanique et thermique. La transformation 1-2 est donc réversible. La variation d'entropie est, selon (2.64) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$${}_1^2\Delta S = S^i = M c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 0$$

Transformation 2-3

Après le choc, l'oxygène est le siège d'ondes de pression qui s'amortissent progressivement en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux. La transformation 2-3 est donc irréversible.

La variation d'entropie est, selon (2.64) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$${}_2^3\Delta S = S^i = M c_v \ln \frac{T_3}{T_2} = 1.684 \text{ J/K}$$

La figure 1.3 montre l'évolution de l'oxygène dans un diagramme $u-s$. Comme l'énergie potentielle ne varie pas, nous avons :

$$u_{cz} = u_c = u + \frac{C^2}{2}$$

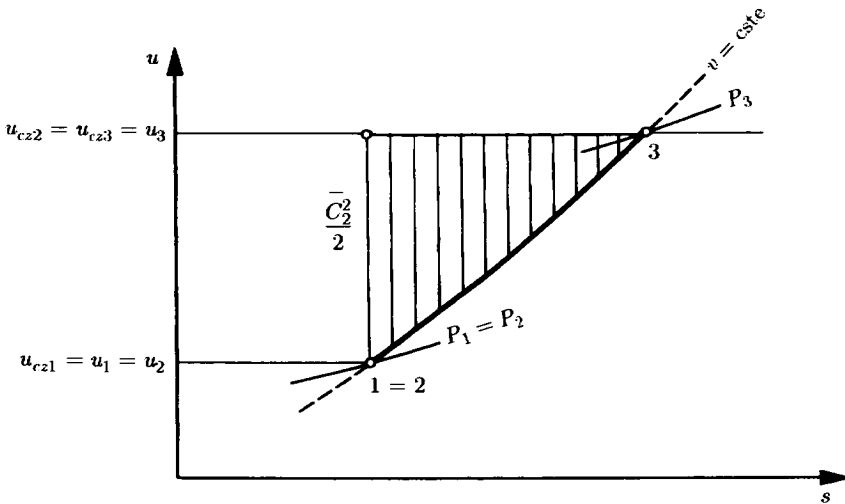


Fig. 1.3

Remarquons que, au cours de la transformation 1-2, l'énergie interne totale massique u_c augmente de la valeur $C_2^2/2$, puis, au cours de la transformation 2-3, reste constante. Les segments verticaux situés entre les courbes de u_c et de u représentent l'énergie cinétique moyenne $\overline{C^2}/2$ qui passe de la valeur $C_2^2/2$ à la valeur 0 au cours de la transformation 2-3.

1.C Transfert-travail relatif à un système fermé

Description

Un système fermé quelconque transfère de l'énergie-travail et de l'énergie-chaleur. Il passe d'un état initial 1 à un état final 2. Il reçoit ensuite une énergie-chaleur, transfère de l'énergie-travail et se retrouve à l'état 1.

Données

- Energie-chaleur donnée par le système : ${}^2_1Q^- = 9 \text{ kJ}$
- Energie-travail donnée par le système : ${}^2_1A^- = 27 \text{ kJ}$
- Energie-chaleur reçue par le système : ${}^1_2Q^+ = 6 \text{ kJ}$

Questions

- Etudier le sens du transfert-travail lorsque le système revient de l'état 2 à l'état 1.
- Calculer l'énergie-travail correspondante.

Solutions

Sens du transfert-travail

Le Premier Principe (1.22) donne respectivement, pour les chemins 1-2 et 2-1 :

$${}^2_1\Delta U_{cz} = {}^2_1A^+ + {}^2_1Q^+ = -{}^2_1A^- - {}^2_1Q^- < 0$$

$${}^1_2\Delta U_{cz} = {}^1_2A^- + {}^1_2Q^-$$

L'énergie interne totale U_{cz} étant une fonction d'état, elle ne dépend pas du chemin parcouru :

$${}^2_1\Delta U_{cz} = -{}^1_2\Delta U_{cz} < 0$$

Les relations précédentes donnent :

$${}^2_1A^- + {}^2_1Q^- = {}^1_2A^+ + {}^1_2Q^+ > 0$$

$${}^1_2A^+ = \underbrace{{}^2_1A^- + {}^2_1Q^-}_{>0} - \underbrace{{}^1_2Q^+}_{>0}$$

Le signe du terme ${}^1_2A^+$ dépend des valeurs des trois termes ${}^2_1A^-$, ${}^2_1Q^-$ et ${}^1_2Q^+$.

Energie-travail

Dans le cas considéré, nous avons :

$${}^1_2A^+ = 30 \text{ kJ} > 0$$

L'énergie-travail ${}^1_2A^+$ est donc reçue par le système.

1.D Puissance-travail d'une turbine à vapeur

Description

Soit la turbine à vapeur à haute pression de la centrale nucléaire de Gösgen (Suisse), comportant un soutirage de vapeur, un système de retour de fuite et des joints à labyrinthe (fig. 1.4).

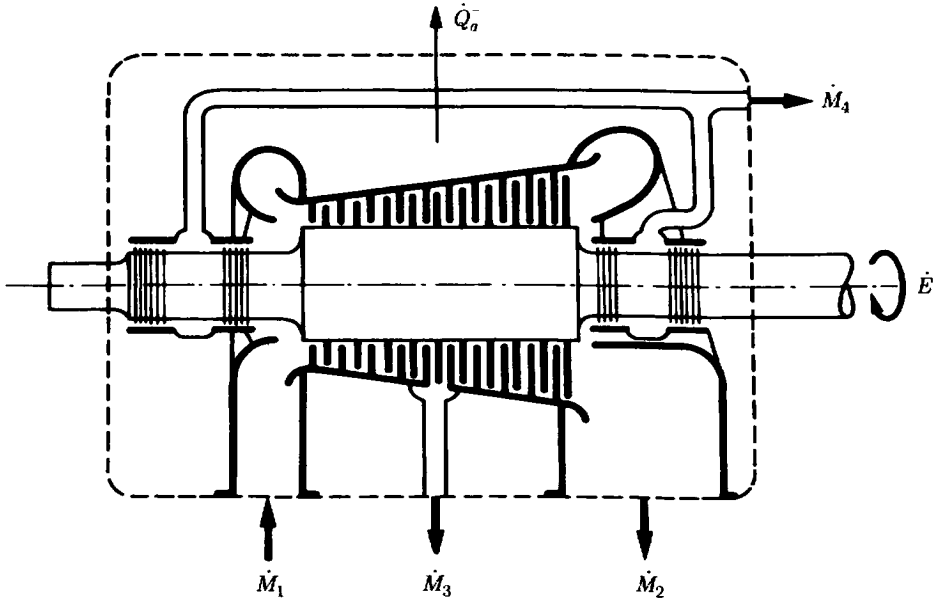


Fig. 1.4

Hypothèses

- Les variations de l'énergie potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.

Données

- Etats thermodynamiques et débits-masse :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	C [m/s]	\dot{M} [kg/s]
1	65.21	281.03	2 773.3	150	1 419
2	11.38	185.57	2 518.7	2 70	1 299
3	22.32	218	2 610.5	100	107
4	2	40	167.6	2	13

- Puissance-chaleur cédée à l'atmosphère : $\dot{Q}_a^- = 350 \text{ kW}$

Question

- Calculer la puissance-travail fournie par la vapeur à l'arbre de la turbine.

Solution

La puissance-travail fournie par la vapeur à l'arbre de la turbine est, compte tenu de la deuxième hypothèse et en vertu du Premier Principe (1.47) :

$$\dot{E}^- = \sum_j (h_{czj} \dot{M}_j) - \dot{Q}_a^-$$

A cause de la première hypothèse, nous pouvons réduire l'enthalpie totale h_{cz} à h_c . Les enthalpies totales massiques h_c sont, selon (1.31) :

$$h_{c1} = h_1 + \frac{C_1^2}{2} = 2784.55 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{c2} = h_2 + \frac{C_2^2}{2} = 2555.15 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{c3} = h_3 + \frac{C_3^2}{2} = 2615.50 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{c4} = h_4 + \frac{C_4^2}{2} = 167.60 \text{ kJ/kg}$$

Nous obtenons finalement la puissance-travail :

$$\dot{E}^- = \dot{M}_1 h_{c1} - \dot{M}_2 h_{c2} - \dot{M}_3 h_{c3} - \dot{M}_4 h_{c4} - \dot{Q}_a^- = 349.75 \text{ MW}$$

1.E Frein à eau

Description

Un moteur est essayé à l'aide d'un frein à eau (fig. 1.5). Dans cet appareil, l'énergie mécanique est transformée en énergie interne par le truchement de la dissipation, comme dans l'expérience de Joule (fig. 1.5, vol. I). Pour un régime de fonctionnement défini par la vitesse de rotation N , on mesure le couple moteur T_m , le débit-volume \dot{V} d'eau alimentant le frein et la température T_1 de l'eau à l'entrée.

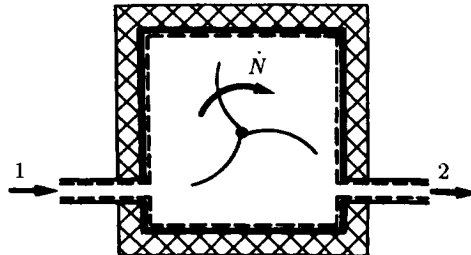


Fig. 1.5

Hypothèses

- Le système est parfaitement calorifugé.
- Les énergies cinétique et potentielle à l'entrée 1 et à la sortie 2 sont égales.
- Le régime est permanent.
- L'eau est un fluide incompressible.
- La pression ne change pas entre l'entrée 1 et la sortie 2.

Données

- Température de l'eau à l'entrée : $\hat{T}_1 = 10^\circ\text{C}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1\,000\text{ kg/m}^3$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c = 4.19\text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Débit-volume de l'eau : $\dot{V} = 0.01\text{ m}^3/\text{s}$
- Vitesse de rotation du moteur : $\dot{N} = 1\,200\text{ tours/min}$
- Couple moteur : $T_m = 4\,905\text{ N m}$

Question

- Calculer la température de l'eau à la sortie du frein, en utilisant notamment les relations (5.159) et (4.9).

Solution

Considérons le système ouvert délimité par la frontière en traits pointillés. Compte tenu des trois premières hypothèses, le Premier Principe (1.45) ou (1.47) donne :

$$\dot{E}^+ + \dot{M}_1 h_1 - \dot{M}_2 h_2 = 0$$

Le bilan de masse (1.50) donne, compte tenu de la troisième hypothèse et de (4.9) :

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_2 = \dot{M} = \rho \dot{V}$$

Pour un liquide nous avons, selon (5.159) et compte tenu de la cinquième hypothèse :

$$h_2 - h_1 \cong c(T_2 - T_1)$$

En portant ces expressions dans la première équation, nous obtenons la température de l'eau à la sortie du frein :

$$T_2 = T_1 + \frac{\dot{E}^+}{\rho c \dot{V}}$$

$$\hat{T}_2 = \hat{T}_1 + \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{T_m \dot{N}}{\rho c \dot{V}} = 24.7^\circ\text{C}$$

1.F Irréversibilité dans un compresseur réfrigéré

Description

Soit le système constitué d'un cylindre fermé par un piston (fig. 1.6). L'air contenu dans le cylindre est comprimé de façon isotherme de la pression P_1 à la pression P_2 .

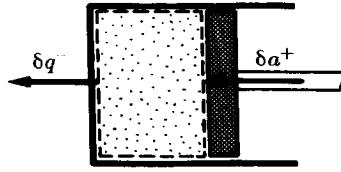


Fig. 1.6

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Données

- Etats thermodynamiques :

Point	v [m ³ /kg]	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	1.0719	1	100	374.23	7.0920
2	0.21446	5	100	373.70	6.6282

- Energie-travail massique reçue : $a^+ = 190 \text{ kJ/kg}$

Questions

- Calculer la variation de l'énergie interne massique de l'air contenu dans le cylindre.
- Calculer l'énergie-chaleur massique donnée lors de la transformation.
- Calculer la dissipation massique.
- Quelles sont les valeurs extrêmes des énergies qui seraient mises en oeuvre si la compression était réversible ?

Solution

Variation de l'énergie interne massique

Les énergies internes massiques sont, selon (1.148) :

$$u_1 = h_1 - v_1 P_1 = 267.04 \text{ kJ/kg}$$

$$u_2 = h_2 - v_2 P_2 = 266.47 \text{ kJ/kg}$$

La variation de l'énergie interne massique est donc :

$$u_2 - u_1 = -0.57 \text{ kJ/kg}$$

Energie-chaleur massique

Le Premier Principe (1.26) donne, compte tenu de l'hypothèse formulée, l'énergie-chaleur massique :

$$q^- = a^+ - (u_2 - u_1) = 190.57 \text{ kJ/kg}$$

Dissipation massique

Comme le système est fermé, monophasé et sans dévalorisation interne, la variation d'entropie est, selon le paragraphe 1.5.2 et sous forme massique :

$$ds = \delta s^q + \delta s^r = \frac{\delta q^+}{T} + \frac{\delta r}{T}$$

La dissipation massique est donc :

$$\delta r = T ds + \delta q^-$$

$$r = \int_1^2 T ds + q^-$$

$$r = T_1(s_2 - s_1) + q^- = 17.50 \text{ kJ/kg}$$

Compression réversible

La réversibilité implique que la dissipation est nulle. La variation d'entropie du système est alors :

$$ds = \delta s^q = \frac{\delta q^+}{T} = -\frac{\delta q^-}{T}$$

L'énergie-chaleur massique donnée est donc :

$$\delta q^- = -T ds$$

$$q_{\min}^- = -\int_1^2 T ds$$

$$q_{\min}^- = -T_1(s_2 - s_1) = 173.07 \text{ kJ/kg}$$

L'énergie-travail massique reçue est, en vertu du Premier Principe (1.26) :

$$a_{\min}^+ = q_{\min}^- + (u_2 - u_1) = 172.50 \text{ kJ/kg}$$

1.G Irréversibilité dans un transmetteur d'énergie-chaleur

Description

Soit un transmetteur d'énergie-chaleur à contre-courant (fig. 1.7). Les températures T_α et T_β sont représentées, dans le diagramme de la figure 1.8, en fonction de la puissance-chaleur $\dot{Q}_{\alpha\beta}$ transmise du fluide α au fluide β . Le fluide β parcourt l'évaporateur d'une machine thermique.

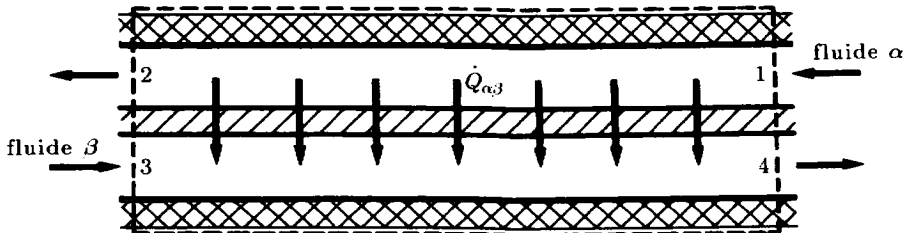


Fig. 1.7

Hypothèses

- Le transmetteur d'énergie-chaleur est parfaitement calorifugé.
- La dissipation est négligée.
- Le régime est permanent.

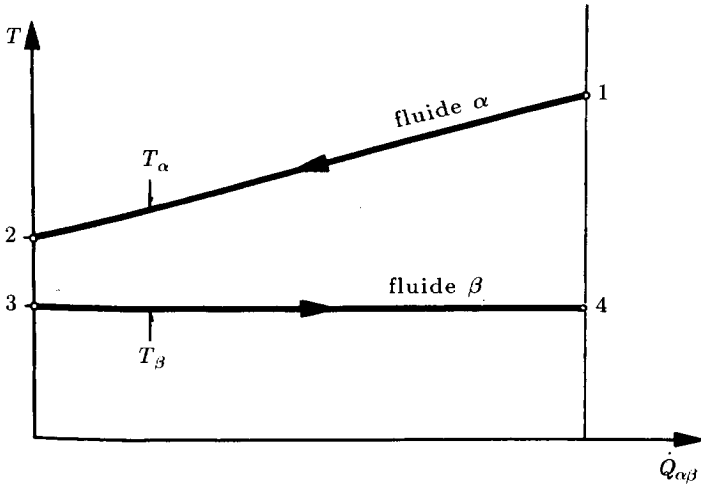


Fig. 1.8

Données

- Température du fluide α à l'entrée 1 : $\hat{T}_{\alpha 1} = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Température du fluide α à la sortie 2 : $\hat{T}_{\alpha 2} = 5\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Température du fluide β : $\hat{T}_{\beta} = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Puissance-chaleur transmise
du fluide α au fluide β : $\dot{Q}_{\alpha\beta} = 29\text{ kW}$

Questions

- Calculer le taux de création d'entropie dû aux opérations internes, relatif au système défini par la frontière de la figure 1.7.
- Calculer la contribution due aux transferts de masse entre le transmetteur et l'extérieur.

Solution**Taux de création d'entropie dû aux opérations internes**

Le taux de création d'entropie dû aux opérations internes est, selon (1.95) et compte tenu du Deuxième Principe (1.67) et des deux premières hypothèses :

$$\dot{S}^i = \frac{\delta S^i}{dt} = \dot{S}^t = \frac{\delta S^t}{dt} = \int \left(\frac{1}{T_{\beta}} - \frac{1}{T_{\alpha}} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} > 0$$

Le profil de température du fluide α étant linéaire, nous avons la relation :

$$\delta \dot{Q}_{\alpha\beta} = \frac{\dot{Q}_{\alpha\beta}}{T_{\alpha 1} - T_{\alpha 2}} dT_{\alpha}$$

Le taux de création d'entropie dû aux opérations internes est finalement :

$$\frac{\delta S^i}{dt} = \frac{\dot{Q}_{\alpha\beta}}{T_{\beta}} - \frac{\dot{Q}_{\alpha\beta}}{T_{\alpha 1} - T_{\alpha 2}} \ln \frac{T_{\alpha 1}}{T_{\alpha 2}} = 0.0028\text{ kW/K}$$

Contribution due aux transferts de masse

La contribution due aux transferts de masse est, selon (1.95) et compte tenu des hypothèses :

$$\dot{S}_m = \frac{\delta S^m}{dt} = -\frac{\delta S^i}{dt} = -0.0028 \text{ kW/K}$$

Remarque

En régime permanent, le taux de création d'entropie $\delta S^i/dt$, dû au transfert-chaaleur avec chute de température dans le transmetteur, est donc compensé par les entrées et sorties de masse qui sont comptabilisées à l'aide du terme $\delta S^m/dt$. L'entropie S du contenu du transmetteur reste par conséquent constante au cours du temps et la variation dS/dt est nulle.

1.H Refroidissement isobare

Description

Soit le système constitué d'un cylindre fermé par un piston (fig. 1.9). L'hélium contenu dans le cylindre est refroidi de façon isobare de la température T_1 à la température T_2 .

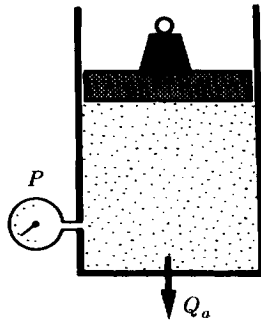


Fig. 1.9

Hypothèse

- La dissipation est négligée.

Données

- Température initiale de l'hélium : $T_1 = 450 \text{ K}$
- Température finale de l'hélium : $T_2 = 300 \text{ K}$
- Chaleur spécifique isobare de l'hélium : $c_p = 5.1931 \text{ kJ/(K kg)}$

Question

- Déterminer l'énergie-chaaleur massique cédée par l'hélium au cours du refroidissement, en utilisant notamment la relation (2.66).

Solution

L'évolution de l'état thermodynamique de l'hélium est représentée dans le diagramme de la figure 1.10. L'accroissement d'entropie massique est, selon (1.70) et compte tenu de l'hypothèse :

$$ds = \delta s^q = \frac{\delta q^+}{T}$$

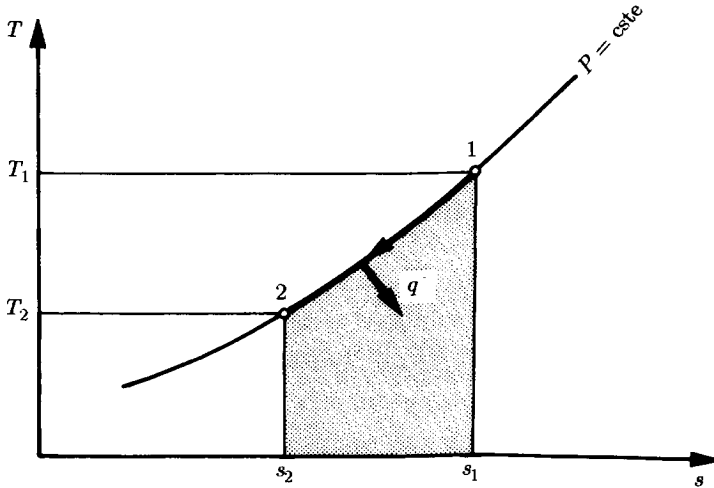


Fig. 1.10

L'énergie-chaleur massique est alors, selon (2.66) :

$$\delta q^- = -Tds = -c_p dT$$

$$q^- = -c_p (T_2 - T_1) = 778.97 \text{ kJ/kg}$$

Remarquons que l'énergie-chaleur massique q^- est également donnée par l'intégrale :

$$q^- = - \int_1^2 T ds$$

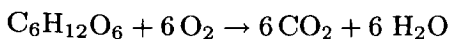
Elle est donc représentée, dans le diagramme de la figure 1.10 par la surface hachurée.

1.1 Oxydation du glucose

Description

Le corps humain brûle des hydrates de carbone, des lipides et des protéines. Nous nous intéressons à l'oxydation des hydrates de carbone et considérons une unité de masse de glucose.

La réaction chimique relative à l'oxydation du glucose est :



Les chimistes mesurent en laboratoire le pouvoir énergétique du glucose (§ 11.4.1) et calculent la variation d'enthalpie libre massique relative à son oxydation. Ce pouvoir énergétique coïncide avec la variation d'enthalpie massique (enthalpie de réaction) relative à l'oxydation du glucose, changée de signe.

Les physiologistes mesurent la température dite tympanique, admise comme étant celle à laquelle se déroulent les réactions chimiques dans le corps humain.

Hypothèse

- La température tympanique est constante.

Données

- Température tympanique : $\hat{T} = 37.4\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Variation d'enthalpie massique,
relative à l'oxydation du glucose : $\Delta h = -15\,633.20\text{ kJ/kg}$
- Variation d'enthalpie libre massique,
relative à l'oxydation du glucose : $\Delta g = -15\,920.20\text{ kJ/kg}$

Question

- Calculer la variation d'entropie massique relative à l'oxydation du glucose.

Solution

Nous avons, selon (1.150) et compte tenu de l'hypothèse, la relation :

$$\Delta g = \Delta h - T\Delta s$$

La variation d'entropie massique relative à l'oxydation du glucose est donc :

$$\Delta s = \frac{\Delta h - \Delta g}{T} = 0.924\text{ kJ/(K kg)}$$

1.1 Transfert-travail et transfert-chaleur relatifs à un système fermé

Description

Un système fermé évolue d'un état initial 1 à un état 2 le long d'un chemin x .

Il revient ensuite à l'état 1 en suivant deux chemins différents y ou z .

Au cours de ces évolutions, le système transfère de l'énergie-travail et de l'énergie-chaleur avec le milieu ambiant.

Données

a)

Chemin	Q^+ [kJ]	A^+ [kJ]
1-2 x	10	?
2-1 y	-7	4
2-1 z	?	8

b)

Chemin		Q^+ [kJ]	A^+ [kJ]
1-2	x	?	-7
2-1	y	-4	9
2-1	z	10	?

Question

- Compléter les tableaux figurant dans les données.

Réponses

a)

Chemin		Q^+ [kJ]	A^+ [kJ]
1-2	x	10	-7
2-1	y	-7	4
2-1	z	-11	8

b)

Chemin		Q^+ [kJ]	A^+ [kJ]
1-2	x	2	-7
2-1	y	-4	9
2-1	z	10	-5

1.K Batterie d'automobile

Description

Une batterie d'automobile subit les transformations suivantes :

1-2 : décharge de l'état 1 à l'état 2, sans transfert d'énergie électrique et avec transfert d'énergie-chaleur vers l'environnement.

2-1 : recharge de l'état 2 à l'état 1, à l'aide d'un processus utilisant de l'énergie-travail.

Données

- Transfert d'énergie-chaleur au cours de la transformation 1-2 : ${}_1^2Q^- = 1\,000\text{ kJ}$
- Transfert d'énergie-travail au cours de la transformation 2-1 : ${}_2^1A^+ = 1\,584\text{ kJ}$

Question

- Calculer le transfert d'énergie-chaleur à l'environnement ${}_2^1Q^-$ au cours de l'opération de recharge.

Réponse

- ${}_2^1Q^- = 584\text{ kJ}$

1.1 Freinage d'une voiture

Description

Le conducteur d'une voiture de masse totale M , roulant à la vitesse C , doit freiner pour s'arrêter sur une distance L donnée. La voiture roule sur une colline dont la pente correspond à un angle α (fig. 1.11).

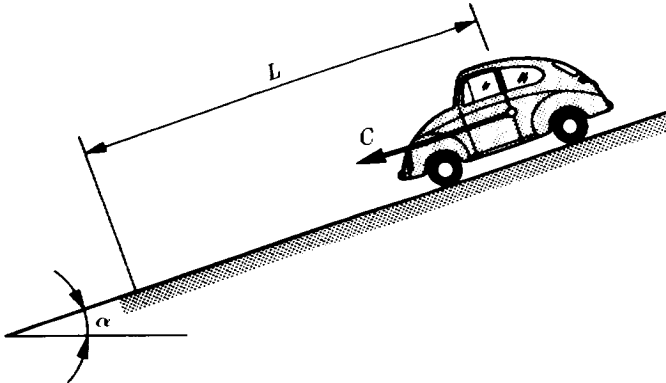


Fig. 1.11

Hypothèses

- L'énergie interne de la voiture à l'arrêt, après refroidissement, est la même qu'à l'état initial.
- La force de résistance de l'air à l'avancement de la voiture (traînée) est négligée.
- Il n'y a pas de glissement des roues sur la route.

Données

- | | |
|------------------------------------|----------------------------|
| • Distance de freinage fixée : | $L = 100 \text{ m}$ |
| • Pente de la colline : | $\text{tg } \alpha = 0.07$ |
| • Vitesse initiale de la voiture : | $C = 72 \text{ km/h}$ |
| • Masse totale de la voiture : | $M = 1000 \text{ kg}$ |
| • Accélération terrestre : | $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ |

Questions

- Calculer la variation d'énergie interne totale ΔU_{cz} de la voiture.
- Calculer l'énergie-chaleur Q^- dégagée lors du freinage.

Réponses

- $\Delta U_{cz} = -268.7 \text{ kJ}$
- $Q^- = 268.7 \text{ kJ}$

1.M Irréversibilité lors d'un chauffage

Description

Soit un récipient indéformable contenant un gaz à température initiale $T_{\beta 1}$, en contact avec un corps solide à une température initiale $T_{\alpha 1}$ plus élevée (fig. 1.12). Le système évolue vers un état d'équilibre thermique caractérisé par la température finale T_2 .

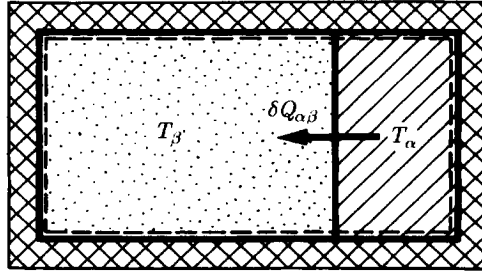


Fig. 1.12

Hypothèses

- Le récipient est parfaitement calorifugé.

Données

- | | |
|--|---|
| • Température initiale du corps solide : | $\hat{T}_{\alpha 1} = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$ |
| • Chaleur spécifique du corps solide : | $c_{\alpha} = 0.46 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Masse du corps solide : | $M_{\alpha} = 1 \text{ kg}$ |
| • Température initiale du gaz : | $\hat{T}_{\beta 1} = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$ |
| • Chaleur spécifique isochore du gaz : | $c_{v\beta} = 0.712 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Masse du gaz : | $M_{\beta} = 3 \text{ kg}$ |

Questions

- Déterminer la variation d'énergie interne ΔU du système.
- Déterminer la température finale \hat{T}_2 , en utilisant notamment (2.58) et (5.158).
- L'opération est-elle réversible ? Donner une réponse quantitative.

Réponses

- $\Delta U = 0 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- $\hat{T}_2 = 38.3 \text{ }^{\circ}\text{C}$
- L'opération est irréversible. Elle donne lieu à l'accroissement d'entropie :
 $\Delta S = 10 \text{ J/K}$

Systèmes fermés

2.A Compression polytrophe

Description

Soit le système constitué d'un cylindre fermé par un piston (fig. 2.1). Le gaz contenu dans le cylindre est comprimé de la pression P_1 à la pression P_2 .

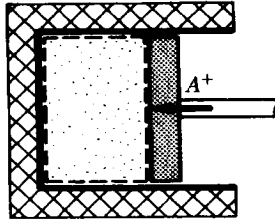


Fig. 2.1

Cette transformation est représentée à la figure 2.2. Le gaz reçoit de l'énergie-travail et passe d'un état d'équilibre initial 1 à un état d'équilibre final 2.

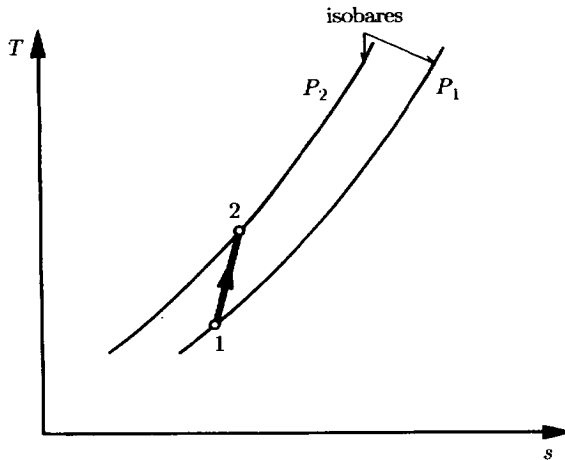


Fig. 2.2

Hypothèses

- Le volume massique et la pression évolue au cours de la transformation en suivant une loi polytrophe du type $Pv^{\gamma_\sigma} = \text{cste}$.
- Le système est parfaitement calorifugé.
- La variation de l'énergie potentielle est négligeable.

Données

- Etat thermodynamique initial du gaz : $v_1 = 0.84 \text{ m}^3/\text{kg}$
 $P_1 = 1 \text{ bar}$
- Pression finale du gaz : $P_2 = 5 \text{ bar}$
- Facteur calorifique relatif au gaz : $\Gamma = 0.285$
- Facteur polytrophe relatif à la transformation : $\gamma_\sigma = 1.5$
- Masse du gaz : $M = 3 \text{ kg}$
- Energie-travail reçue par le gaz : $A^+ = 450 \text{ kJ}$

Questions

- Calculer la variation d'énergie interne du gaz.
- Calculer la dissipation relative à la transformation.

Solution

Variation de l'énergie interne du gaz

Le Premier Principe (1.22) (ou les équations fondamentales (2.3)), appliqué à la transformation 1-2, donne, compte tenu des deux dernières hypothèses :

$$\Delta U = A^+ = 450 \text{ kJ}$$

Dissipation

En utilisant la loi polytrophe indiquée dans la première hypothèse, nous avons :

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{-1/\gamma_\sigma}$$

Remarquons que l'expression ci-dessus, relative à un gaz parfait, apparaît dans le tableau 8.7 (vol. I).

Nous en déduisons le volume massique à l'état 2 :

$$v_2 = v_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1/\gamma_\sigma} = 0.2873 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Les états initial 1 et final 2 étant des états d'équilibre, la variation $\Delta(\bar{C}^2/2)$ de l'énergie cinétique massique est nulle.

Les deux premiers membres des équations fondamentales (2.3) d'un système fermé donnent, compte tenu de ce qui précède et de la troisième hypothèse :

$$A^- + R = M \int_1^2 P dv = -M \frac{1}{\gamma_\sigma - 1} (v_2 P_2 - v_1 P_1)$$

La dissipation est donc :

$$R = A^+ - M \frac{1}{\gamma_\sigma - 1} (v_2 P_2 - v_1 P_1) = 92.1 \text{ kJ}$$

2.B Facteurs thermiques

Description

Il s'agit d'évaluer les facteurs thermiques α_v , β_p et γ_t de l'eau pour l'état thermodynamique caractérisé par la pression P_1 et la température T_1 .

Données

Diagramme P - v de Clapeyron :

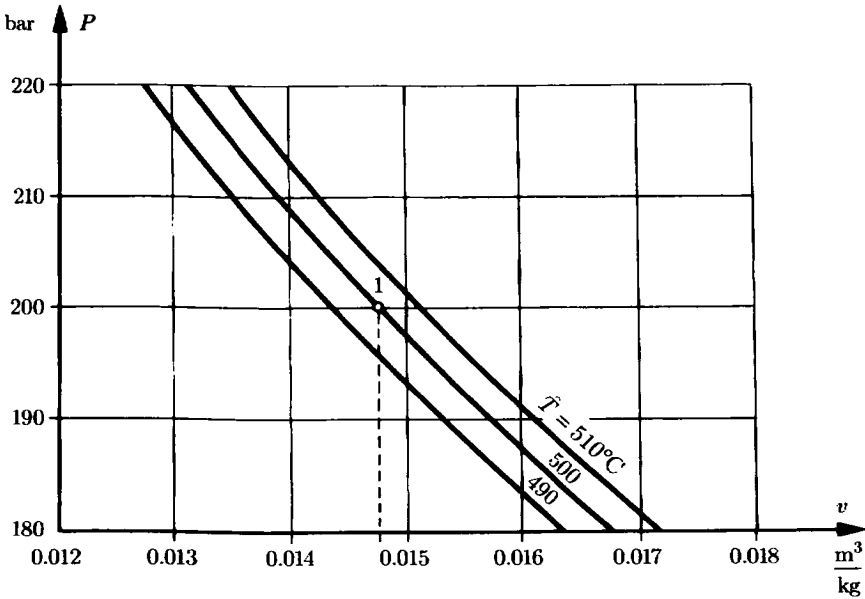


Fig. 2.3

- Volume massique v , en m^3/kg , de la vapeur d'eau en fonction de P et T :

\hat{T} [°C]	P [bar]		
	190	200	210
490	0.01533	0.01439	0.01353
500	0.01573	0.01477	0.01391
510	0.01611	0.01514	0.01427

- Etat thermodynamique au point 1 :
 $v_1 = 0.01477 \text{ m}^3/\text{kg}$ $P_1 = 200 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 500^\circ\text{C}$

Questions

- Calculer les dérivées partielles $(\partial T/\partial P)_v$, $(\partial T/\partial v)_P$ et $(\partial v/\partial P)_T$ au point 1.
- Calculer les facteurs thermiques α_v , β_p et γ_t au point 1.

Solution

Dérivées partielles

Comme l'équation d'état de l'eau n'est pas donnée, une solution mathématique rigoureuse est impossible. Evaluons les dérivées partielles avec des accroissements finis autour du point considéré :

- $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{v=v_1} \cong \left(\frac{\Delta P}{\Delta T}\right)_{v=v_1} = \frac{204.25 - 195.96}{783.15 - 763.15} = 0.415 \frac{\text{bar}}{\text{K}}$
- $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{P=P_1} \cong \left(\frac{\Delta v}{\Delta T}\right)_{P=P_1} = \frac{0.01514 - 0.01439}{783.15 - 763.15} = 3.75 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{K kg}}$
- $\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{T=T_1} \cong \left(\frac{\Delta P}{\Delta v}\right)_{T=T_1} = \frac{210 - 190}{0.01391 - 0.01573} = -1.10 \cdot 10^4 \frac{\text{kg bar}}{\text{m}^3}$

Facteurs thermiques

Selon les définitions (2.16) à (2.18) et compte tenu des résultats précédents, nous obtenons les facteurs thermiques :

- facteur de compression isochore

$$\alpha_v(P_1, T_1) = \frac{T_1}{P_1} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{v=v_1} \cong 1.603$$

- facteur de dilatation isobare

$$\beta_p(P_1, T_1) = \frac{T_1}{v_1} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{P=P_1} \cong 1.963$$

- facteur de compressibilité isotherme

$$\gamma_t(P_1, T_1) = -\frac{v_1}{P_1} \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{T=T_1} \cong 0.812$$

2.C Facteur polytrophe

Description

Considérons la détente isotherme de la vapeur d'eau d'un état initial 1 à un état final 2. Cette détente est représentée dans les diagrammes de la figure 2.4.

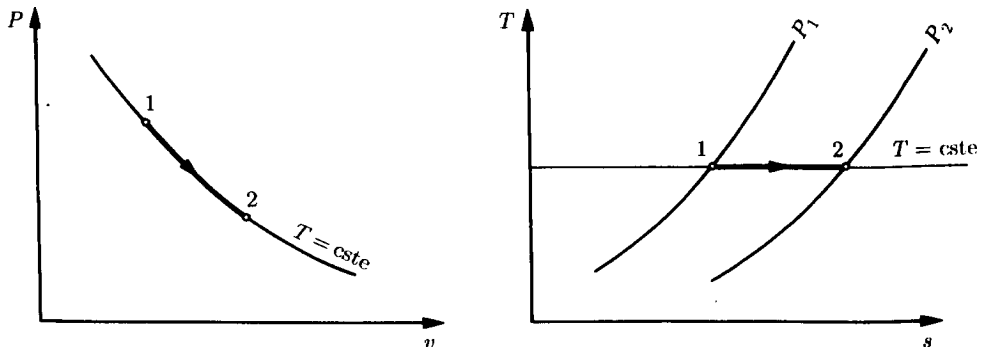


Fig. 2.4

Hypothèses

- Le volume massique et la pression évoluent au cours de la transformation en suivant une loi polytrophe du type $Pv^{\gamma_\sigma} = \text{cste}$.

Données

- Etats thermodynamiques :

Point	v [m ³ /kg]	P [bar]	\hat{T} [°C]	s [kJ/(K kg)]
1	0.01655	200	550	6.3374
2	0.07360	50	550	7.1215

Questions

- Calculer le facteur de compressibilité polytrophe moyen $\bar{\gamma}_\sigma$.
- Calculer les relations $\int_1^2 v dP$ et $\int_1^2 T ds$.
- Calculer le facteur polytrophe σ .

Solution

Facteur $\bar{\gamma}_\sigma$

En utilisant la loi polytrophe indiquée, nous avons :

$$P_1 v_1^{\gamma_\sigma} = P_2 v_2^{\gamma_\sigma} = \text{cste}$$

Nous déduisons le facteur de compressibilité polytrophe :

$$\bar{\gamma}_\sigma = -\frac{\ln(P_2/P_1)}{\ln(v_2/v_1)} = 0.929$$

Relations $\int v dP$ et $\int T ds$

En utilisant la loi polytrophe indiquée dans l'hypothèse :

$$\int_1^2 v dP = v_2 P_2^{1/\bar{\gamma}_\sigma} \int_1^2 P^{-1/\bar{\gamma}_\sigma} dP = v_1 P_1^{1/\bar{\gamma}_\sigma} \int_1^2 P^{-1/\bar{\gamma}_\sigma} dP$$

$$\int_1^2 v dP = \frac{\bar{\gamma}_\sigma}{\bar{\gamma}_\sigma - 1} (v_2 P_2 - v_1 P_1) = -484.057 \text{ kJ/kg}$$

Remarquons que l'expression ci-dessus, relative à un fluide réel, apparaît dans le tableau 8.7 (vol. I).

$$\int_1^2 T ds = T_1 \int_1^2 ds = T_1 (s_2 - s_1) = 645.432 \text{ kJ/kg}$$

Facteur polytrope σ

Selon la définition (2.21) et compte tenu du fait que le facteur polytrope σ est constant, nous avons :

$$\int_1^2 v dP = \sigma \int_1^2 T ds$$

Nous en déduisons le facteur polytrope :

$$\sigma = -1.33$$

2.D Chaleur spécifique isochore**Description**

Il s'agit de calculer la chaleur spécifique isochore du dioxyde de carbone.

Hypothèses

- Le dioxyde de carbone peut être caractérisé une équation d'état, dite de Clausius :

$$(v - b) \left(P + \frac{a}{T(v + c)^2} \right) = rT$$

dans laquelle a , b , c et r sont des constantes.

Données

- Etat thermodynamique 1 : $P_1 = 5 \text{ bar}$ $T_1 = 300 \text{ K}$
- Chaleur spécifique isochore du dioxyde de carbone pour l'état de référence défini par $v_0 = \infty$ et T quelconque :

$$c_{v0}(T) = \sum_{i=1}^6 a_i T^{i-1} \text{ J/(K kg)} \text{ avec } T \text{ en K}$$

- Constantes du polynôme :

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
246.62	1.79	$-1.68 \cdot 10^{-3}$	$9.09 \cdot 10^{-7}$	$-2.676 \cdot 10^{-10}$	$3.19 \cdot 10^{-14}$

- Constantes de l'équation d'état :

$$a = 57\,430.4 \text{ Jm}^3\text{K/kg}^2 \quad b = 0.000764 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$c = 0.000209 \text{ m}^3/\text{kg} \quad r = 188.95 \text{ J/(K kg)}$$

Questions

- Etablir l'expression de la chaleur spécifique isochore en fonction du volume massique et de la température.
- Calculer la chaleur spécifique isochore correspondant à l'état 1.

Solution

Expression de la chaleur spécifique isochore

Nous avons, selon (2.30) et en utilisant l'équation d'état de Clausius :

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_v = \frac{-2a}{(v+c)^2 T^2}$$

$$\left[P = \frac{rT}{v-b} - \frac{a}{T(v+c)} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial T} = \frac{r}{v-b} + \frac{a}{T^2(v+c)^2} \right.$$

$$\left. \Rightarrow \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right) = \frac{-2a}{(v+c)^2 T^3} \right]$$

Par intégration le long de l'isotherme T , entre l'état de référence $v = v_0$ et un autre état, nous obtenons :

$$c_v - c_{v0}(T) = \int_{v_0}^v \frac{-2a}{(v+c)^2 T^2} dv$$

$$c_v = c_{v0}(T) + \frac{2a}{T^2} \frac{1}{v+c}$$

Calcul de c_{v1}

Le volume massique à l'état 1 est, selon l'équation de Clausius :

$$v_1 = 0.1107125 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La chaleur spécifique isochore pour l'état de référence défini par $v_0 = \infty$ et T_1 est, selon l'expression donnée :

$$c_{v0}(T_1) = 654.87 \text{ J}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isochore à l'état 1 est, selon l'expression établie :

$$c_{v1} = c_{v0}(T_1) + \frac{2a}{T_1^2} \frac{1}{v_1+c} = 666.38 \text{ J}/(\text{K kg})$$

2.E Variation d'entropie d'un gaz

Description

Considérons le chauffage isobare d'une masse M d'azote d'une température T_1 à une température T_2 .

La transformation est représentée à la figure 2.5.

Hypothèses

- La chaleur spécifique isobare à la pression P et dans l'intervalle de température considéré est donnée avec une bonne précision par un polynôme du type :

$$c_p = \sum_{i=1}^5 a_i \left(\frac{T}{1000} \right)^{i-1} \text{ J}/(\text{K kg})$$

où les coefficients a_i sont des constantes et la température T est donnée en K.

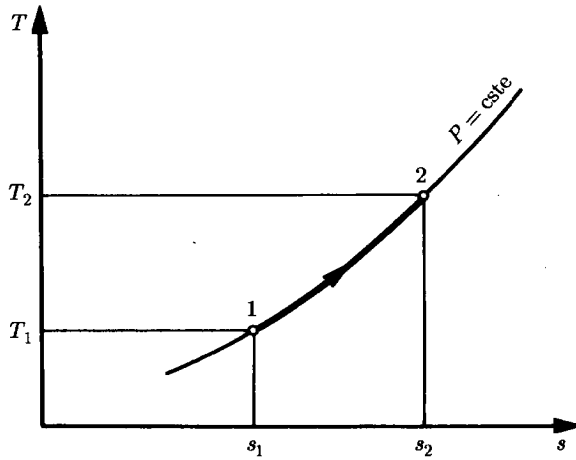


Fig. 2.5

IL

9

Données

- Température initiale : $T_1 = 300 \text{ K}$
- Température finale : $T_2 = 600 \text{ K}$
- Constantes du polynôme de la chaleur spécifique :

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1 115.35	-562.52	1 257.13	-829.38	186.38

- Masse d'azote : $M = 10 \text{ kg}$

Questions

- Calculer la variation d'entropie entre l'état initial 1 et l'état final 2.

Solution

La variation d'entropie massique est, selon (2.65) et compte tenu du fait que la transformation est isobare :

$$ds = c_p \frac{dT}{T}$$

Nous obtenons, en tenant compte de l'hypothèse sur la variation de la chaleur spécifique c_p :

$$\Delta s = \int_1^2 \left(\sum_{i=1}^5 a_i \left(\frac{T}{1000} \right)^{i-1} \right) \frac{dT}{T}$$

$$\Delta s = a_1 \ln \frac{T_2}{T_1} + \sum_{i=2}^5 \left(\frac{a_i}{i-1} \left(\frac{T_2^{i-1} - T_1^{i-1}}{1000^{i-1}} \right) \right) = 727.5 \text{ J/(K kg)}$$

La variation d'entropie est finalement :

$$\Delta S = M \Delta s = 7275 \text{ J/K}$$

2.F Variations d'enthalpie et d'entropie d'un liquide

Description

Il s'agit d'étudier l'évolution de l'état thermodynamique de l'eau le long de la transformation isobare représentée à la figure 2.6.

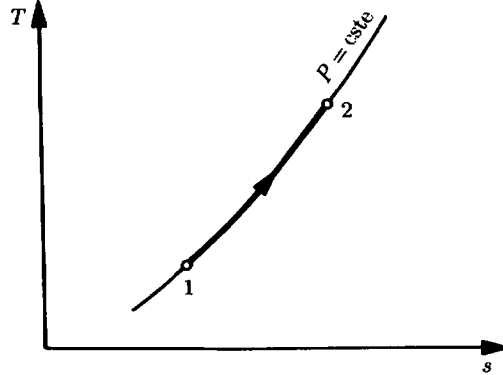


Fig. 2.6

Hypothèses

- La chaleur spécifique de l'eau liquide, à la pression de 1 bar et entre les températures de 0 à 100°C, est donnée par la formule de Haas :

$$c_p = 4.1855 \left(0.996185 + 0.0002874 \left(\frac{\hat{T} + 100}{100} \right)^{5.26} + 0.011160 \cdot 10^{-0.036\hat{T}} \right)$$

avec \hat{T} en °C et c_p en kJ/(K kg)

Données

- Etats thermodynamiques de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]
1	1	20
2	1	80

Questions

- Calculer la variation d'enthalpie massique de l'eau.
- Calculer la variation d'entropie massique de l'eau.

Solution

Variation d'enthalpie massique

La relation (2.59), intégrée entre les points 1 et 2, donne :

$$\Delta h = \int_1^2 c_p dT$$

Nous obtenons, en tenant compte de la formule de Haas indiquée dans l'hypothèse, la variation d'enthalpie massique :

$$\Delta h = 4.1855 \left(0.996185 (\hat{T}_2 - \hat{T}_1) + \frac{0.0002874}{100^{5.26}} \cdot \frac{(\hat{T}_2 + 100)^{6.26} - (\hat{T}_1 + 100)^{6.26}}{6.26} + \frac{0.011160}{\ln 10} \left(10^{-0.036\hat{T}_2} - 10^{-0.036\hat{T}_1} \right) \right) = 250.87 \text{ kJ/kg}$$

Variation d'entropie massique

La relation (2.65), intégrée entre les points 1 et 2, donne :

$$\Delta s = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T}$$

Nous obtenons, en tenant compte également de la formule de Haas :

$$\Delta s = 4.1855 \left(0.996185 \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{0.0002874}{100^{5.26}} \int_1^2 \frac{(\hat{T} + 100)^{5.26}}{\hat{T} + 273.15} d\hat{T} + 0.011160 \int_1^2 \frac{10^{-0.036\hat{T}}}{\hat{T} + 273.15} d\hat{T} \right)$$

Les deux dernières intégrales doivent être résolues numériquement. Finalement, nous obtenons la variation d'entropie massique.

$$\Delta s = 0.7768 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

2.G Choc d'une sphère en chute libre

Description

Une sphère en plomb, initialement en équilibre mécanique et thermique avec l'atmosphère, tombe d'une altitude Z_1 sur un plan situé à l'altitude Z_2 . La sphère subit les transformations suivantes :

- 1-2 : chute libre de l'état 1 à l'état 2, défini juste avant le choc,
- 2-3 : arrêt brutal dû au choc contre le plan, de l'état 2 à l'état final 3.

Hypothèses

- Le choc est mou, l'énergie cinétique de la sphère étant absorbée à raison de 2/3 par la sphère et 1/3 par le plan.
- Le frottement de l'air contre la sphère (traînée) est négligeable.

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique du plomb : $c = 0.126 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Hauteur de chute : $H = Z_1 - Z_2 = 30 \text{ m}$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Calculer l'évolution de la température de la sphère.
- Calculer l'évolution de l'entropie massique de la sphère.

Solution**Accroissement de température****Transformation 1-2**

Nous avons, compte tenu de la deuxième hypothèse, les relations suivantes :

- sphère solide : $dv \cong 0$
- pas de frottement externe : $\delta a^- = 0$
- pas de transfert-chaleur : $\delta q^+ = 0$
- pas de frottement interne (dissipation) : $\delta r = 0$

Le Premier Principe (équation (1.27) ou (2.3)) donne alors :

$$d\frac{C^2}{2} + gdZ = 0 = -du$$

Les relations (2.57) et (2.69) donnent, avec $dv \cong 0$:

$$c_p \cong c_v \cong c$$

$$du \cong c dT$$

Remarquons que ces relations ne sont autres que (5.157) et (5.158).

Par intégration des équations ci-dessus, nous obtenons :

$$\frac{C^2}{2} = g(Z_2 - Z_1) = gH$$

$${}_1^2\Delta u \cong c {}_1^2\Delta T = 0$$

Donc, l'énergie potentielle est transformée exclusivement en énergie cinétique et la température de la sphère n'a pas varié pendant la chute :

$$\hat{T}_2 = \hat{T}_1 = \hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$$

Transformation 2-3

Nous avons cette fois-ci :

$$dv = 0 \quad dZ = 0 \quad \delta q^+ = 0$$

Le Premier Principe (équation (1.27) ou (2.3)) donne alors :

$$\delta a^- + d\frac{C^2}{2} + \delta r = 0 = -du + \delta r$$

Par intégration des équations ci-dessus, nous obtenons, compte tenu de (5.158) :

$$-{}_2^3a^- + \frac{C_2^2}{2} = {}_2^3\Delta u \cong c {}_2^3\Delta T$$

Le travail massique donné par la sphère au plan est, selon la première hypothèse :

$${}_2a^- = \frac{1}{3} \cdot \frac{C_2^2}{2}$$

Nous avons donc :

$${}_2\Delta T \cong \frac{2}{3c} \cdot \frac{C_2^2}{2} = \frac{2}{3c} gH = 1.56 \text{ K}$$

La température de la sphère après le choc est donc :

$$\hat{T}_3 = \hat{T}_a + {}_2\Delta T \cong 21.56^\circ \text{C}$$

Accroissement d'entropie

Transformation 1-2

Les équations fondamentales (2.3) donnent, compte tenu des relations précédentes :

$$Tds = 0$$

Par intégration, nous obtenons :

$${}_1\Delta s = 0$$

Donc, l'entropie massique de la sphère n'a pas varié pendant la chute.

Transformation 2-3

Les équations fondamentales (2.3) donnent, compte tenu des relations précédentes :

$$Tds = du \cong c dT$$

$$ds \cong c \frac{dT}{T}$$

Remarquons que cette relation n'est autre que (5.160).

Par intégration, nous obtenons la variation d'entropie massique :

$${}_2\Delta s \cong c \ln \frac{T_3}{T_a} = 0.6675 \text{ J/(K kg)}$$

2.H Relations fondamentales entre fonctions d'état

Description

Nous avons vu au paragraphe 2.2.1 que, moyennant certaines hypothèses, un système peut être considéré comme bivariant.

Hypothèses

- Le système est homogène, chimiquement inerte et en équilibre quasi-statique.

Questions

- Démontrer la relation (2.57).
- Démontrer la relation (2.63).

Solution**Relation (2.57)**

$$du = (\alpha_v - 1) P dv + c_v dT$$

En vertu de la relation (2.9), nous avons :

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv + \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT$$

Compte tenu de la relation (2.29), la dérivée partielle du deuxième terme du membre de droite correspond bien à la chaleur spécifique à volume constant. L'équation de Gibbs (1.127) inclut notamment les fonctions d'état u , v et T et peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{du}{dv} = -P + T \frac{ds}{dv}$$

D'où, à température constante :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = -P + T \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T$$

Relation qui, en introduisant la relation de Maxwell (2.43), devient :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = -P + T \frac{\alpha_v P}{T} = (\alpha_v - 1) P$$

Une autre approche pour retrouver (2.57) consiste, toujours en partant de la relation (2.9), à utiliser le tableau 2.6 du volume I ce qui donne :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = \frac{\alpha_v - 1}{\alpha_v} \frac{\alpha_v P}{1} = (\alpha_v - 1) P \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = \frac{c_v}{\alpha_v} \frac{\alpha_v}{1} = c_v$$

Relation (2.63)

$$ds = \frac{\alpha_v P}{T} dv + c_v \frac{dT}{T}$$

En vertu de l'équation (2.9), nous avons :

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv + \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v dT$$

Compte tenu de la relation (2.28), la deuxième dérivée partielle du membre de droite correspond à :

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v = \frac{c_v}{T}$$

En vertu de la relation de Maxwell (2.43), nous avons :

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \frac{\alpha_v P}{T}$$

Une autre approche pour retrouver (2.63) consiste, toujours en partant de la relation (2.9), à utiliser le tableau 2.6 du volume I ce qui donne :

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \frac{1}{T} \frac{\alpha_v P}{1} = \frac{\alpha_v P}{T} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v = \frac{c_v}{\alpha_v T} \frac{\alpha_v}{1} = \frac{c_v}{T}$$

2.1 Compression de l'oxygène suivant différents chemins

Description

Une masse M d'oxygène est contenue dans un cylindre fermé par un piston. L'oxygène passe d'un état initial 1 à un état final 2 en subissant les transformations suivantes (fig. 2.7).

Chemin 1-2 : transformation adiabate.

Chemin 1-1'-2 : transformation isochore suivie d'une transformation isobare.

Chemin 1-1''-2 : transformation isobare suivie d'une transformation isochore.

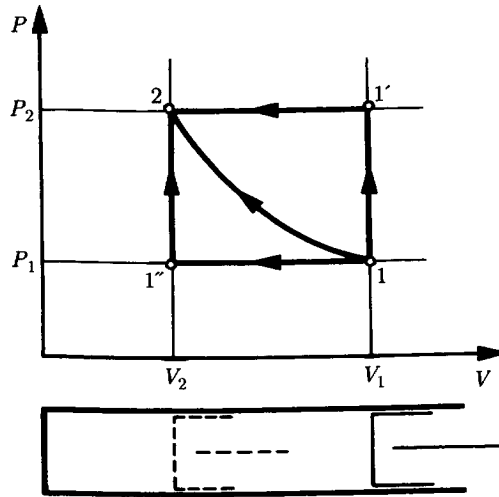


Fig. 2.7

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Toutes les transformations s'effectuent sans dissipation.
- L'oxygène est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial : $V_1 = 50 \text{ dm}^3$
 $P_1 = 3 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 20^\circ \text{C}$
- Volume final : $V_2 = 20 \text{ dm}^3$
- Constante massique de l'oxygène : $r = 0.2598 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isochore de l'oxygène : $c_v = 0.6496 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Déterminer l'état thermodynamique final (P_2, T_2).
- Calculer les énergies-travail et les énergies-chaleur mises en jeu pour les trois chemins.
- Calculer les variations d'énergie interne pour les trois chemins.

Solution

Etat thermodynamique final

Considérons le chemin 1-2. La variation d'entropie est, selon (2.2) et compte tenu de la deuxième hypothèse, caractérisée par :

$$ds = 0$$

La transformation 1-2 est donc isentrope.

Le rapport et le facteur calorifiques sont, selon (2.35), (2.36) et (2.72) :

$$\gamma = \frac{r + c_v}{c_v}$$

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.2857$$

La pression et la température au point 2 sont, compte tenu des équations (2.22), (2.15) et (2.36) ou selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 10.82 \text{ bar}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma = 422.90 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 149.75^\circ \text{C}$$

Energies-travail et énergies-chaleur

Quel que soit le chemin considéré, l'énergie-travail mise en jeu est, selon les équations fondamentales (2.3) et compte tenu des deux premières hypothèses :

$${}_1^2A^+ = - \int_1^2 P dV$$

Chemin 1-2

Les équations (2.22) et (2.23) permettent, pour une transformation isentrope, de poser :

$$PV^\gamma = \text{cste}$$

d'où

$$P = P_1 V_1^\gamma V^{-\gamma} dV$$

En remplaçant l'expression de P dans l'équation du travail, nous obtenons :

$${}_1^2A^+ = -P_1 V_1^\gamma \int_1^2 V^{-\gamma} dV = \frac{P_1 V_1^\gamma}{\gamma - 1} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) = 16.6 \text{ kJ}$$

Une autre approche consiste, à partir des équations fondamentales (2.3), d'en déduire l'expression du travail en fonction de la variation d'énergie interne :

$${}_1^2A^+ = \int_1^2 dU$$

En tenant compte de (2.58) et (2.15) l'expression du travail devient :

$$\begin{aligned} {}^2_1A^+ &= \int_1^2 M c_v dT = M c_v (T_2 - T_1) \\ &= M c_v \left(\frac{P_2 v_2}{r} - \frac{P_1 v_1}{r} \right) = \frac{c_v}{r} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \end{aligned}$$

Cette dernière expression se trouve également dans le tableau 8.6 (vol. I) sachant que :

$$\frac{c_v}{r} = \frac{1}{\gamma - 1}$$

L'énergie-chaleur est évidemment nulle :

$${}^2_1Q^+ = 0 \text{ kJ}$$

Chemin 1-1'-2

Pour le tronçon isochore 1-1', l'énergie-travail est évidemment nulle :

$${}^{1'}_1A^+ = - \int_1^{1'} P dV = 0 \text{ kJ}$$

L'énergie-chaleur est alors, selon le Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) et le tableau 8.1 (vol. I) :

$${}^{1'}_1Q^+ = {}^{1'}_1\Delta U = M c_v (T_{1'} - T_1) > 0$$

La masse d'oxygène est calculée à l'aide de l'équation d'état des gaz parfaits (2.15), appliquée au point 1 :

$$M = \frac{V_1 P_1}{r T_1} = 0.197 \text{ kg}$$

La température au point 1' est calculée à l'aide de la même équation d'état (2.15), appliquée aux points 1 et 1' :

$$T_{1'} = T_1 \frac{P_2}{P_1} = 1\,057.26 \text{ K}$$

L'énergie-chaleur reçue par l'oxygène est finalement, compte tenu des relations précédentes :

$${}^{1'}_1Q^+ = \frac{1}{\gamma - 1} V_1 (P_2 - P_1) = 97.76 \text{ kJ}$$

Pour le tronçon isobare 1'-2, l'énergie-travail reçue par l'oxygène est :

$${}^2_{1'}A^+ = P_2 (V_1 - V_2) = 32.46 \text{ kJ}$$

L'énergie-chaleur est alors, selon le Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)), compte tenu de (1.32) et de (2.60) :

$$\begin{aligned} {}^2_{1'}Q^- &= -{}^{2}_{1'}\Delta U + {}^2_{1'}A^+ = -{}^2_{1'}\Delta U - P_2 (V_2 - V_1) = {}^2_{1'}\Delta H \\ &= -M c_p (T_2 - T_{1'}) \end{aligned}$$

L'énergie-chaleur donnée par l'oxygène est finalement, compte tenu de (2.72) :

$${}^2_1Q^- = -M(r + c_v)(T_2 - T_1) = 113.62 \text{ kJ}$$

Pour le chemin 1-1'-2, nous obtenons les énergies-travail et les énergies-chaleur :

$${}^2_1A^+ = {}^1_1A^+ + {}^2_1A^+ = 32.46 \text{ kJ}$$

$${}^2_1Q^- = -{}^1_1Q^+ + {}^2_1Q^- = 15.86 \text{ kJ}$$

Chemin 1-1''-2

Pour le tronçon isobare 1-1'', les développements sont analogues à ceux effectués pour le tronçon 1'-2. Nous obtenons finalement les énergies-travail et les énergies-chaleur mises en jeu :

$${}^1_1A^+ = P_1(V_1 - V_2) = 9 \text{ kJ}$$

$${}^1_1Q^- = P_1(V_1 - V_2) + Mc_v(T_1 - T_{1''}) = \frac{1}{\gamma} P_1(V_1 - V_2) = 31.50 \text{ kJ}$$

Pour le tronçon isochore 1''-2, les développements sont analogues à ceux effectués pour le tronçon 1-1'. Nous obtenons finalement les énergies-travail et les énergies chaleur :

$${}^2_1A^+ = - \int_{1''}^2 P dV = 0 \text{ kJ}$$

$${}^2_1Q^+ = \frac{1}{\gamma - 1} V_2(P_2 - P_1) = 39.10 \text{ kJ}$$

Pour le chemin 1-1''-2, nous obtenons les énergies-travail et les énergies-chaleur :

$${}^2_1A^+ = {}^1_1A^+ + {}^2_1A^+ = 9 \text{ kJ}$$

$${}^2_1Q^+ = -{}^1_1Q^- + {}^2_1Q^+ = 7.6 \text{ kJ}$$

Variations d'énergie interne

Pour les chemins 1-2, 1-1'-2 et 1-1''-2, les variations d'énergie interne sont, selon le Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) et compte tenu de la première hypothèse :

$${}^2_1\Delta U = {}^2_1A^+ + {}^2_1Q^+ = 16.6 \text{ kJ (chemin 1-2)}$$

$${}^2_1\Delta U = {}^2_1A^+ - {}^2_1Q^- = 16.6 \text{ kJ (chemin 1-1'-2)}$$

$${}^2_1\Delta U = {}^2_1A^+ + {}^2_1Q^+ = 16.6 \text{ kJ (chemin 1-1''-2)}$$

Nous constatons que la variation d'énergie interne entre les états 1 et 2 est la même pour les trois chemins. Elle ne dépend pas du chemin parcouru, mais seulement des états initial 1 et final 2. Cela confirme bien le fait que l'énergie interne est une **fonction d'état**.

Nous constatons par contre que l'énergie-travail et l'énergie-chaleur mises en jeu entre les états 1 et 2 sont différentes pour les trois chemins. Elles dépendent du chemin parcouru, et pas seulement des états initial 1 et final 2. Cela confirme bien le fait que l'énergie-travail et l'énergie-chaleur sont des **grandeurs de parcours** (sect. 1.4).

2.J Compression de l'air dans différentes conditions

Description

Soit un cylindre fermé par un piston et contenant de l'air à l'état initial 1 (fig. 2.8).

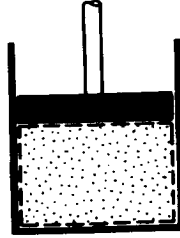


Fig. 2.8

L'air est comprimé de la pression P_1 à la pression P_2 par déplacement du piston ou transfert-chaleur avec l'extérieur, dans différentes conditions, correspondant aux quatre cas suivants :

Cas I Transformation 1-2 v réversible et isochore.

Cas II Transformation 1-2 t réversible et isotherme.

Cas III Transformation 1-2 s réversible et isentrope.

Cas IV :

Transformation 1-2 irréversible et polytrophe (adiabate et avec dissipation).

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- | | |
|---|--|
| • Etat thermodynamique initial : | $P_1 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$ |
| • Pression finale : | $P_2 = 4 \text{ bar}$ |
| • Masse molaire de l'air : | $\tilde{m} = 28.85 \text{ kg/kmol}$ |
| • Chaleur spécifique isobare de l'air : | $c_p = 1.0087 \text{ kJ/(K kg)}$ |
| • Energie-travail massique reçue (cas IV) : | ${}^2_1a^+ = 104 \text{ kJ/kg}$ |

Questions

Pour les cas I à IV, déterminer :

- l'état thermodynamique (v, P, T),
- la variation d'énergie interne massique,
- la variation d'enthalpie massique,
- la variation d'entropie massique,
- la dissipation massique,
- l'énergie-chaleur massique mise en jeu.

Solution**Calculs préliminaires**

La constante massique de l'air est, selon (5.59) et (5.66) :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isochore est, selon (2.72) :

$$c_v = c_p - r = 0.7205 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Le rapport et le facteur calorifiques sont, selon (2.35) et (2.36) :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$$

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.2857$$

Le volume massique initial est, selon l'équation d'état des gaz parfaits (2.15) :

$$v_1 = \frac{rT_1}{P_1} = 0.8448 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La pression finale est la même pour les quatre cas (voir données) :

$$P_2 = 4 \text{ bar}$$

Etat thermodynamique final**Cas I**

Le volume massique final est évidemment :

$$v_{2v} = v_1 = 0.8448 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La température finale est, selon l'équation d'état (2.15) appliquée aux points 1 et 2v :

$$T_{2v} = T_1 \frac{P_2}{P_1} = 1\,172.6 \text{ K} \quad \hat{T}_{2v} = 899.45^\circ\text{C}$$

Cas II

La température finale est évidemment :

$$T_{2t} = T_1 = 293.15 \text{ K} \quad \hat{T}_{2t} = 20^\circ\text{C}$$

Le volume massique final est, selon l'équation d'état (2.15) :

$$v_{2t} = \frac{rT_1}{P_2} = 0.2112 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Cas III

Le volume massique final et la température finale peuvent être déduits de la relation (2.62) ou du tableau 8.6 (vol. I) :

$$v_{2s} = v_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 0.3138 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma} = 435.60 \text{ K} \quad \hat{T}_{2s} = 162.46^\circ\text{C}$$

Cas IV

L'énergie-travail massique reçue par l'air est, selon le Premier Principe (équation (1.26) ou (2.3)) et compte tenu des hypothèses ainsi que de (2.58) :

$${}^2_1a^+ = {}^2_1\Delta u = c_v(T_2 - T_1)$$

La température finale est donc :

$$T_2 = T_1 + \frac{{}^2_1a^+}{c_v} = 437.49 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 164.34^\circ\text{C}$$

Le volume massique final est, selon l'équation d'état (2.15) :

$$v_2 = \frac{rT_2}{P_2} = 0.3152 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Les transformations correspondant aux quatre cas étudiés sont représentées qualitativement dans le diagramme de la figure 2.9.

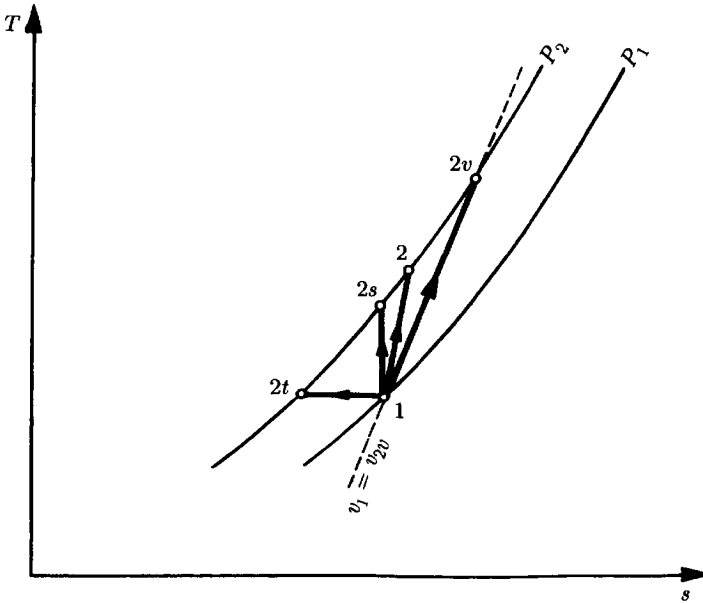


Fig. 2.9

Variation d'énergie interne massique**Cas I à IV**

La variation d'énergie interne massique est, selon (2.58) :

$$\Delta u = c_v \Delta T$$

ce qui donne, pour les quatre cas considérés :

$${}^{2v}_1 \Delta u = c_v(T_{2v} - T_1) = 633.66 \text{ kJ/kg}$$

$${}^{2t}_1 \Delta u = c_v(T_{2t} - T_1) = 0 \text{ kJ/kg}$$

$${}^{2s}_1 \Delta u = c_v(T_{2s} - T_1) = 102.64 \text{ kJ/kg}$$

$${}^2_1 \Delta u = c_v(T_2 - T_1) = 104 \text{ kJ/kg}$$

Variation d'enthalpie massique**Cas I à IV**

La variation d'enthalpie massique est, selon (2.60) :

$$\Delta h = c_p \Delta T$$

ce qui donne, pour les quatre cas considérés :

$${}_1^{2v} \Delta h = c_p (T_{2v} - T_1) = 887.10 \text{ kJ/kg}$$

$${}_1^{2t} \Delta h = c_p (T_{2t} - T_1) = 0 \text{ kJ/kg}$$

$${}_1^{2s} \Delta h = c_p (T_{2s} - T_1) = 143.70 \text{ kJ/kg}$$

$${}_1^2 \Delta h = c_p (T_2 - T_1) = 145.60 \text{ kJ/kg}$$

Variation d'entropie massique**Cas I à IV**

La variation d'entropie massique est, selon (2.66) :

$$\Delta s = -r \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

ce qui donne, pour les quatre cas considérés :

$${}_1^{2v} \Delta s = -r \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_{2v}}{T_1} = 0.9988 \text{ kJ/(K kg)}$$

$${}_1^{2T} \Delta s = -r \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_{2T}}{T_1} = -0.3995 \text{ kJ/(K kg)}$$

$${}_1^{2s} \Delta s = 0 \text{ kJ/(K kg)}$$

$${}_1^2 \Delta s = -r \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.0043 \text{ kJ/(K kg)}$$

Dissipation massique**Cas I à III**

Les transformations considérées étant réversibles, les dissipations massiques sont nulles :

$${}_1^{2v} r = {}_1^{2t} r = {}_1^{2s} r = 0 \text{ kJ/kg}$$

Cas IV

La dissipation massique est, selon les équations fondamentales (2.3) :

$${}_1^2 r = {}_1^2 a^+ + \int_1^2 P dv$$

L'équation (2.22) permet, pour une transformation polytrophe, de poser :

$$Pv^{\gamma\sigma} = \text{cste}$$

et l'intégrale de Pdv prend la forme :

$$\int_1^2 Pdv = \frac{P_1 v_1}{\gamma_\sigma - 1} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma_\sigma} - 1 \right)$$

qui est aussi donnée au tableau 8.7 (vol. I).

Les relations (2.22) et (2.15) permettent d'écrire :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma_\sigma}$$

qui est aussi donnée au tableau 8.7 (vol. I).

Nous en déduisons les facteurs polytropes Γ_σ et γ_σ .

$$\Gamma_\sigma = \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln(P_2/P_1)} = 0.2888$$

$$\gamma_\sigma = \frac{1}{1 - \Gamma_\sigma} = 1.406$$

La dissipation massique est finalement :

$${}^2_1r = {}^2_1a^+ - \frac{P_1 v_1}{\gamma_\sigma - 1} \left[\frac{T_2}{T_1} - 1 \right] = 1.5684 \text{ kJ/kg}$$

Energie-chaleur massique

Cas I

L'énergie-chaleur massique reçue est, compte tenu de (2.2) et du fait que ${}^{2v}_1r = 0$:

$${}^{2v}_1q^+ = \int_1^{2v} Tds$$

L'énergie-chaleur massique reçue est finalement, compte tenu de (1.151) :

$${}^{2v}_1q^+ = {}^{2v}_1\Delta u = 633.66 \text{ kJ/kg}$$

Cas II

L'énergie-chaleur massique donnée est, compte tenu de (2.2) et du fait que ${}^{2t}_1r = 0$:

$${}^{2t}_1q^- = -T_{2t} {}^{2t}_1\Delta s = 117.11 \text{ kJ/kg}$$

Cas III

L'énergie-chaleur massique reçue est, compte tenu de (2.2) et du fait que ${}^{2s}_1r = 0$:

$${}^{2s}_1q^+ = \int_1^{2s} Tds = 0 \text{ kJ/kg}$$

La transformation 1-2s est adiabate.

Cas IV

L'énergie-chaleur massique est évidemment :

$${}^2_1q^+ = 0 \text{ kJ/kg}$$

2.K Remplissage d'une bouteille

Description

Un gaz contenu dans un grand réservoir est utilisé pour remplir une bouteille initialement vide (fig. 2.10).

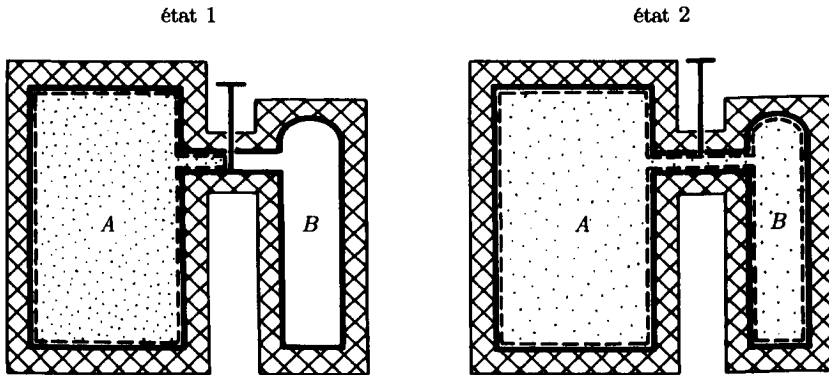


Fig. 2.10

Hypothèses

- Le réservoir et la bouteille sont parfaitement calorifugés.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligeables.
- Le gaz est caractérisé par l'équation d'état des gaz parfaits : $vP = rT$ où r est une constante.

Données

- Volume du compartiment A : $V_A = 100 \text{ m}^3$
- Volume du compartiment B : $V_B = 1 \text{ m}^3$
- Etat initial : $P_1 = 6 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Constante massique du gaz : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Déterminer la variation de l'état thermodynamique du gaz.
- La transformation est-elle réversible ? Donner une réponse quantitative.

Réponses

- $P_2 = 5.94 \text{ bar}$ $\hat{T}_2 = 20^\circ\text{C}$
- La transformation est irréversible. Elle donne lieu à l'accroissement d'entropie massique :
 ${}_1^2\Delta s = 2.868 \text{ J}/(\text{K kg})$

2.L Détente sans dissipation

Description

Un gaz, contenu dans un cylindre fermé par un piston mobile, est détendu de façon très lente d'un état initial 1 à un état final 6. Au cours de l'expérience, les états initial 1 et final 6, ainsi que quatre états intermédiaires sont mesurés. La transformation est représentée dans le diagramme de la figure 2.11.

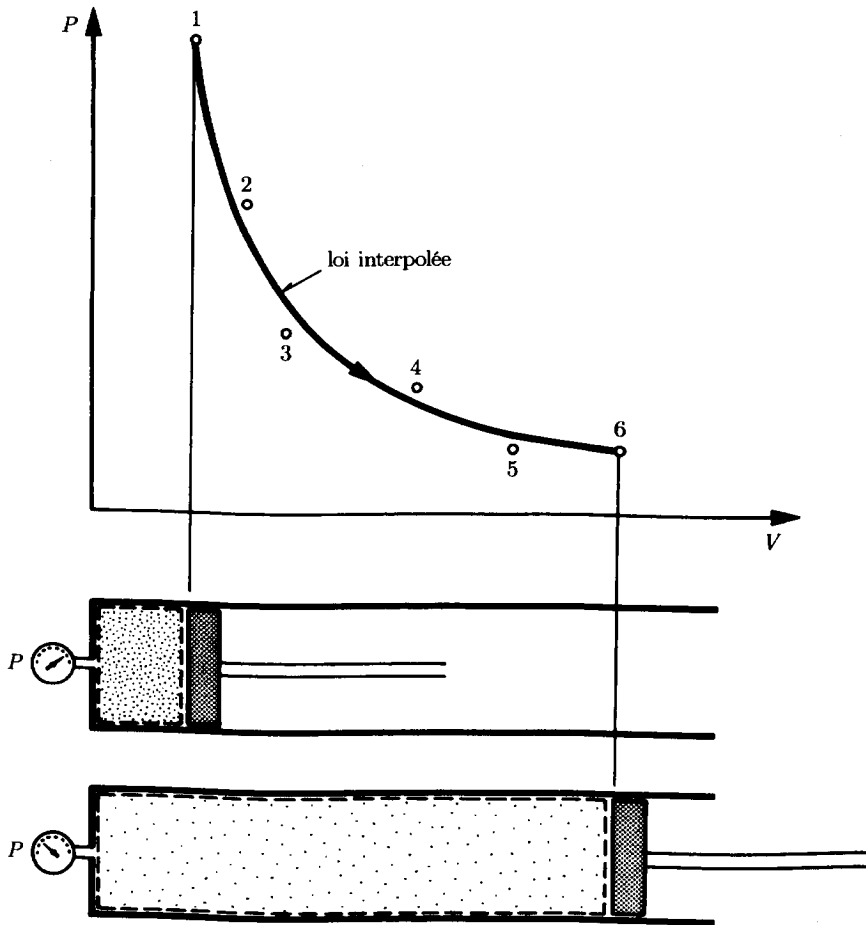


Fig. 2.11

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.

Données

- Etats thermodynamiques mesurés :

Point	V [m ³]	P [Pa]
1	0.03	$15.0 \cdot 10^5$
2	0.04	$10.6 \cdot 10^5$
3	0.05	$8.1 \cdot 10^5$
4	0.07	$5.4 \cdot 10^5$
5	0.10	$3.5 \cdot 10^5$
6	0.16	$2.0 \cdot 10^5$

Questions

- Déterminer par interpolation (méthode des moindres carrés) les constantes γ_σ et C , figurant dans la loi du type $PV^{\gamma_\sigma} = C$ décrivant l'évolution thermodynamique du gaz.
- Calculer l'énergie-travail A^- donnée par le système en utilisant la loi trouvée.

Réponses

- $\gamma_\sigma = 1.205$ $C = 21\,926 \text{ J}$
- $A^- = 63\,721 \text{ J}$

2.M Expérience de Torricelli

Description

Il s'agit d'un tube cylindrique fermé à une extrémité et retourné sur une cuve à mercure. Ce tube contient dans sa partie supérieure un gaz, le reste étant rempli de mercure (fig. 2.12).

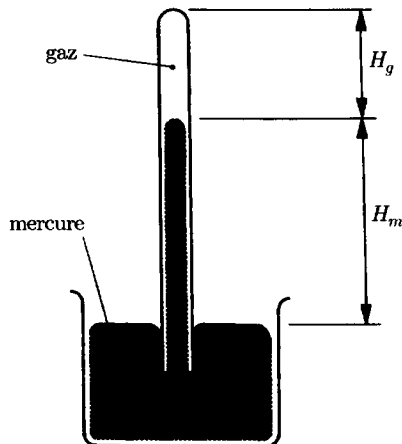


Fig. 2.12

A l'état initial 1, les hauteurs des colonnes de gaz et de mercure sont respectivement H_{g1} et H_{m1} . A l'état final 2, lorsque le tube a été enfoncé d'une certaine hauteur dans la cuve, ces hauteurs deviennent H_{g2} et H_{m2} .

Hypothèses

- La section du tube est constante.
- La température du gaz et du mercure reste constante.
- Le mercure est un fluide incompressible.
- Le gaz est caractérisé par l'équation d'état des gaz parfaits :

$$vP = rT$$

où r est une constante.

Données

- Hauteur initiale de la colonne de gaz : $H_{g1} = 0.1 \text{ m}$
- Hauteur finale de la colonne de gaz : $H_{g2} = 0.05 \text{ m}$
- Hauteur initiale de la colonne de mercure : $H_{m1} = 0.6 \text{ m}$
- Hauteur finale de la colonne de mercure : $H_{m2} = 0.45 \text{ m}$
- Masse volumique du mercure : $\rho_m = 13\,570 \text{ kg/m}^3$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Calculer la pression atmosphérique P_a .

Réponses

- $P_a = 99\,841 \text{ Pa} = 0.998 \text{ bar}$

2.N Relations de Maxwell

Description

Il s'agit de calculer quelques dérivées partielles de l'entropie d'un gaz dont l'état thermodynamique est défini par la pression P_1 et la température T_1 .

Hypothèses

- Le gaz est caractérisé par l'équation d'état de Van der Waals :

$$(v - b) \left(P + \frac{a}{v^2} \right) = rT$$

où a , b et r sont des constantes.

Données

- Etat thermodynamique : $P_1 = 10 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$

- Chaleur spécifique isochore, à l'état 1 : $c_{v1} = 1.641 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare, à l'état 1 : $c_{p1} = 2.145 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Constantes de l'équation d'état : $a = 666.8 \text{ Nm}^4/\text{kg}^2$
 $b = 0.001057 \text{ m}^3/\text{kg}$
 $r = 0.2889 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer les dérivées partielles :

$$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_v \quad \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_P \quad \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T \quad \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T$$

relatives au gaz à l'état thermodynamique défini par P_1 et T_1 .

Réponses

- $\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_v = 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/(\text{K kg})$
- $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_P = 12.631 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{K m}^3)$
- $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = 17.887 \cdot 10^2 \text{ J}/(\text{K m}^3)$
- $\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -29.63 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/(\text{K kg})$

2.0 Compression isotherme

Description

Une masse M d'air est comprimée de manière isotherme à l'aide du système représenté par la figure 2.13.

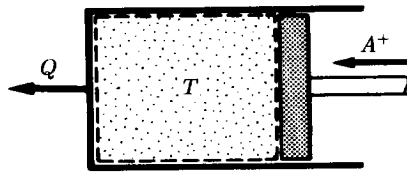


Fig. 2.13

L'air passe d'un état d'équilibre initial 1 à un autre état d'équilibre final 2. Il reçoit l'énergie-travail A^+ et cède l'énergie-chaleur Q^- .

La transformation subie par l'air est illustrée à la figure 2.14.

Hypothèses

- La variation de l'énergie potentielle est négligeable.
- L'air est caractérisé par l'équation d'état de Van der Waals :

$$(v - b) \left(P + \frac{a}{v^2} \right) = rT$$

où a , b et r sont des constantes.

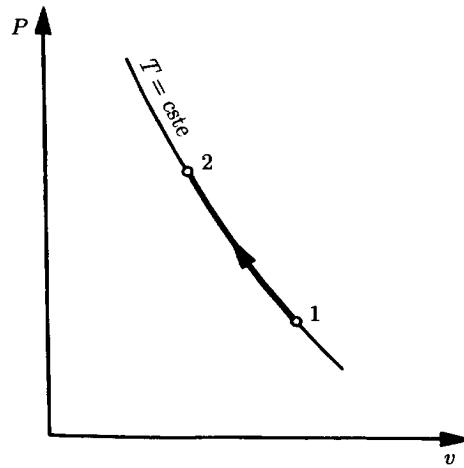


Fig. 2.14

Données

- Etats thermodynamiques de l'air :

Point	v [m ³ /kg]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]
1	0.086847	30	301.67
2	0.028840	—	297.27

- Constantes de l'équation d'état :

$$a = 163.5 \text{ Nm}^4/\text{kg}^2$$

$$b = 0.001268 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$r = 288.28 \text{ J}/(\text{K kg})$$

- Masse de l'air :

$$M = 2 \text{ kg}$$

- Energie-travail reçue par l'air :

$$A^+ = 200 \text{ kJ}$$

Questions

- Calculer les pressions initiale P_1 et finale P_2 .
- Calculer la variation d'énergie interne ΔU .
- Calculer l'énergie-chaleur Q^- donnée par l'air.
- Calculer la dissipation R .

Réponses

- $P_1 = 10.0 \text{ bar}$ $P_2 = 29.7 \text{ bar}$
- $\Delta U = -6.68 \text{ kJ}$
- $Q^- = 206.68 \text{ kJ}$
- $R = 9.61 \text{ kJ}$

Bilans des grandeurs extensives

3.A Collecteur-distributeur d'eau

Description

Soit le collecteur-distributeur d'eau représenté par la figure 3.1.

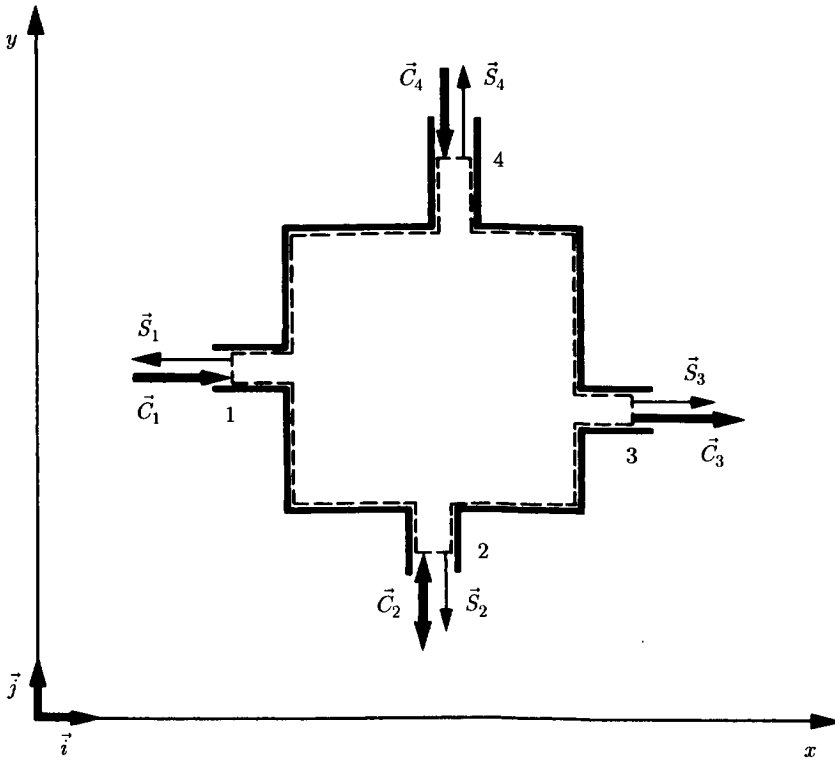


Fig. 3.1

L'eau entre dans le distributeur aux points 1 et 4, en ressort au point 3, tandis que les conditions au point 2 restent à définir.

Hypothèses

- L'écoulement est unidimensionnel dans les sections 1, 2, 3 et 4.
- Le régime est permanent.
- L'eau est un fluide incompressible.

Données

- Sections perpendiculaires aux conduites :

$$S_1 = 0.018 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 0.046 \text{ m}^2$$

$$S_3 = S_4 = 0.037 \text{ m}^2$$
- Vitesses :

$$C_1 = 0.3 \text{ m/s}$$

$$C_3 = 1.5 \text{ m/s}$$

$$C_4 = 7 \text{ m/s}$$

Questions

- Déterminer le sens de l'écoulement et la vitesse au point 2.

Solution

Considérons la frontière représentée dans la figure 3.1.

Le bilan spatial de masse est, selon (3.47) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$\frac{dM}{dt} = \dot{M}_1 + \dot{M}_2 - \dot{M}_3 + \dot{M}_4 = 0$$

Tout débit-masse traversant une section fixe \vec{S} avec une vitesse absolue \vec{C} est, en vertu de (3.7) et (3.9), avec $\vec{C}_f = 0$:

$$\dot{M}^+ = -\rho \vec{C} \cdot \vec{S}$$

Le bilan spatial de masse devient alors, compte tenu de la troisième hypothèse :

$$\rho C_1 S_1 + \dot{M}_2^+ - \rho C_3 S_3 + \rho C_4 S_4 = 0$$

Nous en déduisons le débit-masse :

$$\frac{\dot{M}_2^+}{\rho} = (C_3 S_3 - C_1 S_1 - C_4 S_4) = -0.2089 \text{ m}^3/\text{s}$$

Donc, au point 2, l'eau **sort** du distributeur avec le débit-masse $\dot{M}_2 = 0.2089\rho \text{ kg/s}$ et la vitesse :

$$C_2 = \frac{\dot{M}_2}{\rho S_2} = 4.54 \text{ m/s}$$

Il est intéressant de remarquer que ce résultat est indépendant des orientations des conduites.

3.B Pesée d'un récipient avec écoulements

Description

Soit un récipient placé sur une balance. Il est alimenté avec de l'eau par l'ouverture 1 tandis que de l'eau s'écoule par les ouvertures 2 et 3 (fig. 3.2).

Hypothèses

- Le récipient et la balance sont immobiles.
- Le régime est permanent.
- L'eau est un fluide incompressible.

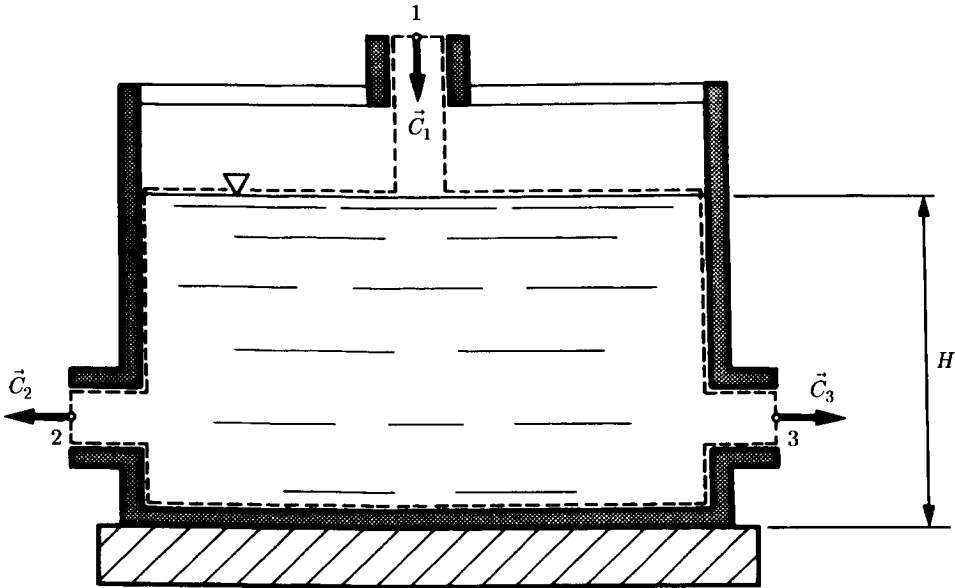


Fig. 3.2

Données

- Hauteur d'eau dans le récipient : $H = 0.6 \text{ m}$
- Section du récipient : $S = 0.15 \text{ m}^2$
- Section de passage des ouvertures : $S_1 = S_2 = S_3 = 0.005 \text{ m}^2$
- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$
- Masse du récipient vide : $M_r = 5 \text{ kg}$
- Vitesse de l'eau à l'entrée : $C_1 = 8 \text{ m/s}$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Déterminer la lecture faite sur la balance lors de la pesée.

Solution

La résultante des forces exercées par l'eau sur les parois du récipient, compte tenu de la deuxième hypothèse, est donnée par le bilan spatial de quantité de mouvement (3.118) :

$$\vec{K} = \dot{M}_1 \vec{C}_1 - \dot{M}_2 \vec{C}_2 - \dot{M}_3 \vec{C}_3 - P_a(\vec{S} - \vec{S}_1) - P_a \vec{S}_1 - P_a \vec{S}_2 - P_a \vec{S}_3 - gM\vec{k}$$

La projection de tous les termes de l'équation ci-dessus sur un axe vertical de sens positif dirigé vers le bas donne la composante verticale de cette force :

$$K_r = \dot{M}_1 C_1 + P_a S + gM$$

Le débit-masse d'eau est obtenu par l'intégration de (3.9), et compte tenu de la première hypothèse :

$$\dot{M}_1 = \rho C_1 S_1$$

La masse d'eau est, selon (3.45) et compte tenu de la troisième hypothèse :

$$M = \rho V = \rho SH$$

La composante verticale de la force exercée par le système sur les parois du récipient est finalement :

$$K_r = \rho C_1^2 S_1 + P_a S + \rho g SH$$

L'équilibre des forces verticales exercées sur le plateau de la balance donne :

$$K_r + gM_r - K_{\text{bal}} - P_a S = 0$$

La force exercée par la balance sur le plateau est finalement :

$$K_{\text{bal}} = \rho C_1^2 S_1 + \rho g SH + gM_r = 1\,252 \text{ N}$$

La lecture faite sur la balance est, en kilogrammes :

$$\frac{K_{\text{bal}}}{g} = 127.6 \text{ kg}$$

3.C Mélange de deux jets liquides

Description

Soit un système destiné à mélanger deux jets liquides pour former un jet unique (fig. 3.3).

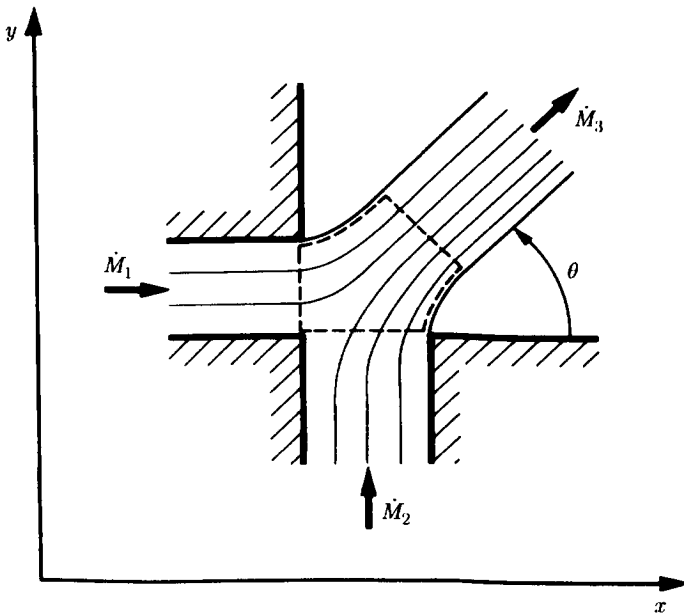


Fig. 3.3

Hypothèses

- Le système est immobile.
- Les deux jets liquides sont constitués du même fluide.
- L'effet de la pesanteur est négligeable.
- Le régime est permanent.
- Le fluide est incompressible.

Données

- Section d'entrée 1 : $S_1 = 0.010 \text{ m}^2$
- Section d'entrée 2 : $S_2 = 0.015 \text{ m}^2$
- Masse volumique du fluide : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
- Débit-masse à travers la section 1 : $\dot{M}_1 = 10 \text{ kg/s}$
- Débit-masse à travers la section 2 : $\dot{M}_2 = 7.5 \text{ kg/s}$

Questions

- Calculer l'angle que fait la vitesse du jet de sortie avec l'horizontale.
- Calculer la vitesse du jet à la sortie.

Solution

Angle du jet de sortie avec l'horizontale

Le bilan spatial de quantité de mouvement (3.118), appliqué au système délimité par la frontière indiquée en pointillés sur la figure 3.3, compte tenu des troisième et quatrième hypothèses, donne :

$$0 = \dot{M}_1 \vec{C}_1 + \dot{M}_2 \vec{C}_2 - \dot{M}_3 \vec{C}_3$$

En projetant tous les termes de l'équation ci-dessus, sur les axes horizontal x et vertical y , nous obtenons les deux équations :

$$\text{sur l'axe } x : 0 = \dot{M}_1 C_1 - \dot{M}_3 C_3 \cos \theta$$

$$\text{sur l'axe } y : 0 = \dot{M}_2 C_2 - \dot{M}_3 C_3 \sin \theta$$

L'élimination de C_3 et \dot{M}_3 entre ces deux équations donne :

$$\text{tg } \theta = \frac{C_2}{C_1} \frac{\dot{M}_2}{\dot{M}_1}$$

En intégrant (3.9) pour les deux sections d'entrée, et en tenant compte des première, deuxième et cinquième hypothèses, nous obtenons finalement :

$$\text{tg } \theta = \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{\dot{M}_2}{\dot{M}_1} \right)^2$$

$$\theta = 0.359 \text{ rad} = 20.6^\circ$$

Vitesse du jet à la sortie

La projection des termes du bilan spatial de quantité de mouvement sur l'axe horizontal x donne :

$$C_3 = C_1 \frac{\dot{M}_1}{\dot{M}_3} \frac{1}{\cos \theta} = C_1 \frac{\dot{M}_1}{\dot{M}_3} \sqrt{1 + \text{tg}^2 \theta}$$

La relation précédente devient, selon (3.9) et (3.47), compte tenu des première et cinquième hypothèses :

$$C_3 = \frac{\dot{M}_1^2}{\rho S_1 (\dot{M}_1 + \dot{M}_2)} \sqrt{1 + \text{tg}^2 \theta}$$

La vitesse du jet à la sortie est finalement, compte tenu de l'expression de $\text{tg} \theta$:

$$C_3 = \frac{1}{\rho (\dot{M}_1 + \dot{M}_2)} \sqrt{\left(\frac{\dot{M}_1^2}{S_1}\right)^2 + \left(\frac{\dot{M}_2^2}{S_2}\right)^2} = 0.61 \text{ m/s}$$

3.D Vidange d'un réservoir

Description

Soit un grand réservoir cylindrique monté sur des roulettes et rempli d'eau (fig. 3.4). Le réservoir et la conduite de sortie sont dans l'atmosphère.

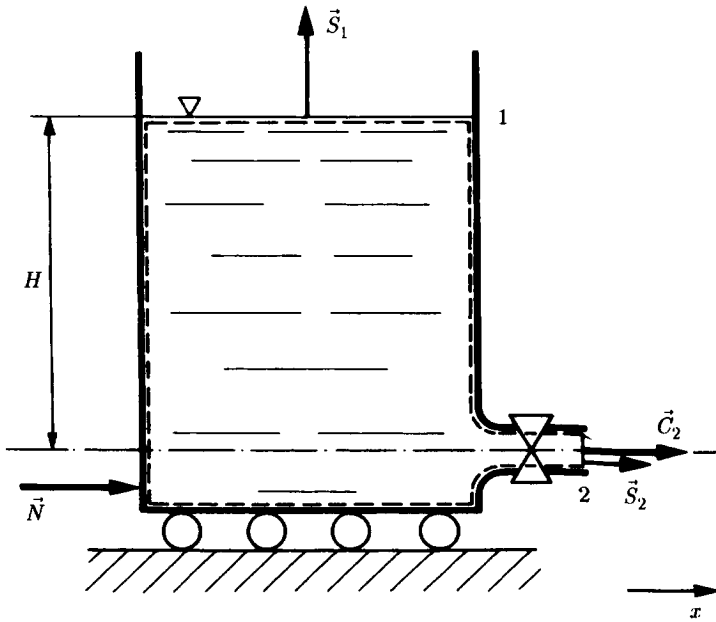


Fig. 3.4

Au temps $t = 0$, la vanne est ouverte complètement et la vidange commence. La hauteur H de la colonne d'eau diminue en fonction du temps. Une force \vec{N} est appliquée afin de maintenir le réservoir immobile.

Hypothèses

- La dissipation est négligée.
- L'eau est un fluide incompressible.

Données

- Section du réservoir : $S_1 = 1.9 \text{ m}^2$
- Section de la conduite de sortie : $S_2 = 0.009 \text{ m}^2$
- Hauteur de la colonne d'eau au temps $t = 0$: $H_0 = 4.8 \text{ m}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1\,011 \text{ kg/m}^3$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Déterminer les lois de variation de la hauteur de la colonne d'eau et de la vitesse de l'eau à la sortie, en fonction du temps. Utiliser notamment les équations fondamentales (4.57).
- Au temps $t^* = 50 \text{ s}$, calculer la hauteur de la colonne d'eau, le débit-volume à la sortie et la force nécessaire pour maintenir le réservoir immobile.

Solution

Lois de variation de la hauteur et de la vitesse

Le bilan spatial de masse (3.47), appliqué au système défini par la frontière indiquée en traits pointillés sur la figure 3.4, donne, compte tenu de (3.9) et de la deuxième hypothèse :

$$\frac{d}{dt}(\rho S_1 H) = -\rho C_2 S_2$$

$$S_1 \frac{dH}{dt} = -C_2 S_2$$

En admettant, en première approximation, que l'écoulement est quasi permanent, nous obtenons, selon les équations fondamentales (4.57) et compte tenu de la première hypothèse :

$$d\frac{C^2}{2} + g dZ = -v dP$$

Nous avons, par intégration entre les sections 1 et 2 :

$$\frac{C_2^2}{2} - gH = -v(P_2 - P_1) = 0$$

$$C_2 = \sqrt{2gH}$$

Nous obtenons, par élimination de C_2 , l'équation différentielle :

$$S_1 \frac{dH}{dt} + S_2 \sqrt{2gH} = 0$$

dont la résolution donne la loi de variation de la hauteur de la colonne d'eau :

$$H = \left(\sqrt{H_0} - \frac{S_2}{S_1} \frac{\sqrt{2g}}{2} t \right)^2$$

La loi de variation de la vitesse de l'eau à la sortie est donc :

$$C_2 = \sqrt{2gH_0} - \frac{S_2}{S_1} g t$$

Hauteur, débit-volume et force, au temps $t^* = 50$ s

La hauteur de la colonne d'eau est, au temps t^* :

$$H^* = \left(\sqrt{H_0} - \frac{S_2}{S_1} \frac{\sqrt{2g}}{2} t^* \right)^2 = 2.78 \text{ m}$$

Le débit-volume à la sortie est, au temps t^* :

$$\dot{V}_2^* = S_2 C_2^*$$

$$\dot{V}_2^* = S_2 \sqrt{2gH^*} = 0.0664 \text{ m}^3/\text{s}$$

L'écoulement étant encore admis quasi permanent, le bilan spatial de quantité de mouvement (3.118) donne, en projection sur l'axe horizontal x , la relation :

$$0 = -C_2(\rho C_2 S_2) - K - P_a S_2$$

dans laquelle P_a est la pression atmosphérique.

La composante horizontale de la résultante des forces exercées par l'eau sur les parois intérieures du réservoir est donc :

$$K = -(\rho C_2^2 + P_a) S_2$$

La composante horizontale de la résultante des forces exercées par la pression atmosphérique P_a sur les parois extérieures du réservoir est précisément égale à l'expression $P_a S_2$.

La force horizontale nécessaire pour maintenir le réservoir immobile, est donc finalement, au temps t^* :

$$N^* = -(K^* + P_a S_2) = \rho C_2^2 S_2$$

$$N^* = 2\rho g H^* S_2 = 495.7 \text{ N}$$

Cette force étant positive, elle doit être dirigée de la gauche vers la droite, comme l'indique la figure 3.4.

3.E Propulsion d'un bateau**Description**

Soit un bateau utilisant un système hydraulique. L'eau est introduite par la section 1 à la vitesse C_1 du bateau et elle est chassée de la section 2 à une vitesse C_2 plus élevée (fig. 3.5). Le moteur du bateau consomme sous forme de combustible une puissance \dot{E} , et le bateau subit une poussée \vec{K} .

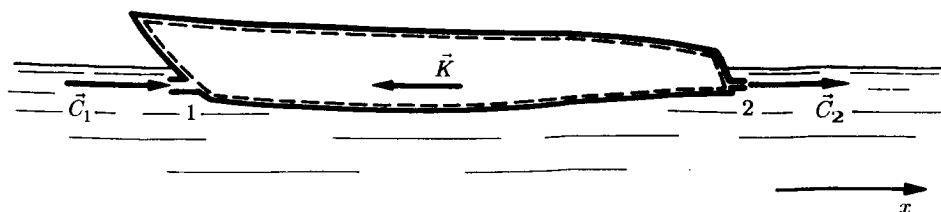


Fig. 3.5

Hypothèses

- Les forces de pression au droit des sections fluides 1 et 2 se compensent.
- Le régime est permanent.
- L'eau est incompressible.

Données

- Section d'entrée : $S_1 = 0.093 \text{ m}^2$
- Vitesse du bateau : $C_1 = 13 \text{ m/s}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1011 \text{ kg/m}^3$
- Poussée : $|K| = 2224 \text{ N}$
- Puissance consommée : $\dot{E} = 150 \text{ kW}$

Questions

- Calculer la section de sortie.
- Calculer la puissance propulsive, l'efficacité propulsive et l'efficacité globale du système.

Solution

Section de sortie

Le bilan spatial de masse (3.47), appliqué au système défini par la frontière indiquée en traits pointillés sur la figure 3.5, donne, compte tenu de (3.9) et de la troisième hypothèse :

$$0 = \dot{M}_1 - \dot{M}_2 = \rho C_1 S_1 - \rho C_2 S_2$$

$$C_2 = C_1 \frac{S_1}{S_2}$$

Le bilan spatial de quantité de mouvement (3.118) donne, en projection sur l'axe horizontal x et compte tenu des hypothèses :

$$0 = C_1(\rho C_1 S_1) - C_2(\rho C_2 S_2) + K$$

En éliminant C_2 entre les deux relations précédentes, nous obtenons la section de sortie :

$$S_2 = \frac{\rho C_1^2 S_1^2}{\rho C_1^2 S_1 + K} = 0.0816 \text{ m}^2$$

Puissance propulsive et efficacité propulsive du système

La vitesse de l'eau à la sortie est :

$$C_2 = C_1 \frac{S_1}{S_2} = 14.8 \text{ m/s}$$

La puissance motrice du système hydraulique, correspondant à l'accroissement de l'énergie cinétique de l'eau, est :

$$\dot{E}_e = \dot{M} \left(\frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} \right)$$

La puissance propulsive de l'écoulement est :

$$\dot{E}_p = K C_1 = 28912 \text{ W} = 28.912 \text{ kW}$$

L'efficacité propulsive du système est donc :

61J

$$\epsilon_p = \frac{\dot{E}_p}{\dot{E}_e} = \frac{2KC_1}{\dot{M}(C_2^2 - C_1^2)} \quad \text{avec } K = \dot{M}(C_2 - C_1)$$
$$\epsilon_p = \frac{2}{1 + (C_2/C_1)} = 0.935 = 93.5 \%$$

L'efficacité globale du système est :

$$\epsilon = \frac{\dot{E}_p}{\dot{E}} = 0.193 = 19.3 \%$$

3.F Lancement d'une fusée

2'

166

Description

q6

Une fusée, ayant une masse initiale M_{F0} , est lancée verticalement. La combustion du combustible et du comburant embarqués donne des gaz qui sont éjectés dans l'atmosphère à très haute vitesse à travers une tuyère.

62

12-

Hypothèses

- La résultante des forces exercées par la pression au droit de la section sortie de la tuyère est nulle.
- Les vitesses relatives du combustible et du comburant par rapport à la fusée sont négligeables.
- Le débit-masse et la vitesse relative des gaz de combustion sont constants
- La résistance de l'air est négligeable.

Données

- Vitesse relative des gaz de combustion par rapport à la fusée, à la section de sortie de la tuyère : $W_G = 980 \text{ m/s}$
- Masse initiale de la fusée : $M_{F0} = 400 \text{ kg}$
- Débit-masse des gaz de combustion : $\dot{M}_G = 4.5 \text{ kg/s}$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Etudier l'évolution de l'accélération de la fusée en fonction du temps et déduire son accélération initiale.
- Etudier l'évolution de la vitesse de la fusée en fonction du temps et en déduire sa vitesse après 10 secondes de vol.

lution

II.

accélération

Considérons la fusée représentée par la figure 3.6. Le bilan spatial de masse Enne, selon (3.47) et en tenant compte du fait que la masse M_F de la fusée varie en fonction du temps :

$$\frac{dM_F}{dt} = -\dot{M}_G$$

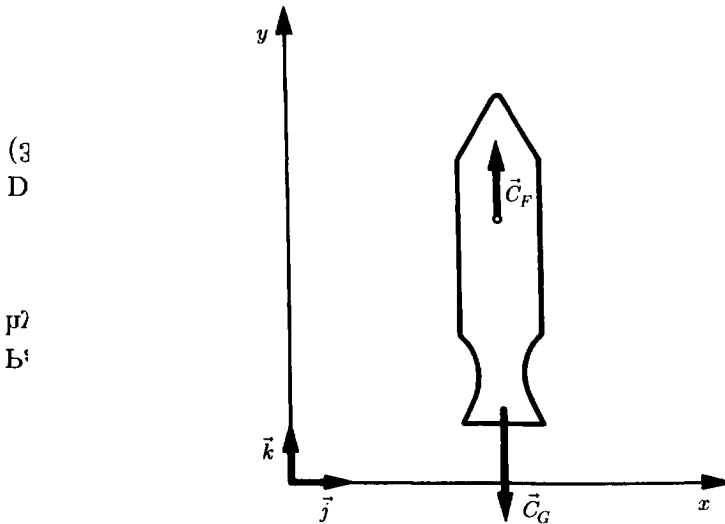


Fig. 3.6

Par intégration entre 0 et t secondes, nous obtenons, compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$M_F - M_{F0} = -\dot{M}_G t$$

$$M_F = M_{F0} - \dot{M}_G t$$

D'autre part, le bilan spatial de quantité de mouvement donne, selon (3.114), (3.118) et compte tenu des premières et quatrième hypothèses :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho \vec{C} dV = \iint_{F_r} \vec{C} d\dot{M}^+ - g M_F \vec{k}$$

$$\frac{d}{dt} (M_F \vec{C}_F) = -\dot{M}_G \vec{C}_G - g M_F \vec{k}$$

$$M_F \vec{a}_F - \dot{M}_G \vec{C}_F = -\dot{M}_G \vec{C}_G - g M_F \vec{k}$$

où \vec{a}_F est l'accélération de la fusée.

En tenant compte du fait que la vitesse relative des gaz de combustion est :

$$\vec{W}_G = \vec{C}_G - \vec{C}_F$$

nous obtenons :

$$M_F \vec{a}_F = -\dot{M}_G \vec{W}_G - g M_F \vec{k}$$

Par projection sur l'axe vertical y , nous obtenons l'accélération de la fusée en fonction du temps :

$$a_F = \frac{\dot{M}_G W_G}{M_{F0} - \dot{M}_G t} - g$$

L'accélération initiale de la fusée est alors :

$$a_{F0} = \frac{\dot{M}_G W_G}{M_{F0}} - g = 1.215 \text{ m/s}^2$$

Vitesse

Etant donné que $a_F = dC_F/dt$

$$dC_F = \frac{\dot{M}_R W_G}{M_{F0} - \dot{M}_G t} dt - g dt$$

Par intégration entre 0 et t secondes, nous obtenons :

$$C_F = -W_G \ln \left(1 - \frac{\dot{M}_G}{M_{F0}} t \right) - gt$$

Après un temps de vol $t_1 = 10 \text{ s}$, la vitesse de la fusée est :

$$C_{F1} = -W_G \ln \left(1 - \frac{\dot{M}_G}{M_{F0}} t_1 \right) - gt_1 = 18.86 \text{ m/s}$$

3.G Embranchement

Description

Soit le système constitué d'une canalisation avec un soutirage, et dans lequel circule de l'eau (fig. 3.7).

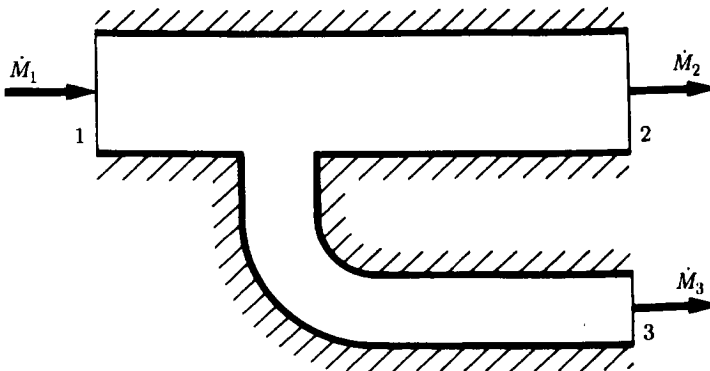


Fig. 3.7

Hypothèses

- Le système est immobile.
- Le régime est permanent.
- L'eau est un fluide incompressible.

Données

- Sections d'entrée 1 et de sortie 2 : $S_1 = S_2 = 0.0125 \text{ m}^2$
- Section de sortie 3 : $S_3 = 0.008 \text{ m}^2$
- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
- Débit-masse d'eau à travers la section 1 : $\dot{M}_1 = 25 \text{ kg/s}$
- Débit-masse d'eau à travers la section 3 : $\dot{M}_3 = 10 \text{ kg/s}$

Question

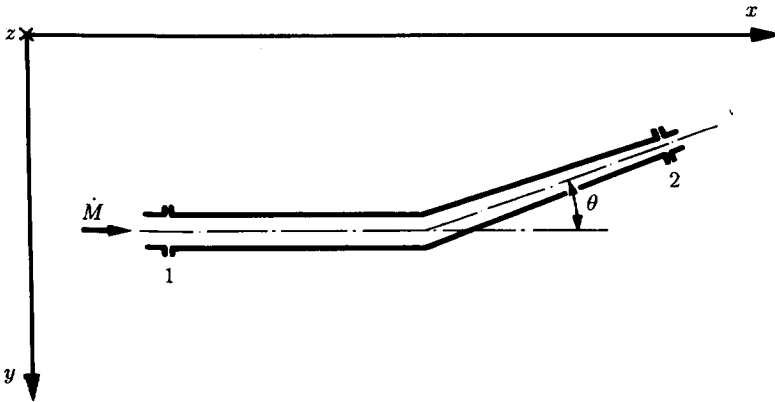
- Calculer la vitesse de l'eau dans chaque section.

Réponses

- $C_1 = 2 \text{ m/s}$ $C_2 = 1.2 \text{ m/s}$ $C_3 = 1.25 \text{ m/s}$

3.H Force de réaction sur une conduite coudée**Description**

Soit une conduite coudée dont l'axe est situé dans un plan horizontal (fig. 3.8). Du pétrole s'écoule dans cette conduite avec un débit-masse \dot{M} . La conduite est maintenue fixe par des forces d'ancrage dont la résultante est \vec{N} .

**Fig. 3.8**

Le système est décrit dans le système orthonormé $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, l'axe \vec{z} ayant le même sens que le champ de gravité terrestre.

Hypothèses

- La variation de l'énergie potentielle est négligée.
- La dissipation est négligée.
- Le régime est permanent.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le pétrole est un fluide incompressible.

Données

- Diamètre de la section 1 : $D_1 = 0.1 \text{ m}$
- Diamètre de la section 2 : $D_2 = 0.05 \text{ m}$
- Masse de la conduite : $M = 0.8 \text{ kg}$
- Volume de la conduite : $V = 0.005 \text{ m}^3$
- Angle du coude : $\theta = 30^\circ$
- Pression atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
- Pression dans la section 1 : $P_1 = 5 \text{ bar}$
- Masse volumique du pétrole : $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$
- Débit-masse du pétrole : $\dot{M} = 50 \text{ kg/s}$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Calculer la pression P_2 dans la section 2 en utilisant notamment les équations fondamentales (4.57).
- Déterminer le module et la direction de la résultante \vec{N} des forces d'ancrage qu'il faut exercer pour maintenir la conduite fixe.

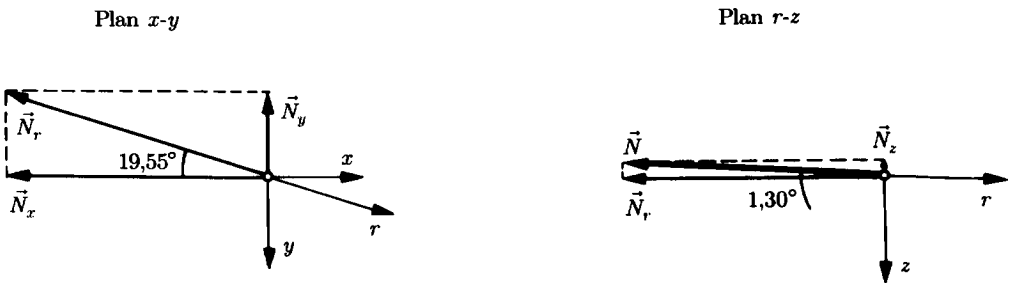


Fig. 3.9

Réponses

- $P_2 = 1.62 \text{ bar}$
- $|\vec{N}| = 2297.2 \text{ N}$

La force \vec{N} est située dans un plan vertical r - z faisant un angle de 19.55° avec le plan vertical x - z . Dans le plan r - z , elle fait un angle de 1.30° avec le plan horizontal x - r (fig. 3.9).

3.1 Poussée d'un turboréacteur

Description

Il s'agit de déterminer la poussée d'un turboréacteur en fonction de sa vitesse de déplacement (fig. 3.10).

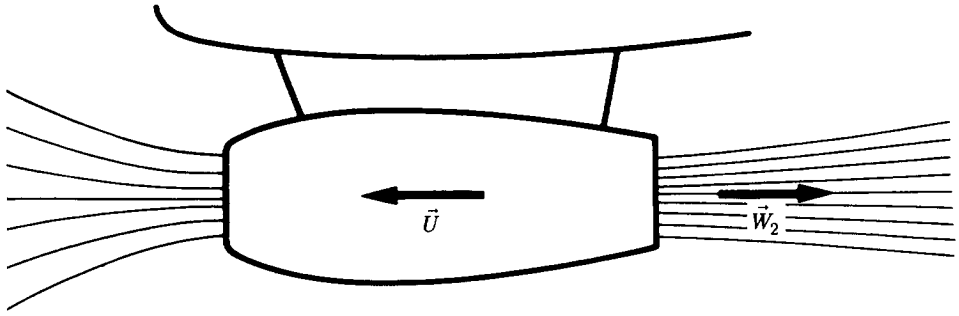


Fig. 3.10

ypothèses

- L'effet aérodynamique sur le carénage du turboréacteur est négligé.
- La vitesse de l'air à l'entrée du turboréacteur est négligeable.

B Le régime est permanent.

onnées

- Vitesse nominale de déplacement : $U = 220 \text{ m/s}$
- Vitesse relative du jet à la sortie : $W_2 = 550 \text{ m/s}$
- Débit-masse d'air dans le turboréacteur : $\dot{M} = 50 \text{ kg/s}$

Questions

- Calculer la force K_0 qu'exerce le turboréacteur sur ses points d'attache (poussée) lorsque l'avion est au point fixe (vitesse nulle).
- Calculer la force K_n qu'exerce le turboréacteur sur ses points d'attache à la vitesse nominale.

D

éponses

- $K_0 = 27\,500 \text{ N}$
- $K_n = 16\,500 \text{ N}$

H

Systèmes ouverts, en régime permanent

4.A Cheminée d'une centrale thermique

Description

Considérons la cheminée d'une centrale thermique, représentée dans la figure 4.1.

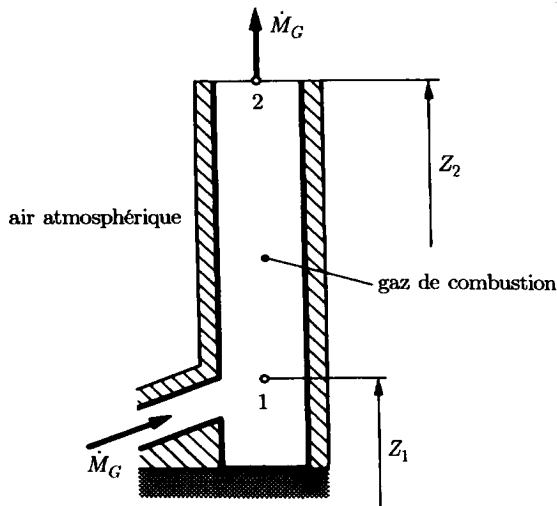


Fig. 4.1

Pour simplifier, on admet que la cheminée a un diamètre intérieur constant. Elle est traversée par les gaz de combustion avec un débit-masse \dot{M}_G .

Au pied de la cheminée (altitude Z_1), on mesure :

- les températures \hat{T}_A de l'air atmosphérique et \hat{T}_G des gaz de combustion,
- la pression P_{A1} de l'air atmosphérique,
- la différence ΔP entre la pression de l'air atmosphérique et la pression statique des gaz de combustion.

Hypothèses

- La température de l'air atmosphérique ne varie pas entre le pied et le sommet de la cheminée.
- L'air atmosphérique est pratiquement au repos.
- Le coefficient de perte de charge dans la cheminée est constant.
- L'écoulement des gaz de combustion est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz parfaits.
- La cheminée est parfaitement calorifugée.

Données

- Hauteur de la cheminée : $H = Z_2 - Z_1 = 100 \text{ m}$
- Section intérieure de la cheminée : $S = 9 \text{ m}^2$
- Pression de l'air atmosphérique au pied de la cheminée : $P_{A1} = 0.94 \text{ bar}$
- Température de l'air atmosphérique : $\hat{T}_A = 17^\circ \text{C}$
- Dépression au pied de la cheminée : $\Delta P = P_{A1} - P_{G1} = 3 \text{ mbar}$
- Masse molaire de l'air atmosphérique : $\tilde{m}_A = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Température des gaz de combustion au pied de la cheminée : $\hat{T}_{G1} = 146^\circ \text{C}$
- Masse molaire des gaz de combustion : $\tilde{m}_G = 29.18 \text{ kg/kmol}$
- Débit-masse des gaz de combustion : $\dot{M}_G = 150 \text{ kg/s}$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
- Chaleur spécifique à pression constante des gaz de combustion : $c_p = 1073 \text{ J/(K kg)}$

Questions

- Calculer la pression statique des gaz de combustion au sommet de la cheminée.
- Calculer la température T_{G2} et la vitesse C_{G2} .
- Calculer la dissipation massique relative aux gaz de combustion entre le pied et le sommet de la cheminée en intégrant sur la pression avec une valeur moyenne de la température.
- Estimer la dépression au pied de la cheminée que l'on aurait mesurée si le débit-masse des gaz de combustion avait été doublé.

Solution

Pression

Considérons une colonne d'air atmosphérique verticale comme s'écoulant en régime permanent avec une vitesse qui tend vers 0. Les équations fondamentales (4.57), appliquées à l'air entre le pied et le sommet de la cheminée, donnent, compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$gdZ = -vdP$$

Par intégration entre les points 1 et 2, nous obtenons, compte tenu des première et avant dernière hypothèses (équation d'état (5.71)) :

$$gH = -r_A T_A \ln \frac{P_{A2}}{P_{A1}}$$

La constante massique de l'air est, selon (5.66) et (5.59) :

$$r_A = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_A} = 288.2 \text{ J/(K kg)}$$

Les pressions statiques de l'air et des gaz de combustion sont égales au sommet de la cheminée :

$$P_{A2} = P_{G2}$$

La pression statique des gaz de combustion au sommet de la cheminée est finalement :

$$P_{G2} = P_{A1} e^{-gH/(r_A T_A)} = 0.929 \text{ bar}$$

Température et vitesse des gaz en 2

La constante massique des gaz de combustion est, selon (5.66) et (5.59) :

$$r_G = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_G} = 284.9 \text{ J/(K kg)}$$

La pression statique des gaz de combustion au pied de la cheminée est :

$$P_{G1} = P_{A1} - \Delta P = 0.937 \text{ bar}$$

Etant donné les quatre dernières hypothèses, les équations fondamentales (4.57), appliquées aux gaz de combustion entre le pied et le sommet de la cheminée, donnent :

$$d\frac{C^2}{2} + gdZ + \delta r = -vdP = -dh + \delta r$$

Par intégration entre les points 1 et 2 nous obtenons, compte tenu des deux dernières hypothèses (équations d'état (5.71) et de continuité (4.8)) :

$$\frac{C_{G2}^2}{2} - \frac{C_{G1}^2}{2} + gH = c_p (T_{G1} - T_{G2})$$

$$\rho_{G1} S C_{G1} = \rho_{G2} S C_{G2}$$

donc :

$$\frac{P_{G1} C_{G1}}{T_{G1}} = \frac{P_{G2} C_{G2}}{T_{G2}}$$

La résolution du système d'équations à deux inconnues ci-dessus donne :

$$C_{G2} = 21.38 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad \hat{T}_{G2} = 145.08^\circ \text{C}$$

Dissipation massique

Par l'intégration entre les points 1 et 2 de l'intégrale de $v dP$ et en considérant une température moyenne des gaz de combustion, on obtient :

$$\int_1^2 v dP = -1018.3 \text{ J/kg}$$

La dissipation massique relative aux gaz de combustion entre le pied et le sommet de la cheminée est finalement :

$$r = - \int_1^2 v dP - \left(\frac{C_{G2}^2}{2} - \frac{C_{G1}^2}{2} \right) - gH = 34.37 \text{ J/kg}$$

Dépression

La dissipation massique relative aux gaz de combustion entre le pied et le sommet de la cheminée est aussi, selon (4.131) et la quatrième hypothèse :

$$r = \int_1^2 \frac{\lambda_r}{R_h} \frac{C_G^2}{2} dZ = \frac{\lambda_r}{2R_h} \int_1^2 C_G^2 dZ$$

La relation (4.8) donne, compte tenu de l'équation d'état (5.71) et du fait que la variation de P_G est très faible :

$$C_G = \frac{\dot{M}_G r_G T_G}{SP_G} \approx \dot{M}_G$$

La vitesse C_G est donc proportionnelle au débit-masse \dot{M}_G , de sorte que la dissipation massique est proportionnelle au carré du débit-masse \dot{M}_G . Donc, si le débit-masse \dot{M}_G avait été doublé ($\dot{M}'_G = 2\dot{M}_G$), la dissipation massique r aurait été quadruplée ($r' = 4r$). La dépression que l'on aurait mesurée dans ce cas est alors :

$$\begin{aligned} \Delta P' &= P_{A1} - P_{G1'} = P_{A1} - P_{G2} e^{((C_{G2'}^2/2) - (C_{G1'}^2/2) + gH + r') / (r\bar{T})} \\ &= 2.1 \text{ mbar} \end{aligned}$$

4.B Installation de chauffage central d'un bâtiment

Description

Considérons l'installation de chauffage central d'un bâtiment, équipée d'une chaudière alimentée en hydrocarbure (fig. 4.2).

La chaudière assure d'une part la production d'eau chaude sanitaire et, d'autre part, le chauffage de l'eau d'alimentation des corps de chauffe du bâtiment.

Le réglage du chauffage est obtenu par variation de la température d'entrée (point 2) de l'eau dans les corps de chauffe. Cela est réalisé par une vanne mélangeuse à trois voies dans laquelle l'eau de départ provenant de la chaudière (point 1') est mélangée à une partie de celle de retour des corps de chauffe (point 3').

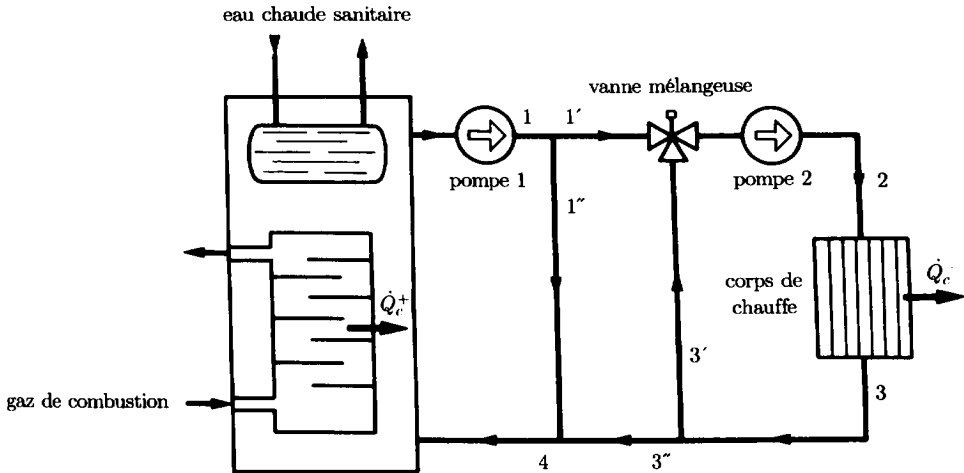


Fig. 4.2

Pour éviter la condensation de la vapeur d'eau des gaz de combustion dans la chaudière, on assure un réchauffage de l'eau de retour (point 3'') par l'injection dans cette dernière d'une partie de l'eau de départ (point 1'), cela en donnant à la pompe 1 un débit supérieur à celui de la pompe 2.

Nous envisageons deux cas de fonctionnement :

Cas I régime nominal, charge maximale

La vanne mélangeuse a une position telle que le débit de l'eau de retour $\dot{M}_{3'}$ est annulé.

Cas II charge partielle

La vanne mélangeuse a une position intermédiaire, de sorte que le débit d'eau de retour $\dot{M}_{3'}$ n'est pas nul.

Hypothèses

- Les puissances électriques nécessaires pour l'entraînement des pompes sont négligées.
- Tous les éléments de l'installation, à l'exception des corps de chauffe, sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée dans tous les éléments de l'installation.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.

Données

- Température de l'eau au point 1 : $\hat{T}_1 = 80^\circ\text{C}$
- Température de l'eau au point 2 :
 Cas I : $\hat{T}_2 = \hat{T}_1$
 Cas II : $\hat{T}_2 = 48^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c = 4.185 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

- Débit-masse de l'eau au point 1 : $\dot{M}_1 = 0.372 \text{ kg/s}$
- Débit-masse de l'eau au point 2 : $\dot{M}_2 = 0.283 \text{ kg/s}$
- Puissance-chaleur donnée par le corps de chauffe :
 - Cas I : $\dot{Q}_h^- = 30 \text{ kW}$
 - Cas II : $\dot{Q}_h^- = 14 \text{ kW}$

Questions

- Pour le cas I et II, calculer les températures et les débits-masse de l'eau aux points 1, 1', 1'', 2, 3, 3', 3'' et 4.

Solution

Etant donné les deux dernières hypothèses, les équations fondamentales (4.57) donnent, compte tenu des première, troisième et quatrième hypothèses :

$$vdP = 0$$

La pression est donc constante le long de tout le circuit.

Les mêmes équations (4.57) donnent, compte tenu en plus de la deuxième hypothèse :

$$dh = 0$$

L'enthalpie est donc constante le long du circuit à l'exception de la chaudière et des corps de chauffe. Pour ces derniers, la variation d'enthalpie dépend du transfert-chaleur, selon la relation :

$$dh = \delta q^+$$

Les états thermodynamiques aux points 1, 1' et 1'', ainsi que ceux aux points 3, 3' et 3'' sont identiques. En particulier, les températures correspondantes sont égales :

$$\hat{T}_1 = \hat{T}_{1'} = \hat{T}_{1''} = 80^\circ\text{C}$$

$$\hat{T}_3 = \hat{T}_{3'} = \hat{T}_{3''}$$

La puissance-chaleur donnée par l'eau aux corps de chauffe est, compte tenu de (5.159) :

$$\dot{Q}_h^- = \dot{M}_2 c (\hat{T}_2 - \hat{T}_3)$$

La température aux points 3, 3' et 3'' est donc :

$$\begin{aligned} \hat{T}_3 = \hat{T}_{3'} = \hat{T}_{3''} = \hat{T}_2 - \frac{\dot{Q}_h^-}{\dot{M}_2 c} &= 54.67^\circ\text{C} \text{ pour le cas I} \\ &= 36.18^\circ\text{C} \text{ pour le cas II} \end{aligned}$$

La puissance-chaleur reçue de la chaudière est, compte tenu de (5.159) :

$$\dot{Q}_c^+ = \dot{M}_1 c (\hat{T}_1 - \hat{T}_4)$$

En vertu du Premier Principe (équation (1.22)) appliqué à l'installation et compte tenu des hypothèses, la puissance-chaleur reçue par l'eau dans la chaudière est égale à celle donnée par l'eau aux corps de chauffe :

$$\dot{Q}_c^+ = \dot{Q}_h^-$$

La température au point 4 est finalement :

$$\hat{T}_4 = \hat{T}_1 - \frac{\dot{Q}_h^-}{\dot{M}_1 c} = 60.73^\circ\text{C pour le cas I}$$

$$= 71^\circ\text{C pour le cas II}$$

Le bilan spatial de masse (1.50) donne les relations :

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_{1'} + \dot{M}_{1''} = \dot{M}_4 = \dot{M}_{1''} + \dot{M}_{3''}$$

$$\dot{M}_2 = \dot{M}_{1'} + \dot{M}_{3'} = \dot{M}_3 = \dot{M}_{3'} + \dot{M}_{3''}$$

Cas I

Les relations précédentes donnent les débits-masse :

$$\begin{aligned}\dot{M}_{1'} &= \dot{M}_2 &&= 0.283 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_{1''} &= \dot{M}_1 - \dot{M}_{1'} &&= 0.089 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_3 &= \dot{M}_2 &&= 0.283 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_{3'} &&&= 0 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_{3''} &= \dot{M}_2 &&= 0.283 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_4 &= \dot{M}_1 &&= 0.372 \text{ kg/s}\end{aligned}$$

Cas II

En vertu du Premier Principe (équation (1.47)), appliqué à la vanne mélangeuse, nous avons, compte tenu des hypothèses et de (5.159) :

$$\begin{aligned}\dot{M}_{1'} h_1 + \dot{M}_{3'} h_3 &= \dot{M}_2 h_2 &&= (\dot{M}_{1'} - \dot{M}_{3'}) h_2 \\ \dot{M}_{1'} (h_1 - h_2) &= \dot{M}_{3'} (h_2 - h_3) &&= (\dot{M}_2 - \dot{M}_{1'}) (h_2 - h_3) \\ \dot{M}_{1'} (h_1 - h_3) &= \dot{M}_2 (h_2 - h_3)\end{aligned}$$

Les relations précédentes donnent, compte tenu de (5.159), les débits-masse :

$$\begin{aligned}\dot{M}_{1'} &= \dot{M}_2 \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_3} = 0.0763 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_{1''} &= \dot{M}_1 - \dot{M}_{1'} = 0.2957 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_3 &= \dot{M}_2 = 0.283 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_{3'} &= \dot{M}_2 - \dot{M}_{1'} = 0.2067 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_{3''} &= \dot{M}_{1'} = 0.0763 \text{ kg/s} \\ \dot{M}_4 &= \dot{M}_1 = 0.372 \text{ kg/s}\end{aligned}$$

4.C Gonflage d'un pneu

Description

Soit le pneu d'une roue d'automobile, supportant une charge F (fig. 4.3). Pour gonfler ce pneu, nous le relierons à un réservoir d'air comprimé dont l'état thermodynamique est caractérisé par la pression P_r et la température T_r . L'opération de gonflage fait passer l'état thermodynamique de l'air à l'intérieur de la chambre à air d'un état initial 1 à un état final 2. Au cours de cette opération, le moyeu de la roue s'élève d'une hauteur ΔH .

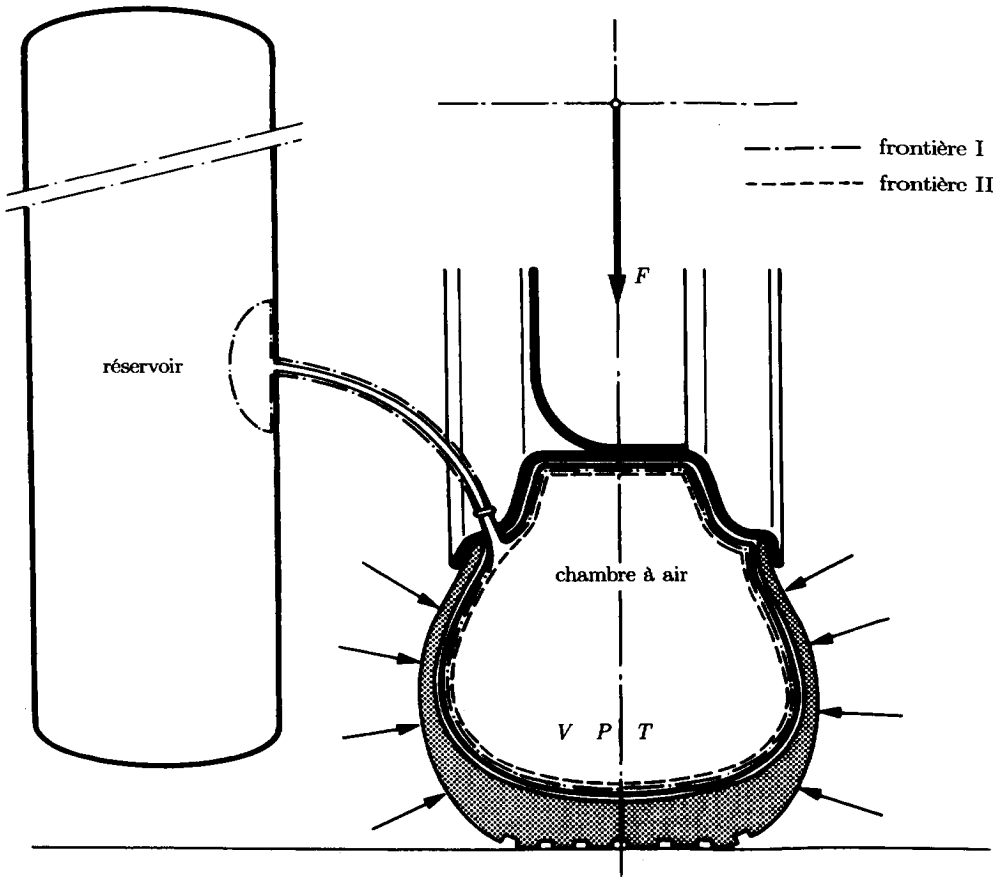


Fig. 4.3

Hypothèses

- L'état thermodynamique de l'air contenu dans le réservoir reste constant.
- Le volume d'air contenu dans le tuyau reliant le réservoir et la chambre à air est négligeable.
- L'énergie de déformation du pneu est négligée.
- Les transferts d'énergie-chaleur sont négligés.
- Les variations de l'énergie potentielle sont négligeables.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Pression atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
- Etat thermodynamique de l'air du réservoir : $P_r = 5 \text{ bar}$ $\hat{T}_r = 20^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'air de la chambre :

Point	V [m ³]	P [bar]	\hat{T} [°C]
1	0.02	1.5	20
2	0.03	3	—

- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isochore de l'air : $c_v = 0.7205 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Charge supportée par le pneu : $F = 3\,000 \text{ N}$
- Elévation du moyeu de la roue : $\Delta H = 0.2 \text{ m}$

Questions

- Calculer la masse d'air ΔM prélevée dans le réservoir.

Solution

Cet exercice peut être résolu par deux méthodes différentes, selon le choix de la frontière du système considéré.

Première méthode

Considérons le système fermé constitué à l'état 1 par l'air de la chambre à air (masse M_1 , volume V_1) et l'air situé dans le réservoir (masse M_r , volume V_r), et à l'état 2 par l'air de la chambre à air (masse M_2 , volume V_2). Ce système est délimité par la frontière 1 dans la figure 4.3.

Le Premier Principe (1.22) donne, compte tenu des quatrième et cinquième hypothèses et du fait que les états 1 et 2 sont des états de repos, le bilan énergétique :

$$A^+ = \Delta U$$

L'énergie-travail reçue par le système, compte tenu des trois premières hypothèses, est donnée par la relation :

$$A^+ = P_r V_r - F \Delta H - P_a \Delta V$$

dans laquelle nous avons :

- $P_r V_r$ énergie-travail reçue, due aux forces de pression s'exerçant sur la portion de frontière située dans le réservoir
- $F \Delta H$ énergie-travail fournie par le système du véhicule pour le soulever d'une hauteur ΔH
- $P_a \Delta V$ énergie-travail fournie par le système à l'atmosphère pour repousser l'air atmosphérique.

La variation d'énergie interne est, en vertu de la propriété d'extensivité (1.20), et compte tenu du fait que $M_r = M_2 - M_1 = \Delta M$

$$\Delta U = M_2 u_2 - (M_1 u_1 + (M_2 - M_1) u_r) = M_2 \frac{2}{r} \Delta u - M_1 \frac{1}{r} \Delta u$$

En éliminant A^+ et ΔU entre les trois équations ci-dessus, et en tenant compte de (2.58), (2.72) et (5.72), nous obtenons :

$$M_2 \frac{2}{r} \Delta u - M_1 \frac{1}{r} \Delta u = -F \Delta H - P_a \Delta V + (M_2 - M_1) r T_r$$

$$\Delta M = \frac{1}{c_p T_r} \left(\frac{c_v}{r} \Delta(VP) + F \Delta H + P_a \Delta V \right)$$

La chaleur spécifique isobare de l'air est, selon la formule de Mayer (2.72) :

$$c_p = c_v + r = 1.0087 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La masse d'air prélevée dans le réservoir est donc :

$$\Delta M = \frac{1}{c_p T_r} \left(\frac{c_v}{r} (V_2 P_2 - V_1 P_1) + F \Delta H - P_a (V_2 - V_1) \right) = 49.37 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Deuxième méthode

Considérons le système ouvert constitué par l'air contenu à l'intérieur de la chambre à air. Ce système est délimité par la frontière II (fig. 4.3).

En nous inspirant des propriétés thermodynamiques d'un écoulement unidimensionnel décrites à la section 7.5, admettons que l'enthalpie totale h_c des particules ne varie pas entre leur état initial dans le réservoir et leur état lors de leur passage à travers la valve d'entrée de la chambre à air.

Le Premier Principe (1.46) donne, compte tenu des deux premières hypothèses et du fait que les états 1 et 2 sont des états de repos, le bilan énergétique :

$$\Delta U = E^+ + (M_2 - M_1)h_r$$

L'énergie-travail reçue par le système est, compte tenu de la quatrième hypothèse :

$$E^+ = -F\Delta H - P_a\Delta V$$

En éliminant E^+ entre les deux équations ci-dessus, et en tenant compte de (1.32) et (5.71), nous obtenons :

$$M_2 u_2 - M_1 u_1 = -F\Delta H - P_a\Delta V + (M_2 - M_1)(u_r + rT_r)$$

$$M_2 \frac{2}{r}\Delta u - M_1 \frac{1}{r}\Delta u = -F\Delta H - P_a \frac{2}{1}\Delta V + (M_2 - M_1)rT_r$$

Cette dernière relation est identique à celle trouvée à l'aide de la première méthode.

4.D Installation de suralimentation d'un moteur diesel

Description

Soit l'installation de suralimentation d'un moteur Diesel (fig. 4.4).

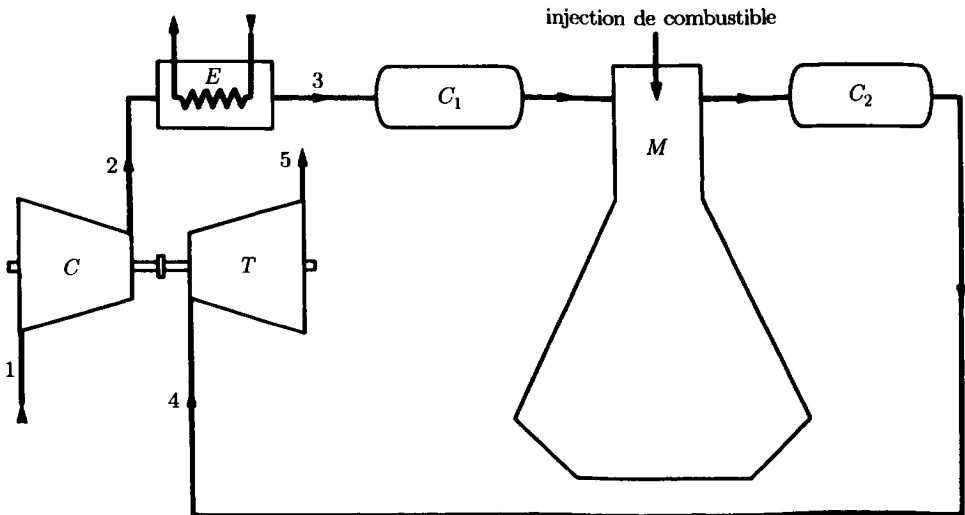


Fig. 4.4

L'air A pris à l'atmosphère au point 1, est comprimé dans le compresseur C, refroidi dans le refroidisseur E et acheminé vers le collecteur C₁, avant d'être envoyé dans le moteur M où se déroulent la combustion et le cycle moteur. Les gaz de combustion G, recueillis dans le collecteur C₂ sont détendus dans la turbine T, avant d'être rejetés dans l'atmosphère au point 5. La turbine T entraîne le compresseur C.

Hypothèses

- La turbine et le compresseur sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Etats thermodynamiques :

Point	P [bar]	T [K]
1	1	300
3	—	313
4	2	900
5	1	—

- Constante massique de l'air : $r_A = 287 \text{ J}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pA} = 1007 \text{ J}/(\text{K kg})$
- Rapport d'air : $\dot{M}_A/\dot{M}_F = 25$
- Constante massique des gaz de combustion : $r_G = 286.4 \text{ J}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare des gaz de combustion : $c_{pG} = 1290 \text{ J}/(\text{K kg})$
- Rendement isentrope du compresseur : $\eta_{Cs} = 0.82$
- Rendement isentrope de la turbine : $\eta_{Ts} = 0.80$
- Efficacité des paliers de la ligne d'arbre : $\epsilon_l = (\dot{E}_T - \dot{Q}_l)/\dot{E}_T = 0.98$

Questions

- Calculer l'énergie-travail massique donnée par la turbine.
- Calculer l'énergie-travail massique reçue par le compresseur.
- Calculer le rapport de pression du compresseur.
- Calculer la température de l'air à la sortie du compresseur.
- Calculer l'énergie-chaleur massique évacuée dans le refroidisseur.

Solution

Energie-travail massique donnée par la turbine

La relation (4.222) donne, compte tenu des trois premières hypothèses :

$$e_T^- = -\eta_{Ts} \int_4^{5s} (v dP)_s$$

Le facteur calorifique des gaz de combustion est, selon (2.76) :

$$\Gamma_G = \frac{r_G}{c_{pG}} = 0.222$$

L'énergie-travail massique donnée par la turbine est alors, selon (4.235) :

$$e_T^- = \eta_{Ts} c_{pG} T_4 \left(1 - \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{\Gamma_G} \right) = 132.31 \text{ kJ/kg G}$$

Energie-travail massique reçue par le compresseur

Le bilan mécanique de l'arbre est, compte tenu de la troisième hypothèse et de la puissance-chaleur \dot{Q}_l^- provenant du frottement dans les paliers de l'arbre des turbomachines.

$$\dot{E}_C^+ = \dot{E}_T^- - \dot{Q}_l^- = \epsilon_l \dot{E}_T^-$$

En faisant apparaître les valeurs massiques et en tenant compte du bilan de masse, nous avons :

$$\dot{M}_A e_C^+ = \epsilon_l (\dot{M}_A + \dot{M}_F) e_T^-$$

L'énergie-travail reçue par le compresseur est finalement :

$$e_C^+ = \epsilon_l \left(1 + \frac{\dot{M}_F}{\dot{M}_A} \right) e_T^- = 134.85 \text{ kJ/kg A}$$

Rapport de pression du compresseur

La relation (4.223) donne, compte tenu des hypothèses et du tableau 8.6 (vol. I) :

$$\eta_{Cs} = \frac{c_{pA} T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma_A} - 1 \right)}{e_C^+}$$

Le facteur calorifique de l'air est, selon (2.76) :

$$\Gamma_A = \frac{r_A}{c_{pA}} = 0.285$$

La relation précédente donne le rapport de pression du compresseur :

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(1 + \frac{\eta_{Cs} e_C^+}{c_{pA} T_1} \right)^{1/\Gamma_A} = 2.987$$

Température de l'air à la sortie du compresseur

L'énergie-travail massique donnée par la turbine est, selon (4.265) et (2.60) :

$$e^+ = h_2 - h_1 = c_{pA}(T_2 - T_1)$$

La température de l'air à la sortie du compresseur est alors :

$$T_2 = T_1 + \frac{e^+}{c_{pA}} = 433.9 \text{ K}$$

Energie-chaleur massique évacuée

L'énergie-chaleur massique évacuée dans le refroidisseur est, selon (4.185) et (2.60) :

$$q_E^- = c_{pA}(T_2 - T_3) = 121.75 \text{ kJ/kgA}$$

4.E Compresseur radial**Description**

Soit un compresseur radial faisant partie du groupe de suralimentation d'un moteur Diesel (fig. 4.5).

Le compresseur est parcouru par l'air qui subit les transformations suivantes (voir diagramme de la figure 4.5) :

1-2 : mise en vitesse, à partir du repos, dans la tubulure d'entrée ;

2-3 : mise en pression dans la roue.

L'air ainsi comprimé est dirigé vers un diffuseur radial, puis vers une bache spirale.

Hypothèses

- Le compresseur est parfaitement calorifugé.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligeables.
- La dissipation dans la tubulure d'entrée est négligée.
- Les fuites aux joints d'étanchéité sont négligeables.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- | | |
|--|--|
| • Géométrie de la roue : | $D_3 = 0.3 \text{ m}$
$B_3 = 0.016 \text{ m}$ |
| • Etat thermodynamique de l'air au point 1 : | $P_1 = 1 \text{ bar}$
$\hat{T}_1 = 27^\circ \text{C}$ |
| • Diagramme des vitesses au point 2 : | $C_2 = 150 \text{ m/s}$ $\alpha_2 = 90^\circ$ |
| • Diagramme des vitesses au point 3 : | $\alpha_3 = 18^\circ$ $\beta_3 = 80^\circ$ |
| • Constante massique de l'air : | $r = 0.288 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Chaleur spécifique isobare de l'air : | $c_p = 1 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Energie-travail massique reçue par l'air : | $e^+ = 135.4 \text{ kJ/kg}$ |
| • Dissipation massique dans la roue : | $r = 0.08e^+$ |

Solution

Vitesse de rotation

La composante axiale du moment des forces exercées par l'air sur les parois du canal est, selon l'équation d'Euler (4.45), avec $C_{u2} = 0$:

$$T_a = -\dot{M}(R_3 C_{u3} - R_2 C_{u2}) = -\dot{M} \frac{D_3}{2} C_{u3}$$

La puissance mécanique reçue par l'air est, selon (4.47) :

$$\dot{E}^+ = \dot{M} e^+ = -T_a \omega$$

La vitesse de rotation de la roue est donc :

$$\omega = \frac{2e^+}{D_3 C_{u3}}$$

La composante périphérique de la vitesse \vec{C}_3 est, selon le diagramme des vitesses de la figure 4.5.

$$C_{u3} = C_3 \cos \alpha_3 = \frac{U_3 \sin \beta_3 \cos \alpha_3}{\sin(\alpha_3 + \beta_3)}$$

La vitesse périphérique au point 3 est, selon (4.48) :

$$U_3 = \frac{D_3 \omega}{2}$$

La vitesse de rotation de la roue est finalement :

$$\omega = \frac{2}{D_3} \sqrt{e^+ \frac{\sin(\alpha_3 + \beta_3)}{\sin \beta_3 \cos \alpha_3}} = 2522.4 \text{ rad/s} = 24087 \text{ tours/min}$$

Pression et température au point 2

Etant donné les cinquième et sixième hypothèses, les équations fondamentales (4.57), appliquées à la transformation 1-2, donnent, compte tenu des première, deuxième et troisième hypothèses :

$$h_{c2} = h_{c1}$$

$$s_2 = s_1$$

La transformation 1-2 est donc isentrope.

La vitesse au point 1 étant nulle, les états statique 1, total 1c et total 2c sont confondus :

$$P_1 = P_{c1} = P_{c2}$$

$$T_1 = T_{c1} = T_{c2}$$

Le facteur calorifique est, selon (2.76) :

$$\Gamma = \frac{\gamma}{c_p} = 0.288$$

La pression et la température au point 2 sont, selon (4.65) et (4.66) :

$$P_2 = P_1 \left(1 + \frac{C_2^2}{2c_p T_2} \right)^{-1/\Gamma} = 0.88 \text{ bar}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{C_2^2}{2c_p} = 288.9 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 15.75^\circ \text{C}$$

Température au point 3

Les équations fondamentales (4.57), appliquées à la transformation 2-3, donnent, compte tenu de (2.60) :

$$h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2) = e^+ - \left(\frac{C_3^2}{2} - \frac{C_2^2}{2} \right)$$

La vitesse au point 3 est, selon la première expression de ω .

$$C_3 = \frac{2e^+}{\omega D_3 \cos \alpha_3} = 376.3 \text{ m/s}$$

La température au point 3 est finalement :

$$T_3 = T_2 + \frac{1}{c_p} \left(e^+ - \frac{C_3^2}{2} + \frac{C_2^2}{2} \right) = 364.76 \text{ K}$$

Facteur polytrophe

En vertu des relations (4.227) et de la relation entre les rapports de pression et de température du tableau 8.7 (vol. I) nous avons :

$$\int_2^3 v dP = P_2 v_2 \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_\sigma - 1} \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)$$

qui, en tenant compte de la dernière hypothèse, peut s'écrire :

$$\int_2^3 v dP = r T_2 \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_\sigma - 1} \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)$$

L'intégrale du $v dP$ massique est, selon les équations fondamentales (4.57) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$\int_2^3 v dP = e^+ \left(1 - \frac{r}{e^+} \right) - \frac{C_3^2}{2} + \frac{C_2^2}{2} = 65.03 \text{ kJ/kg}$$

Le facteur polytrophe γ_σ relatif à la transformation 2-3 est finalement :

$$\gamma_\sigma = \frac{1}{1 - \frac{r T_2 (T_3/T_2 - 1)}{\int_2^3 v dP}} = 1.506$$

Pression au point 3

La pression au point 3 est, selon le tableau 8.7 (vol. I) :

$$P_3 = P_2 \left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{\gamma_\sigma / (\gamma_\sigma - 1)} = 1.75 \text{ bar}$$

Débit-masse d'air

Le débit-masse d'air est, selon (4.2) et (4.3) et le triangle des vitesses de la figure 4.5 :

$$\dot{M} = \rho_3 C_3 \sin \alpha_3 S_3 = \text{cste}$$

La masse volumique est, selon l'équation d'état (2.6) :

$$\frac{1}{v_3} = \rho_3 = \frac{P_3}{rT_3}$$

La section de passage est :

$$S_3 = \pi D_3 B_3$$

Le débit-masse d'air traversant le compresseur est finalement :

$$\dot{M} = \frac{\pi D_3 B_3 P_3 C_3 \sin \alpha_3}{rT_3} = 2.926 \text{ kg/s}$$

4.F Diffuseur d'entrée d'un turboréacteur

Description

Considérons le diffuseur d'entrée d'un turboréacteur (fig. 4.6).

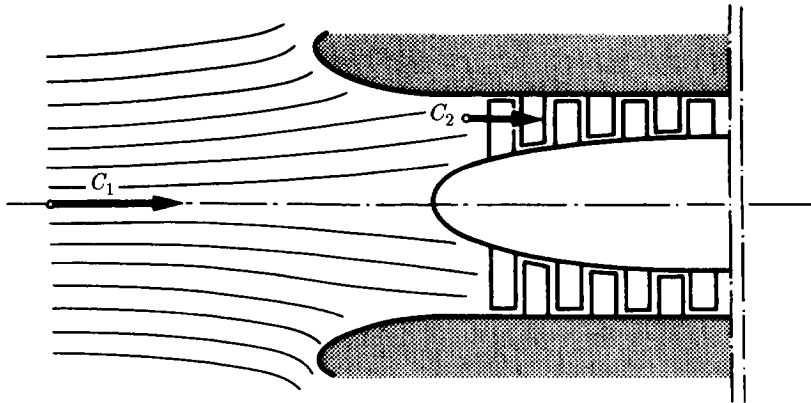


Fig. 4.6

Par rapport à un référentiel lié à l'avion, l'air est ralenti de la vitesse C_1 en amont de l'avion à la vitesse C_2 à l'entrée de l'aubage du compresseur.

Hypothèses

- Le ralentissement de l'air se fait sans transfert-chaleur.
- Les variations de l'énergie potentielle sont négligeables.
- Le ralentissement de l'air se fait sans dissipation.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique de l'air à l'amont de l'avion : $P_1 = 0.263 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = -50^\circ\text{C}$
- Nombre de Mach de l'avion : $Ma = 0.9$
- Vitesse de l'air à l'entrée de l'aubage du compresseur : $C_2 = 140 \text{ m/s}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1.0087 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Rapport calorifique de l'air : $\gamma = 1.4$

Questions

- Représenter qualitativement, dans un diagramme h - s , l'évolution thermodynamique de l'air entre les points 1 et 2.
- Déterminer la température statique, la pression statique, la température totale et la pression totale de l'air à l'entrée de l'aubage du compresseur.

Solution

Evolution thermodynamique de l'air dans un diagramme h - s

La transformation 1-2, selon (4.23) et compte tenu des première et troisième hypothèses, est une transformation isentrope.

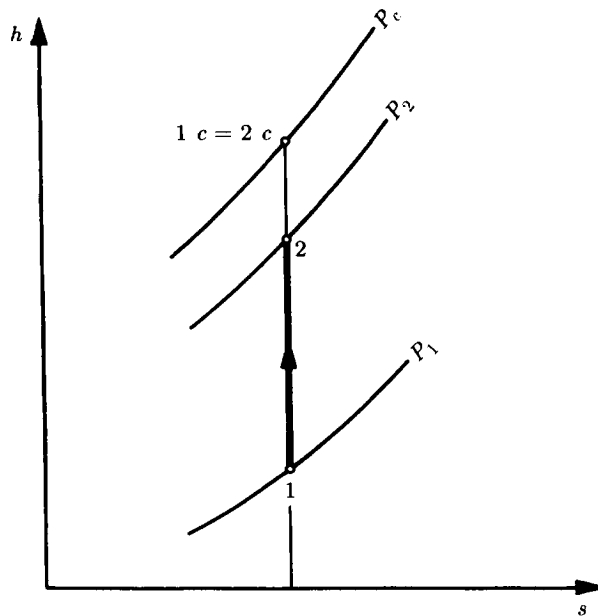


Fig. 4.7

Calculs préliminaires

Le facteur calorifique de l'air est, selon la définition (2.36) :

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.2857$$

La constante massique de l'air est, selon (2.76) :

$$r = \Gamma c_p = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Fonctions d'état statiques et totales

La vitesse de l'air à l'amont de l'avion est, selon (4.107) et (4.108) :

$$C_1 = MaA = Ma\sqrt{\gamma r T_1} = 270.05 \text{ m/s}$$

Les équations fondamentales (4.57) donnent, compte tenu des cinq premières hypothèses et en intégrant entre 1 et 2 :

$$h_{c1} = h_{c2} = h_c$$

Les états totaux 1c et 2c sont donc identiques (voir diagramme h - s de la figure 4.7).

Nous en déduisons, en utilisant (2.60) :

$$h_2 - h_1 = \frac{C_1^2}{2} - \frac{C_2^2}{2} = c_p(T_2 - T_1)$$

La température statique de l'air à l'entrée de l'aubage du compresseur est donc :

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{c_p} \left(\frac{C_1^2}{2} - \frac{C_2^2}{2} \right) = 249.58 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = -23.57^\circ \text{C}$$

La pression statique de l'air à l'entrée du turboréacteur est, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{1/\Gamma} = 0.3891 \text{ bar}$$

La température totale et la pression totale à l'entrée de l'aubage du compresseur sont, selon (4.65) et (4.66) :

$$T_{c2} = T_2 + \frac{C_2^2}{2c_p} = 259.3 \text{ K} \quad \hat{T}_{c2} = -13.85^\circ \text{C}$$

$$P_{c2} = P_2 \left(1 + \frac{C_2^2}{2c_p T_2} \right)^{1/\Gamma} = 0.4448 \text{ bar}$$

4.G Tube de Pitot

Description

Soit un tube de Pitot destiné à mesurer la vitesse locale de l'oxygène s'écoulant dans une conduite cylindrique (fig. 4.8).

La vitesse de l'écoulement au point 1 est C_1 et le point 2 est un point d'arrêt. Le ralentissement d'une particule fluide le long de la ligne de courant 1-2 se fait conformément aux conditions énoncées dans le paragraphe 4.2.5.

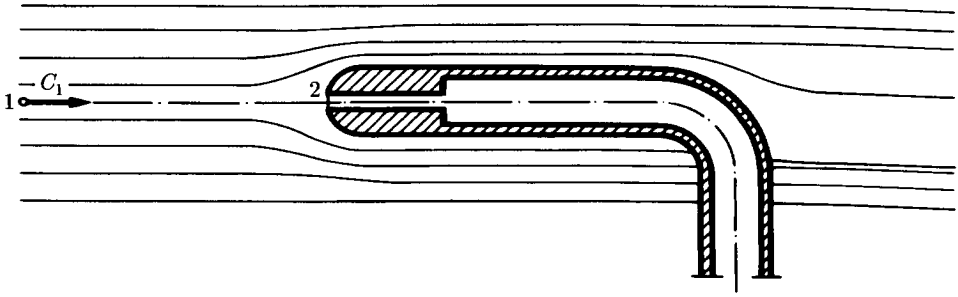


Fig. 4.8

Hypothèses

- Le régime est permanent.
- L'oxygène est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Diamètre de la conduite : $D = 0.3 \text{ m}$
- Etat thermodynamique au point 1 : $P_1 = 1 \text{ bar} \quad T_1 = 305 \text{ K}$
- Pression statique au point 2 : $P_2 = 1.002 \text{ bar}$
- Constante massique de l'oxygène : $r = 0.260 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare de l'oxygène : $c_p = 0.9211 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer la vitesse de l'écoulement au point 1.
- Calculer la température totale au point 1.
- Calculer le débit-masse d'oxygène s'écoulant dans la conduite.

Solution

Vitesse au point 1

L'état total au point 1 et l'état statique au point 2 étant confondus (voir § 4.2.5), nous avons :

$$P_{c1} = P_2$$

Le facteur calorifique de l'oxygène est, selon (2.76) :

$$\Gamma = \frac{r}{c_p} = 0.2823$$

La vitesse de l'écoulement au point 1 est, selon (4.65) :

$$C_1 = \sqrt{2c_p T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma - 1 \right)} = 17.8 \text{ m/s}$$

Température totale au point 1

La température totale au point 1 est, selon (4.66) :

$$T_{c1} = T_1 + \frac{C_1^2}{2c_p} = 305.17 \text{ K} \quad \hat{T}_{c1} = 32.02^\circ \text{C}$$

Débit-masse d'oxygène

Le débit-masse d'oxygène est, selon (4.8) :

$$\dot{M} = \frac{C_1 S}{v_1} = \frac{C_1 \pi D^2}{4v_1}$$

Le volume massique de l'oxygène est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$v_1 = \frac{rT_1}{P_1}$$

Le débit-masse d'oxygène s'écoulant dans la conduite est finalement :

$$\dot{M} = \frac{\pi D^2 P_1 C_1}{4rT_1} = 1.587 \text{ kg/s}$$

4.H Écoulement dans un canal de section constante

Description

Soit un canal rectiligne et horizontal, de section constante, parcouru par de l'air (fig. 4.9).

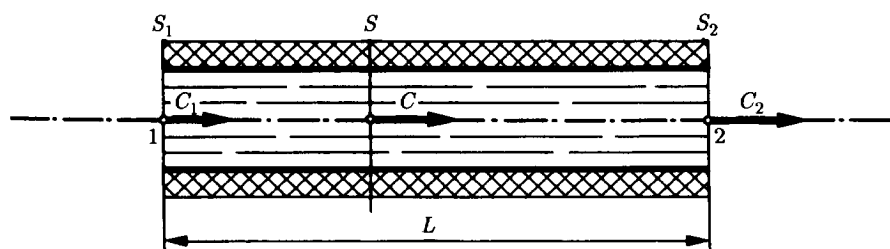


Fig. 4.9

Hypothèses

- Le canal est fixe.
- Le canal est parfaitement calorifugé.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Section du canal
- Etats thermodynamiques :

$$S = 0.8 \text{ m}^2$$

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]
1	0.970	70.0
2	0.955	69.5

- Masse molaire de l'air :
- Chaleur spécifique isobare de l'air :

$$\tilde{m} = 28.9 \text{ kg/kmol}$$

$$c_p = 1.007 \text{ kJ/(K kg)}$$

Questions

- Calculer la dissipation massique dans le canal (en considérant une température moyenne pour l'intégrale de vdP).
- Calculer les vitesses de l'air à l'entrée et à la sortie du canal.
- Calculer le débit-masse d'air.
- Calculer l'accroissement d'entropie massique de l'air dans le canal.
- Montrer que, dans un diagramme h - s , les points représentatifs des états statiques de l'air sont situés sur la même courbe de Fanno.

Solution

Dissipation massique

La constante massique de l'air est, selon (5.59) et (5.66) :

$$r_A = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 287.68 \text{ J/(K kg)}$$

La dissipation massique est, selon les équations fondamentales (4.57), compte tenu de la deuxième hypothèse et après intégration :

$$r = h_2 - h_1 - \int_1^2 vdP$$

Comme la température varie peu, nous calculons l'intégrale de vdP en admettant que la transformation est isotherme, la température étant égale à la température moyenne $\tilde{T} = 69.75^\circ\text{C}$.

La dissipation massique est finalement, selon (2.60) :

$$r = c_p(T_2 - T_1) - r_A \tilde{T} \ln \frac{P_2}{P_1} = 1\,033.9 \text{ J/kg}$$

Vitesse de l'air

Les équations fondamentales (4.57), compte tenu des première, deuxième et cinquième hypothèses, donnent après intégration :

$$\frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} = -(h_2 - h_1) = -c_p(T_2 - T_1)$$

Nous avons, en vertu de l'équation de continuité (4.8), compte tenu des première, troisième, quatrième et cinquième hypothèses, et de l'équation d'état des gaz parfaits (2.15) :

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2 P_1}{T_1 P_2}$$

En éliminant soit la vitesse C_2 , soit la vitesse C_1 entre les deux dernières relations, nous obtenons finalement les vitesses de l'air à l'entrée et à la sortie du canal :

$$C_1 = \sqrt{\frac{2c_p(T_2 - T_1)}{1 - \left(\frac{T_2 P_1}{T_1 P_2}\right)^2}} = 187.5 \text{ m/s} \quad C_2 = \sqrt{\frac{2c_p(T_2 - T_1)}{\left(\frac{T_1 P_2}{T_2 P_1}\right)^2 - 1}} = 190.1 \text{ m/s}$$

Débit-masse d'air

Le débit-masse d'air parcourant le canal est, en vertu de l'équation de continuité (4.8), compte tenu de la cinquième hypothèse et de l'équation d'état (5.71) :

$$\dot{M} = \frac{C_1 S P_1}{r_A T_1} = 147.4 \text{ kg/s}$$

Accroissement d'entropie massique

L'accroissement d'entropie massique est obtenu par intégration de la relation (2.66) :

$${}_1^2 \Delta s = -r_A \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = 3.02 \text{ J/(K kg)}$$

Courbe de Fanno

Les équations fondamentales (4.57), compte tenu des quatre premières hypothèses, donnent :

$$dh + d \frac{C^2}{2} = dh_c = 0$$

Le débit-masse surfacique à travers une section quelconque du canal, compte tenu de la quatrième hypothèse, est constant :

$$\dot{\mu} = \frac{\dot{M}}{S} = \text{cste}$$

Les points représentatifs d'un état statique vérifient bien les deux relations précédentes. Ils se trouvent donc sur une même courbe de Fanno.

4.1 Ecoulement dans une tuyère simple

Description

Il s'agit d'étudier la détente d'un fluide dans une tuyère simple (fig. 4.10).

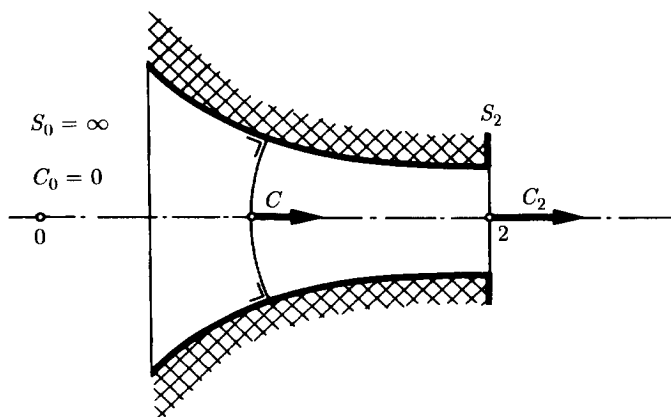


Fig. 4.10

La tuyère est alimentée avec de la vapeur d'eau provenant d'un réservoir amont 0 et débite dans un réservoir aval 4. Les deux réservoirs sont de dimensions pouvant être considérées comme infinies par rapport à celle de la tuyère.

Hypothèses

- La tuyère est fixe.
- La tuyère est parfaitement calorifugée.
- L'axe de la tuyère est horizontal.
- La dissipation dans la tuyère est négligeable.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- La vapeur d'eau est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique dans le réservoir amont : $P_0 = 35 \text{ bar}$ $\hat{T}_0 = 320^\circ\text{C}$
- Pression dans le réservoir aval : $P_4 = 10 \text{ bar}$
- Constante massique de la vapeur d'eau : $r = 0.462 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_p = 2.45 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Débit-masse de vapeur d'eau : $\dot{M} = 1 \text{ kg/s}$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique de la vapeur d'eau à la sortie de la tuyère.
- Calculer la vitesse et le nombre de Mach à la sortie de la tuyère.
- Calculer la section de sortie pour le débit-masse indiqué.

Solution

Etat thermodynamique dans la section de sortie

Le facteur et le rapport calorifiques de la vapeur d'eau sont, selon (2.36) et (2.76) :

$$\Gamma = \frac{r}{c_p} = 0.189$$

$$\gamma = \frac{1}{1 - \Gamma} = 1.232$$

Afin de déterminer le régime d'écoulement, nous devons comparer la pression dans le réservoir aval à la pression de Laval. Cette dernière est, selon (4.161) :

$$P_L = P_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/\Gamma} = 19.54 \text{ bar} > P_4 = 10 \text{ bar}$$

Puisque la pression dans le réservoir aval est inférieure à la pression de Laval, le régime d'écoulement est sonique non adapté. Dans ce cas, la pression dans la section 2 est égale à la pression de Laval :

$$P_2 = P_L = 19.54 \text{ bar}$$

La transformation de la vapeur d'eau dans la tuyère, compte tenu des deuxième et quatrième hypothèses, est isentrope. La température dans la section 2 est donc, selon le tableau 8.6 (vol. I) et la relation ci-dessus :

$$T_2 = T_0 \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$T_2 = T_0 \frac{2}{\gamma + 1} = 531.4 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 258.25^\circ \text{C}$$

Vitesse dans la section de sortie

Puisque nous sommes dans un régime d'écoulement sonique non adapté, nous avons, selon (4.107) :

$$C_2 = A_L = \sqrt{\gamma r T_2} = 550 \text{ m/s}$$

Le nombre de Mach à la sortie de la tuyère est, selon (4.108) :

$$Ma_2 = 1$$

Section de sortie

Dans un écoulement sonique non adapté, nous avons le phénomène de blocage sonique. Le débit-masse est alors égal au débit-masse sonique.

La section à la sortie de la tuyère est, selon l'équation de continuité (4.8) et l'équation d'état des gaz parfaits (2.15) :

$$S_2 = \frac{r T_2 \dot{M}}{P_2 C_2} = 2.28 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 2.28 \text{ cm}^2$$

Remarquons que, en l'absence de calculs intermédiaires, la section S_2 aurait pu être calculée directement à partir de l'état initial (P_0, T_0) en utilisant la relation (4.164).

4.J Écoulement dans une tuyère de Laval

Description

Soit une tuyère de Laval, de section circulaire (fig. 4.11).

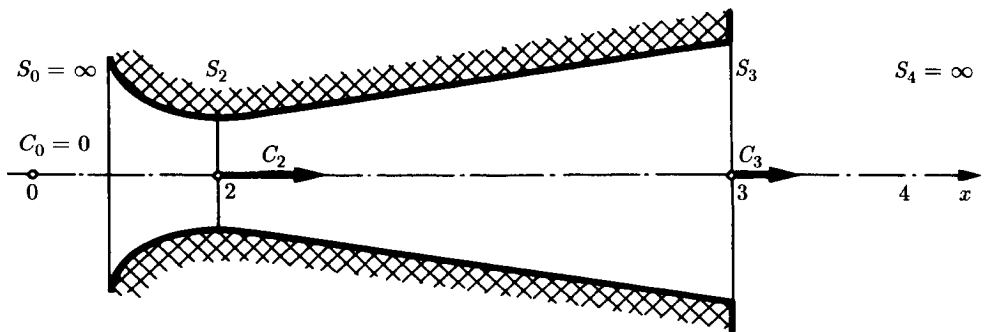


Fig. 4.11

La tuyère est alimentée avec de l'air provenant d'un réservoir amont 0 et débite dans un réservoir aval 4. Les deux réservoirs sont de dimensions pouvant être considérées comme infinies par rapport à celles de la tuyère.

Hypothèses

- La tuyère est fixe.
- La tuyère est parfaitement calorifugée.
- L'axe de la tuyère est horizontal.
- L'écoulement se fait sans dissipation.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Diamètre du col : $D_2 = 0.17\text{ m}$
- Vitesse de l'air au col : $C_2 = A_L$
- Etats thermodynamiques :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]
0	10	300
4	1	15

- Constante massique de l'air : $r = 287\text{ J}/(\text{K kg})$
- Rapport calorifique de l'air : $\gamma = 1.4$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique de l'air au col de la tuyère.
- Calculer le débit-masse d'air s'écoulant à travers la tuyère.
- Calculer le diamètre que doit avoir la section de sortie de la tuyère afin que le régime d'écoulement supersonique soit adapté.
- Calculer la température et la vitesse de l'air à la section de sortie de la tuyère, dans le cas du régime d'écoulement supersonique adapté.

Solution

Calculs préliminaires

Le facteur calorifique de l'air est, selon (2.36) :

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.286$$

La chaleur spécifique isobare de l'air est, selon (2.76) :

$$c_p = \frac{r}{\Gamma} = 1004\text{ J}/(\text{K kg})$$

Etat thermodynamique au col

La vitesse au col étant égale à la vitesse du son, l'écoulement dans le convergent de la tuyère de Laval est identique à l'écoulement sonique dans une tuyère

simple. La pression au col est alors, selon (4.161) :

$$P_2 = P_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/\gamma} = 5.28 \text{ bar}$$

La transformation de l'air dans la tuyère, compte tenu des deuxième et quatrième hypothèses, est isentrope. La température au col est alors, selon le tableau 8.6 (vol. I) et la relation ci-dessus.

$$T_2 = T_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right) = 477.6 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 204.47^\circ\text{C}$$

Débit-masse d'air

La vitesse au col étant égale à la vitesse du son, nous avons le phénomène du blocage sonique. Le débit-masse, égal au débit-masse sonique, est alors, selon (4.164) :

$$\dot{M} = \frac{\pi D_2^2}{4} P_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/(\gamma-1)} \sqrt{\frac{2\gamma}{(1+\gamma)rT_0}} = 38.3 \text{ kg/s}$$

Diamètre de la section de sortie

Dans un régime d'écoulement supersonique adapté, la pression à la sortie de la tuyère de Laval est identique à la pression de l'air dans le réservoir aval. Le diamètre de la section de sortie de la tuyère est alors, selon (4.163) :

$$D_3 = \sqrt{\frac{4\dot{M}}{\pi P_0} \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{\gamma r T_0} \left(\frac{P_4}{P_0} \right)^{2/\gamma} \left(1 - \left(\frac{P_4}{P_0} \right)^\gamma \right)}}} = 0.236 \text{ m}$$

Remarquons que le diamètre D_3 aurait pu aussi être calculé en utilisant la relation (4.166).

Etat thermodynamique à la sortie

La transformation de l'air dans la tuyère, compte tenu des deuxième et quatrième hypothèses, est isentrope. La température de l'air à la sortie est alors, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$T_4 = T_0 \left(\frac{P_4}{P_0} \right)^\gamma = 296.86 \text{ K} \quad \hat{T}_4 = 23.7^\circ\text{C}$$

La vitesse de l'air à la sortie est, selon (4.158) :

$$C_3 = \sqrt{2c_p T_0 \left(1 - \left(\frac{P_4}{P_0} \right)^\gamma \right)} = 745.0 \text{ m/s}$$

Le nombre de Mach correspondant est, selon (4.159) :

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{P_4}{P_0} \right)^{-\gamma} - 1 \right)} = 2.16$$

4.K Turbine Curtis

Description

Considérons une turbine Curtis, alimentée par de la vapeur d'eau. L'aubage et l'évolution thermodynamique du fluide sont représentés dans la figure 4.12.

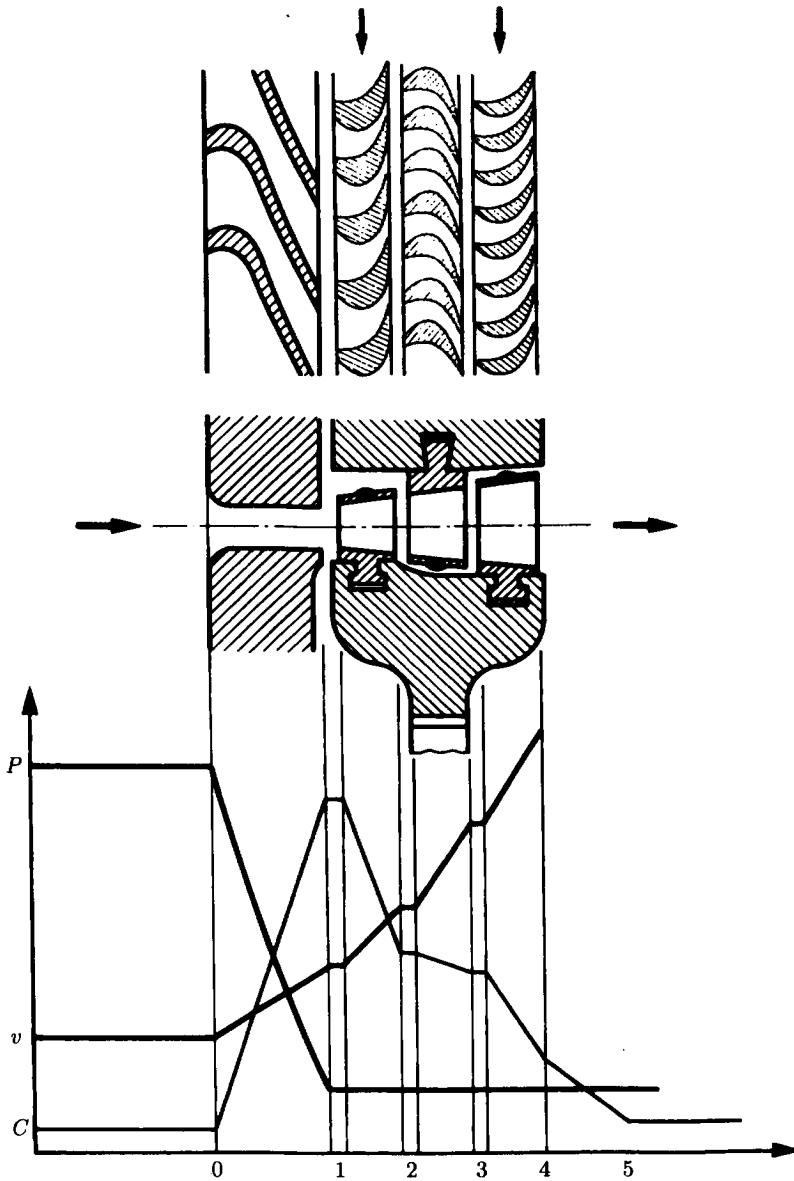


Fig. 4.12

La turbine Curtis est une turbine à action, à deux étages, dans laquelle la vapeur d'eau subit les transformations suivantes :

- 0-1 : détente à travers le premier aubage fixe (tuyères de Laval) jusqu'à une pression P_1 pratiquement égale à la pression de sortie P_4 , l'énergie vP étant transformée en énergie cinétique ;
- 1-2 : conversion de l'énergie cinétique en énergie mécanique dans le premier aubage mobile ;
- 2-3 : changement de direction dans le deuxième aubage fixe (aubage redresseur) ;
- 3-4 : conversion de l'énergie cinétique en énergie mécanique dans le deuxième aubage mobile, la vitesse \vec{C}_4 à la sortie étant axiale ;
- 4-5 : passage à travers la tubulure de sortie.

Hypothèses

- Les transferts-chaleur à travers les parois de la machine sont négligeables.
- Les énergies cinétiques de la vapeur d'eau à l'entrée 0 et à la sortie 5 sont négligeables.
- Les variations de l'énergie potentielle sont négligeables.
- Les fuites aux systèmes d'étanchéité sont négligeables.
- Les frottements dans les paliers sont négligés.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.

Données

- Etat thermodynamique au point 0 : $P_0 = 12 \text{ bar}$
 $\hat{T}_0 = 250^\circ\text{C}$
 $h_0 = 2935.4 \text{ kJ/kg}$
 $s_0 = 6.8305 \text{ kJ/(K kg)}$
- Pression au point 4 : $P_4 = 5 \text{ bar}$
- Etats thermodynamiques de la vapeur d'eau à la pression $P = 5 \text{ bar}$

v [m ³ /kg]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	γ_s —
0.3747	151.84	2747.5	6.8192	1.3097
0.3835	160	2766.4	6.8631	1.3087
0.3941	170	2789.1	6.9149	1.3077

- Angles d'inclinaison des vitesses relatives \vec{W} par rapport à la vitesse circonférentielle \vec{U} : $\beta_1 = \beta_3 = 30^\circ$
 $\beta_2 = \beta_4 = 150^\circ$
- Rendement isentrope du premier aubage fixe : $\eta'_a = 0.93$
- Rendement isentrope du premier aubage mobile : $\eta''_a = 0.91$
- Rendement isentrope du deuxième aubage fixe : $\eta'_b = 0.92$
- Rendement isentrope du deuxième aubage mobile : $\eta''_b = 0.91$

Compte tenu de la quatrième hypothèse, nous obtenons, selon (4.281) et (4.289), les relations :

$$\eta_a'' = \eta_{Ts_a}'' = \left(\frac{W_2^*}{W_1^*} \right)^2$$

$$\eta_b' = \eta_{Ts_b}' = \left(\frac{C_3^*}{C_2^*} \right)^2 \quad \eta_b'' = \eta_{Ts_b}'' = \left(\frac{W_4^*}{W_3^*} \right)^2$$

Les données $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, C_{u4}^* = 0, \eta_a'', \eta_b'$ et η_b'' permettent de déterminer le diagramme des vitesses, en valeurs relatives, représenté dans la figure 4.14.

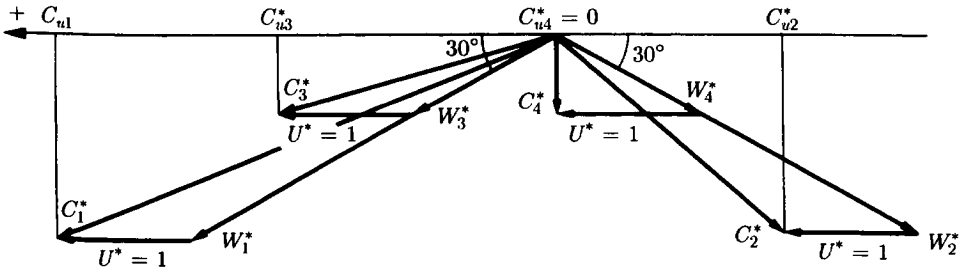


Fig. 4.14

Les règles de la trigonométrie donnent les valeurs :

$W_1^* = 3.1825$	$C_1^* = 4.0793$	$C_{u1}^* = 3.7561$
$W_2^* = 3.0359$	$C_2^* = 2.2268$	$C_{u2}^* = -1.6292$
$W_3^* = 1.2105$	$C_3^* = 2.1358$	$C_{u3}^* = 2.0483$
$W_4^* = 1.1547$	$C_4^* = 0.5774$	$C_{u4}^* = 0$

L'enthalpie massique au point 1s est calculée par interpolation à l'aide du tableau des états thermodynamiques de la vapeur à $P = 5$ bar :

$$s_{1s} = s_0 = 6.8305 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$h_{1s} = 2752.36 \text{ kJ/kg}$$

La vitesse de la vapeur à la sortie du premier aubage fixe (tuyères de Laval) est, selon (4.279), (4.281) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$C_1 = \sqrt{2\eta_{Ts_a}'(h_0 - h_{1s})} = 583.48 \text{ m/s} \quad \text{avec } \eta_{Ts_a}' = \eta_a'$$

Nous en déduisons les vitesses en valeurs absolues :

$$U = \frac{C_1}{C_1^*} = 143.04 \text{ m/s}$$

$W_1 = 455.21 \text{ m/s}$	$C_1 = 583.48 \text{ m/s}$	$C_{u1} = 537.26 \text{ m/s}$
$W_2 = 434.25 \text{ m/s}$	$C_2 = 318.51 \text{ m/s}$	$C_{u2} = -233.03 \text{ m/s}$
$W_3 = 173.14 \text{ m/s}$	$C_3 = 305.5 \text{ m/s}$	$C_{u3} = 292.98 \text{ m/s}$
$W_4 = 165.16 \text{ m/s}$	$C_4 = 82.58 \text{ m/s}$	$C_{u4} = 0 \text{ m/s}$

Nombre de Mach au point 1

Les équations fondamentales (4.57) donnent, compte tenu des trois premières hypothèses :

$$h_{c0} = h_{c1} = h_0$$

La définition (4.281) donne alors :

$$h_1 = h_0 - \eta'_{Ts_a} (h_0 - h_{1s}) = 2765.17 \text{ kJ/kg}$$

Par interpolation linéaire, le tableau des états thermodynamiques de la vapeur à $P = 5 \text{ bar}$ donne :

$$v_1 = 0.38293 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \hat{T}_1 = 159.47^\circ\text{C}$$

$$\gamma_{s1} = 1.3088$$

La vitesse du son relative à la vapeur au point 1 est alors, selon (4.106) :

$$A = \sqrt{\gamma_{s1} v_1 P_1} = 500.59 \text{ m/s}$$

Le nombre de Mach est, selon (4.108) :

$$Ma_1 = \frac{C_1}{A_1} = 1.17$$

Rendement isentrope de la turbine

L'énergie-travail massique fournie par la turbine est, selon (4.269) :

$$e^- = -U(C_{u2} - C_{u1} + C_{u4} - C_{u3}) = 152.086 \text{ kJ/kg}$$

Le rendement isentrope de la turbine est alors, selon (4.215), (4.218) et (4.222) :

$$\eta_{Ts} = \frac{e^-}{h_0 - h_{1s}} = 0.831$$

Pertes énergétiques

La perte énergétique dans le premier aubage fixe (tuyères de Laval) est, selon (4.279), en valeur massique :

$$r'_a = h_1 - h_{1s} = 12.813 \text{ kJ/kg}$$

et en valeur relative :

$$\varphi'_a = \frac{r'_a}{h_0 - h_{1s}} = 0.07$$

La perte énergétique dans le premier aubage mobile est, selon (4.289), en valeur massique :

$$r''_a = (1 - \eta''_{Ts_a}) \frac{W_1^2}{2} = 9.325 \text{ kJ/kg}$$

et en valeur relative :

$$\varphi''_a = \frac{r''_a}{h_0 - h_{1s}} = 0.051$$

La perte énergétique dans le deuxième aubage fixe (aubage redresseur) est, selon (4.279), en valeur massique :

$$r'_b = (1 - \eta'_{Ts_b}) \frac{C_2^2}{2} = 4.058 \text{ kJ/kg}$$

et en valeur relative :

$$\varphi'_b = \frac{r'_b}{h_0 - h_{1s}} = 0.022$$

La perte énergétique dans le deuxième aubage mobile est, selon (4.289), en valeur massique :

$$r''_b = (1 - \eta''_{Ts_b}) \frac{W_3^2}{2} = 1.349 \text{ kJ/kg}$$

et en valeur relative :

$$\varphi''_b = \frac{r''_b}{h_0 - h_{1s}} = 0.007$$

La perte énergétique par vitesse restante est, en valeur massique :

$$r_v = \frac{C_4^2}{2} = 3.410 \text{ kJ/kg}$$

et en valeur relative :

$$\varphi_v = \frac{r_v}{h_0 - h_{1s}} = 0.019$$

Les pertes énergétiques totales sont, en valeur massique :

$$r = r'_a + r''_a + r'_b + r''_b + r_v = 30.954 \text{ kJ/kg}$$

Il est intéressant de contrôler que cette valeur est bien égale à celle obtenue à l'aide de (4.214) :

$$r = h_0 - h_{1s} - e^- = 30.954 \text{ kJ/kg}$$

4.L Compression mono- ou multi-étagée

Description

Soit une installation de compression visant à fournir de l'air en continu à un réseau, à une pression donnée.

Hypothèses

- L'air est assimilable à un gaz parfait.
- Le régime est permanent.
- Les énergies cinétiques et potentielles du gaz sont négligeables.
- Un refroidissement isobare intermédiaire jusqu'à 30 °C est possible.
- Les compresseurs sont parfaitement calorifugés.

Données

- Etat thermodynamique initial : $P_1 = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_1 = 0^\circ\text{C}$
- Pression du réseau : $P_2 = 20 \text{ bar}$
- Constante massique de l'air : $r = 287.68 \text{ J}/(\text{K kg})$
- Rapport calorifique : $\gamma = 1.4$
- Rendement isentrope du ou des compresseurs : $\eta_{Cs} = 0.8$

Questions

L'objectif étant de limiter la consommation d'énergie mécanique, vaut-il mieux effectuer la compression en un étage ou en deux étages avec refroidissement intermédiaire entre les deux étages ?

Les pas intermédiaires suivants sont suggérés :

- Calculer la puissance massique d'un compresseur mono-étagé.
- Calculer la puissance massique d'un compresseur bi-étagé avec refroidissement intermédiaire et tel que le rapport de pression est le même pour chaque étage.

Solution

Calculs préliminaires :

D'après (2.74) :

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} = 719.2 \text{ J}/(\text{K kg})$$

Compte tenu de (2.70) :

$$c_p = r + c_v = 1006.88 \text{ J}/(\text{K kg})$$

et de (2.36) :

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.2857$$

Compression mono-étagée

En vertu des équations fondamentales (4.57) et des hypothèses 3 et 5, nous avons :

$$\delta e^- = -dh$$

Donc :

$$\delta e^+ = dh$$

Etant donné la première hypothèse, la relation (2.60) donne :

$$e^+ = c_p (T_2 - T_1)$$

La température obtenue à la suite d'une compression isentrope serait :

$$T_{2s} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma T_1 = 642.87 \text{ K}$$

La définition du rendement isentrope d'un compresseur adiabate est donnée par (4.236) et correspond à :

$$\eta_{Cs} = \frac{(P_2/P_1)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{(T_2/T_1) - 1}$$

D'où :

$$T_2 = \frac{\left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 + \eta_{Cs} \right) T_1}{\eta_{Cs}} = 735.30 \text{ K}$$

Le même résultat peut être obtenu en partant de la définition générale (4.223) (ajustée à notre problème $h_{IV} = h_2$ et $q^- = 0$) :

$$\eta_{Cs} = \frac{\check{p}_{sc}}{\Delta h_c} = \frac{\left(h_{2s} + \frac{C_2^2}{2} \right) - h_{c1}}{h_c}$$

Les variations d'énergie cinétique et potentielle étant négligées, nous avons :

$$\eta_{Cs} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{c_p (T_{2s} - T_1)}{c_p (T_2 - T_1)} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1}$$

D'où :

$$T_2 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_{Cs}} + T_1 = 735.30 \text{ K}$$

Le travail massique lié à une compression mono-étagée est :

$$e^+ = c_p (T_2 - T_1) = 465.3 \text{ kJ/kg}$$

Compression bi-étagée

Etant donné que le rapport de pression est identique pour les deux étages, la pression intermédiaire vaut :

$$P^* = \sqrt{P_1 P_2} = 4.472 \text{ bar}$$

La température isentrope relative au premier étage de compression est :

$$T_{1s}^* = \left(\frac{P^*}{P_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} T_1 = 419.05 \text{ K}$$

Le rendement isentrope permet d'obtenir la température réelle de sortie du premier étage :

$$T_1^* = \frac{T_{1s}^* - T_1}{\eta_{Cs}} + T_1 = 455.52 \text{ K}$$

Le travail pour le premier compresseur est alors :

$$e_1^+ = c_p (T_1^* - T_1) = 183.62 \text{ kJ/kg}$$

Compte tenu du refroidissement possible, la température d'aspiration du deuxième étage de compresseur est égale à :

$$T_2^* = 303 \text{ K}$$

La température isentrope relative au deuxième étage de compression est :

$$T_{2s} = \left(\frac{P_2}{P^*} \right)^r T_2^* = 464.84 \text{ K}$$

$$T_2 = \frac{T_{2s} - T_2^*}{\eta_{Cs}} + T_2^* = 505.30 \text{ K}$$

$$e_2^+ = c_p (T_2 - T_2^*) = 203.69 \text{ kJ/kg}$$

Le travail total pour le cas bi-étagé est alors :

$$e^+ = e_1^+ + e_2^+ = 387.21 \text{ kJ/kg}$$

La compression bi-étagée avec refroidissement intermédiaire est donc préférable.

4.M Détente dans une turbine

Description

De l'air à l'état initial 1 est détendu dans une turbine jusqu'à l'état final 2, respectivement 2' en cas de réduction de la pression de sortie.

Hypothèses

- Le régime est permanent.
- L'air peut être assimilé à un gaz parfait.
- La turbine est parfaitement calorifugée.
- La détente réelle est assimilable à une détente polytrophe.
- Les variations d'énergie cinétique et potentielle sont négligées.

Données

- Pression à l'entrée de la turbine : $P_1 = 10 \text{ bar}$
- Pression à la sortie de la turbine : $P_2 = 1 \text{ bar}$
- Température à l'entrée de la turbine : $\hat{T}_1 = 800^\circ\text{C}$
- Température à la sortie de la turbine : $\hat{T}_2 = 350^\circ\text{C}$
- Pression à la sortie de la turbine dans le deuxième cas : $P'_2 = 0.5 \text{ bar}$
- Chaleur spécifique isochore de l'air : $c_v = 0.7205 \text{ kJ/(K kg)}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ/(K kg)}$

Questions

- Dans le diagramme h - s , représenter schématiquement les transformations (1-2) et (1-2') ainsi que les transformations idéales (isentropes) (1-2_s) et (1-2'_s) correspondantes.
- Calculer le facteur polytrophe γ_σ de la détente 1-2.
- Calculer la température T_{2s} en considérant une détente isentrope.
- Calculer le rendement isentrope de la détente 1-2.

- Calculer le rendement polytrophe de la détente 1-2.
- Calculer les rendements isentrope et polytrophe de la détente 1-2', en conservant la même valeur numérique du facteur polytrophe que celle calculée à la question 2.

Solution

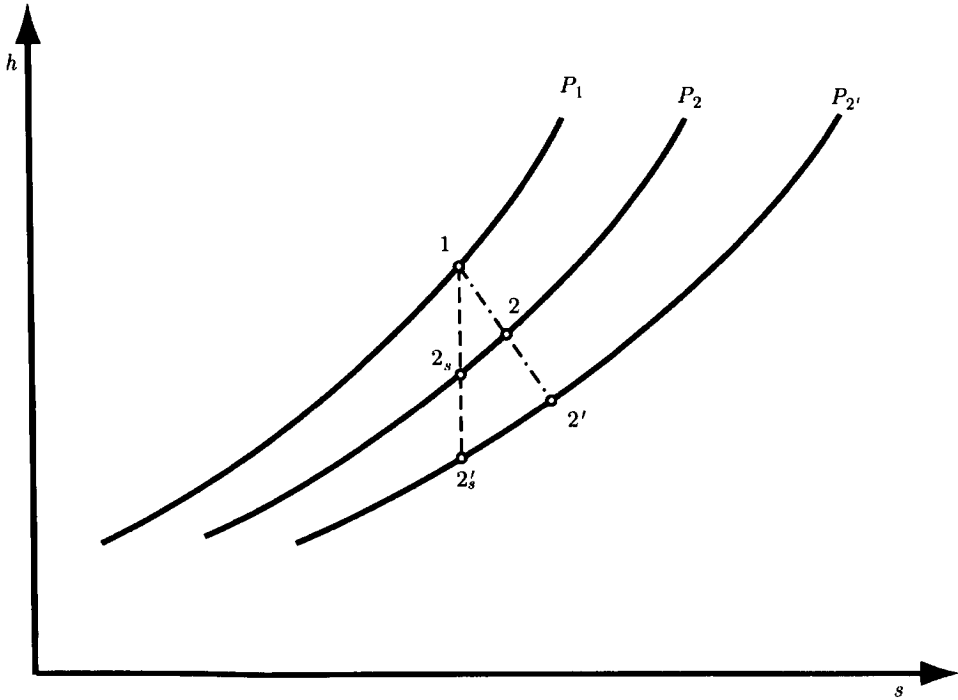


Fig. 4.15

Facteur polytrophe γ_σ :

L'équation (4.242) illustre la relation entre les rapports de température et de pression pour une transformation polytrophe :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma_\sigma}$$

La relation (4.242) permet de calculer Γ_σ :

$$\Gamma_\sigma = \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln(P_2/P_1)} = 0.236$$

Par analogie avec le facteur calorifique (2.36), le facteur calorifique polytrophe Γ_σ vaut :

$$\Gamma_\sigma = \frac{\gamma_\sigma - 1}{\gamma_\sigma}$$

donc

$$\gamma_\sigma = \frac{1}{1 - \Gamma_\sigma} = 1.309$$

Température T_{2s}

Pour une transformation isentrope, nous avons la relation $Pv^\gamma = \text{cste}$. Pour des gaz parfaits (2.15), cette relation peut être transformée de la manière suivante :

$$P \left(\frac{rT}{P} \right)^\gamma = \text{cste}$$

En comparant deux états thermodynamiques 1 et 2 le long d'une transformation isentrope, nous avons :

$$P_1 \left(\frac{rT_1}{P_1} \right)^\gamma = P_2 \left(\frac{rT_2}{P_2} \right)^\gamma$$

donc

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{T_2}{T_1}$$

En connaissant P_1 , P_2 et T_1 , il est donc possible de calculer T_{2s} pour une transformation isentrope :

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 555.84 \text{ K} \quad \hat{T}_{2s} = 282.69^\circ\text{C}$$

Rendement isentrope de la transformation 1-2

La relation (4.235) permet de calculer aisément le rendement isentrope de la turbine le long de la transformation 1-2 :

$$\eta_{Ts} = \frac{1 - \tau}{1 - \pi^{\frac{1}{\gamma}}} = 0.870$$

Rendement polytrophe de la transformation 1-2

De manière analogue au point précédent, il est possible de calculer le rendement polytrophe de la transformation 1-2 à l'aide de la relation (4.233) :

$$\eta_{T\sigma} = \frac{\ln \tau}{\frac{1}{\gamma} \ln \pi} = 0.826$$

Rendements isentrope et polytrophe de la transformation 1-2'

Pour calculer les rendements isentrope et polytrophe de la détente 1-2' il est toujours possible d'utiliser les relations (4.235) et (4.233) en recalculant toutefois les nouveaux rapports de pression π' et de température τ' .

Le doublement du rapport de pression conduit à :

$$\pi' = \frac{P'_2}{P_1} = 0.05$$

Le nouveau rapport de température τ' vaut alors :

$$\tau' = \frac{T_{2'}}{T_1} = \left(\frac{P'_2}{P_1} \right)^{(\gamma_\sigma - 1)/\gamma_\sigma} = 0.493$$

La relation (4.235) conduit à :

$$\eta'_{Ts} = \frac{1 - \tau'}{1 - \pi'^{\frac{1}{\gamma}}} = 0.881$$

Comme le facteur polytrophe γ_σ est resté le même, le rendement polytrophe $\eta'_{T\sigma}$ reste inchangé (ce qui peut être vérifié à l'aide de la relation (4.233)).

$$\eta'_{T\sigma} = 0.826$$

4.N Installation de compression

Description

Soit une installation de compression de méthane constituée d'un compresseur adiabate et d'un transmetteur d'énergie thermique parcouru par un fluide de refroidissement (fig. 4.16).

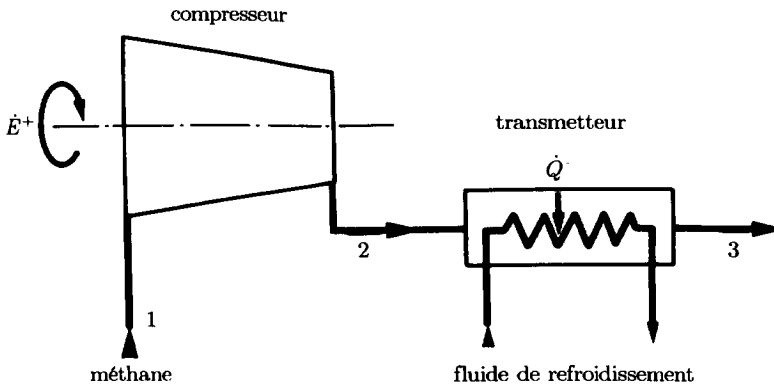


Fig. 4.16

Hypothèses

- Le transmetteur d'énergie thermique est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée dans le transmetteur d'énergie thermique.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- Le méthane est assimilable à un gaz parfait.

Données

- | | |
|---|---------------------------------------|
| • Etat thermodynamique au point 1 : | $P_1 = 6.9 \text{ bar}$ |
| | $\hat{T}_1 = 26.7^\circ\text{C}$ |
| • Pression au point 2 : | $P_2 = 34.5 \text{ bar}$ |
| • Température au point 3 : | $\hat{T}_3 = 38^\circ\text{C}$ |
| • Constante massique du méthane : | $r = 0.518 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Chaleur spécifique isobare du méthane : | $c_p = 2.24 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Débit-masse de méthane : | $\dot{M} = 5.641 \text{ kg/s}$ |
| • Rendement isentrope du compresseur | $\eta_{C_s} = 0.8$ |

Questions

- Calculer la température T_2 au point 2.
- Calculer la puissance mécanique \dot{E}^+ reçue par le méthane dans le compresseur.
- Calculer la puissance-chaleur \dot{Q}^- donnée par le méthane au fluide de refroidissement, dans le transmetteur d'énergie thermique.

Réponses

- $\hat{T}_2 = 195.7^\circ\text{C}$
- $\dot{E}^+ = 2\,135.48\text{ kW}$
- $\dot{Q}^- = 1\,992.70\text{ kW}$

4.0 Tube de Prandtl

Description

Il s'agit du tube de Prandtl de la figure 4.8 (vol I). Le ralentissement du fluide à l'amont du tube et son écoulement autour du tube se font conformément aux conditions énoncées dans le paragraphe 4.2.5.

Nous considérons deux cas :

Cas I le fluide qui s'écoule est de l'air ;

Cas II le fluide qui s'écoule est de l'eau.

Hypothèses

- Le régime est permanent.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.
- L'eau est un fluide incompressible.

Données

Cas I :

- Etat thermodynamique de l'air au point 1 : $P_1 = 5\text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Différence de pression mesurée : $\Delta P = 2.5\text{ mbar}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.288\text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1\text{ kJ}/(\text{K kg})$

Cas II :

- Différence de pression mesurée : $\Delta P = 20\text{ mbar}$
- Masse volumique de l'eau au point 1 : $\rho_1 = 1000\text{ kg/m}^3$

Question

- Calculer la vitesse C_1 du fluide dans les deux cas considérés.

Réponses

- Cas I $C_1 = 9.19\text{ m/s}$
- Cas II $C_1 = 2\text{ m/s}$

4.P Dimensionnement d'une tuyère de Laval

Description

Soit une tuyère de Laval, de section circulaire, alimentée avec de la vapeur d'eau provenant d'un réservoir amont 0. Elle débite dans un réservoir aval 4, le régime d'écoulement étant supersonique adapté. Les deux réservoirs sont de dimensions pouvant être considérées comme infinies par rapport à celle de la tuyère.

Hypothèses

- La tuyère est fixe.
- La tuyère est parfaitement calorifugée.
- L'axe de la tuyère est horizontal.
- L'écoulement se fait sans dissipation.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- La vapeur d'eau est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique dans le réservoir amont : $P_0 = 8 \text{ bar}$ $\hat{T}_0 = 350^\circ\text{C}$
- Pression dans le réservoir aval : $P_4 = 2 \text{ bar}$
- Constante massique de la vapeur d'eau : $r = 0.462 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_p = 2.1 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Débit-masse de vapeur d'eau : $\dot{M} = 3 \text{ kg/s}$

Questions

- Calculer la pression P_2 et la température T_2 de la vapeur au col de la tuyère.
- Calculer la vitesse C_2 de la vapeur au col de la tuyère.
- Calculer la section S_2 au col de la tuyère.
- Calculer la température T_3 de la vapeur à la sortie de la tuyère.
- Calculer la vitesse C_3 de la vapeur à la sortie de la tuyère.
- Calculer la section S_3 à la sortie de la tuyère.

Réponses

- $P_2 = 4.39 \text{ bar}$ $\hat{T}_2 = 272.98^\circ\text{C}$
- $C_2 = A_L = 568.8 \text{ m/s}$
- $S_2 = 0.0030 \text{ m}^2 = 30 \text{ cm}^2$
- $\hat{T}_3 = 186.2^\circ\text{C}$
- $C_3 = 829.4 \text{ m/s}$
- $S_3 = 0.0038 \text{ m}^2 = 38 \text{ cm}^2$

4.Q Mesure de débit à l'aide d'un diaphragme

Description

Soit le système constitué d'un canal muni d'un diaphragme (fig. 4.17).

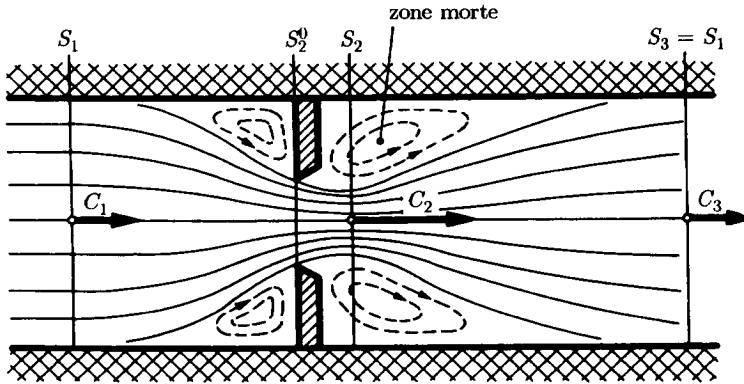


Fig. 4.17

Le diaphragme produit une dépression dont la mesure permet de déterminer le débit-masse de vapeur d'eau s'écoulant dans le canal.

Hypothèses

- Le canal est fixe.
- Le canal est parfaitement calorifugé.
- L'axe du canal est horizontal.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- La vapeur d'eau est assimilable à un gaz semi-parfait.

Données

- | | |
|---|---|
| • Section du canal : | $S_1 = 0.0913 \text{ m}^2$ |
| • Section d'écoulement à l'étranglement : | $S_2 = 0.0154 \text{ m}^2$ |
| • Chiffre de contraction : | $n = 0.68$ |
| • Etat thermodynamique de la vapeur d'eau dans la section 1 : | $P_1 = 6.261 \text{ bar}$
$\hat{T}_1 = 315 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| • Pression de la vapeur d'eau dans la section 2 : | $P_2 = 6.029 \text{ bar}$ |
| • Constante massique de la vapeur d'eau : | $r = 461.5 \text{ J/(K kg)}$ |
| • Rapport calorifique moyen de la vapeur d'eau : | $\bar{\gamma} = 1.2739$ |
| • facteur de correction : | $\zeta = 0.9$ |

Questions

- Etablir la relation générale permettant de calculer le débit-masse dans le cas d'un fluide réel.

Simplifier la relation trouvée précédemment pour le cas d'un gaz semi-parfait.
Calculer le débit-masse de vapeur d'eau s'écoulant dans le canal.

Réponses

$$\dot{M} = \frac{\zeta n S_2^0}{\sqrt{1 - n^2 m^2 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{2/\tilde{\gamma}_s}}} \sqrt{\frac{2 \bar{c}_p T_1}{v_1^2 \bar{\beta}_p} \left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{2/\tilde{\gamma}_s} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(1/\bar{\alpha}_s) + (2/\tilde{\gamma}_s)} \right)}$$

$$\dot{M} = \frac{\zeta n S_2^0}{\sqrt{1 - n^2 m^2 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{2/\tilde{\gamma}}}} \sqrt{\frac{2 P_1}{\bar{F} v_1} \left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{2/\tilde{\gamma}} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\tilde{\gamma}+1)/\tilde{\gamma}} \right)}$$

$$\dot{M} = 4.5 \text{ kg/s}$$

Propriétés thermodynamiques de la matière

5.A Fonction d'état d'un gaz parfait

Description

De l'azote, pris à une température initiale T_1 , est comprimé de la pression P_1 à la pression P_2

Hypothèses

- L'azote est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial : $V_1 = 100 \text{ dm}^3$
 $P_1 = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 0^\circ\text{C}$
- Pression finale : $P_2 = 20 \text{ bar}$
- Masse molaire : $\tilde{m} = 28.013 \text{ kg/kmol}$
- chaleur spécifique isobare molaire : $\tilde{c}_p = 29.1 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$

Questions

- Calculer les variations d'énergie interne, d'enthalpie et d'entropie pour les compressions isentrope et isotherme.
- Que faudrait-il comme donnée supplémentaire pour calculer l'énergie libre et l'enthalpie libre pour la compression isentrope ?
- Calculer les variations d'énergie libre et d'enthalpie libre pour la compression isotherme.

Solution

La quantité d'azote, exprimée en kmol, est calculée à l'aide de l'équation d'état des gaz parfaits (5.70) appliquée à l'état initial, compte tenu de (5.59) :

$$N = \frac{V_1 P_1}{\tilde{r} T_1} = 0.004403 \text{ kmol}$$

La chaleur spécifique isochore molaire est, selon (2.72) et (5.59) :

$$\tilde{c}_v = \tilde{c}_p - \tilde{r} = 20.786 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$$

Le facteur calorifique est, selon (2.76) :

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{(\tilde{c}_p/\tilde{c}_v) - 1}{\tilde{c}_p/\tilde{c}_v} = \frac{\tilde{c}_p - \tilde{c}_v}{\tilde{c}_p} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{c}_p} = 0.2857$$

La variation d'énergie interne est selon (2.58) :

$$\Delta U = M c_v \Delta T = N \tilde{c}_v \Delta T$$

La variation d'enthalpie est, selon (2.60) :

$$\Delta H = M c_p \Delta T = N \tilde{c}_p \Delta T$$

La variation d'entropie est, selon (2.66) :

$$\Delta S = M \left(-r \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \right) = N \left(-\tilde{r} \ln \frac{P_2}{P_1} + \tilde{c}_p \ln \frac{T_2}{T_1} \right)$$

La variation d'énergie libre est, selon (1.142) :

$$dF = dU - TdS - SdT$$

La variation d'enthalpie libre est, selon (1.143) :

$$dG = dH - TdS - SdT$$

Pour la **transformation isentropique**, nous obtenons, selon (2.66) et (2.76), la relation différentielle :

$$\frac{dT}{T} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{c}_p} \frac{dP}{P} = \Gamma \frac{dP}{P}$$

La température finale est, après intégration :

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma = 642.85 \text{ K} \quad \hat{T}_{2s} = 369.70^\circ \text{C}$$

Remarquons que cette relation apparaît bien dans le tableau de la figure 8.6 (vol. I).

Nous obtenons finalement :

- la variation d'énergie interne :

$$\Delta U = N \tilde{c}_v (T_{2s} - T_1) = 33.84 \text{ kJ}$$

- la variation d'enthalpie :

$$\Delta H = N \tilde{c}_p (T_{2s} - T_1) = 47.37 \text{ kJ}$$

- la variation d'entropie :

$$\Delta S = 0 \text{ kJ/K}$$

- la variation d'énergie libre :

$$\Delta F = \Delta U - S \Delta T$$

- la variation d'enthalpie libre :

$$\Delta G = \Delta H - S \Delta T$$

Les variations ΔF et ΔG ne peuvent pas être calculées ici, car elles dépendent de la valeur absolue de l'entropie, qui ne figure pas dans les données.

Pour la **transformation isotherme**, la température finale T_{2t} est évidemment égale à la température initiale T_1 .

Nous obtenons finalement :

- la variation d'énergie interne :

$$\Delta U = N\tilde{c}_v (T_{2t} - T_1) = 0 \text{ kJ}$$

- la variation d'enthalpie :

$$\Delta H = N\tilde{c}_p (T_{2t} - T_1) = 0 \text{ kJ}$$

- la variation d'entropie :

$$\Delta S = -N\tilde{r} \ln \frac{P_2}{P_1} = -0.1097 \text{ kJ/K}$$

- la variation d'énergie libre :

$$\Delta F = -T_1 \Delta S = 29.957 \text{ kJ}$$

- la variation d'enthalpie libre :

$$\Delta G = -T_1 \Delta S = 29.957 \text{ kJ}$$

5.B Expérience de Gay-Lussac – Joule

Description

Soit un récipient comprenant deux compartiments A et B reliés par un tube obturé par un robinet étanche R (fig. 5.1). A l'état initial 1, le compartiment A contient de l'air et le compartiment B est soumis à un vide absolu. Après l'ouverture du robinet R , l'air tend vers un nouvel état final d'équilibre 2.

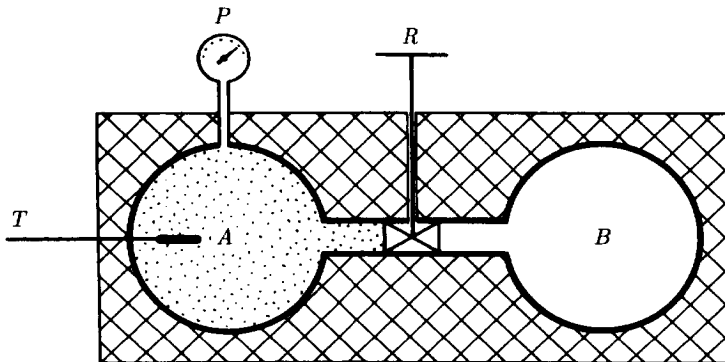


Fig. 5.1

Hypothèses

- Le récipient est parfaitement calorifugé.

Données

- Volume du compartiment A : $V_A = 10 \text{ dm}^3$
- Volume du compartiment B : $V_B = 5 \text{ dm}^3$
- Etat thermodynamique initial de l'air : $P_1 = 30 \text{ bar}$ $T_1 = 150 \text{ K}$
- Chaleur spécifique isochore moyenne de l'air : $\bar{c}_v = 0.7236 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Etat critique de l'air : $v_c = 0.003816 \text{ m}^3/\text{kg}$
 $P_c = 37.4 \text{ bar}$
 $T_c = 132.6 \text{ K}$

Questions

- Calculer la température finale dans les deux cas suivants :
 Cas I :
 L'air se comporte comme un gaz de Van der Waals (en cas d'intégration, considérer une chaleur spécifique moyenne).
 Cas II L'air se comporte comme un gaz parfait.

Solution

En vertu du Premier Principe (équation (1.27) ou (2.3)) et compte tenu de l'hypothèse, la variation d'énergie interne est nulle : $du = 0$ $\Delta u = 0$

Cas I

La variation de température est, selon (5.104) :

$$dT = -\frac{a}{c_v} \frac{dv}{v^2} = \frac{a}{c_v} d\left(\frac{1}{v}\right)$$

En intégrant la relation ci-dessus, nous obtenons :

$$T_2 - T_1 = \frac{a}{\bar{c}_v} \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

La masse est calculée à l'aide de l'équation d'état des gaz de Van der Waals (5.74), appliquée à l'état 1 :

$$\left(\frac{V_A}{M} - b \right) \left(P_1 + \frac{a}{(V_A/M)^2} \right) = r T_1$$

Les constantes a , b et r sont calculées à l'aide de (5.90) :

$$a = 3v_c^2 P_c = 163.384 \text{ Nm}^4/\text{kg}^2$$

$$b = \frac{v_c}{3} = 0.001272 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$r = \frac{8v_c P_c}{3T_c} = 287.0154 \text{ J}/(\text{K kg})$$

La résolution de l'équation du troisième degré en M donne :

$$M = 0.8797 \text{ kg}$$

La température finale est alors :

$$T_2 = T_1 + \frac{aM}{\bar{c}_v} \left(\frac{1}{V_A + V_B} - \frac{1}{V_A} \right) = 143.38 \text{ K}$$

La température finale est donc inférieure de 6.62 degrés à la température initiale.

Cas II

La température finale est, compte tenu de (2.58) :

$$T_2 = T_1 + \frac{\Delta u}{c_v}$$

$$T_2 = T_1 = 150 \text{ K}$$

La température finale est donc égale à la température initiale.

5.C Détente de Joule-Thomson

Description

Considérons la détente de Joule-Thomson de l'hélium d'une pression P_1 à une pression P_2 .

Nous envisageons deux cas I et II définis par deux températures initiales différentes.

Hypothèses

- La chaleur spécifique isobare de l'hélium est constante dans le domaine étudié.
- L'hélium est assimilable à un fluide de Redlich-Kwong.

Données

- Pression initiale : $P_1 = 15 \text{ bar}$
- Pression finale : $P_2 = 1 \text{ bar}$
- Température initiale :
 - Cas I : $T_{1I} = 11 \text{ K}$
 - Cas II : $T_{1II} = 40 \text{ K}$
- Constante massique $r = 2.0779 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare : $c_p = 5.5 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Etat critique : $P_c = 2.2746 \text{ bar}$
 $T_c = 5.2 \text{ K}$

Questions

- Etablir la relation donnant le facteur de compression α_h isenthalpe en fonction de v , P et T (en gardant pour simplifier le coefficient b et en posant $a' = a \cdot T^{0.5}$).
- Calculer, pour les cas I et II, le facteur de compression isenthalpe moyen $\bar{\alpha}_h$ et la température finale.
- Calculer, pour la pression P_1 , les températures relatives aux points situés sur la courbe d'inversion de l'effet de Joule-Thomson.

Solution

Relation donnant le facteur de compression isenthalpe

Le facteur de compression isenthalpe est, selon les tableaux 2.4 et 2.6 (vol. I) :

$$\alpha_h = \frac{T}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_h = \frac{c_p T}{v P (\beta_p - 1)}$$

Le facteur de dilatation isobare est, selon (2.17), (2.20), (2.16) et (2.18) :

$$\beta_p = \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{\alpha_v}{\gamma_t} = - \frac{T(\partial P / \partial T)_v}{v(\partial P / \partial v)_T}$$

Compte tenu de l'équation de Redlich-Kwong (5.112) et (5.113) :

$$\beta_p = \frac{\frac{rT}{v-b} + \frac{a'}{2T^{0.5}v(v+b)}}{\frac{rvT}{(v-b)^2} - \frac{a'(2v+b)}{T^{0.5}v(v+b)^2}}$$

avec

$$a' = aT^{0.5} = \text{cste}$$

Nous en déduisons le facteur de compression isenthalpe :

$$\alpha_h = \left(\frac{\frac{rT}{v-b} + \frac{a'}{2T^{0.5}v(v+b)}}{\frac{rvT}{(v-b)^2} - \frac{a'(2v+b)}{T^{0.5}v(v+b)^2}} - 1 \right)^{-1} \frac{c_p T}{vP}$$

Facteur de compression isenthalpe moyen et température finale

Le facteur de compression isenthalpe moyen est :

$$\bar{\alpha}_h = \left(\frac{\frac{r\bar{T}}{\bar{v}-b} + \frac{a'}{2\bar{T}^{0.5}\bar{v}(\bar{v}+b)}}{\frac{r\bar{v}\bar{T}}{(\bar{v}-b)^2} - \frac{a'(2\bar{v}+b)}{\bar{T}^{0.5}\bar{v}(\bar{v}+b)^2}} - 1 \right)^{-1} \frac{c_p \bar{T}}{\bar{v}\bar{P}}$$

avec

$$\bar{v} = v(\bar{P}, \bar{T})$$

Le volume massique moyen \bar{v} est calculé à l'aide de l'équation de Redlich-Kwong (5.112) et (5.113). Les constantes a' et b sont :

$$a' = aT^{0.5} = \frac{0.42748 r^2 T_c^{2.5}}{P_c} = 500.34 \text{ Nm}^4 \text{ K}^{0.5} / \text{kg}^2$$

$$b = \frac{0.08664 r T_c}{P_c} = 0.0041157 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

La température finale est, après intégration entre l'état 1 et l'état 2 de l'équation de définition de α_h :

$$T_2 \cong T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1/\bar{\alpha}_h}$$

Pour le calcul de $\bar{\alpha}_h$:

$$\bar{P} = P_1 \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = 3.873$$

$$\bar{T} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{2/(\bar{\alpha}_{h1} + \bar{\alpha}_{h2})}$$

avec

$$\alpha_{h1} = \alpha_h(P_1, T_1) = 11.495$$

$$\alpha_{h2} = \alpha_h(P_2, T_2) = 9.992 \text{ pour } T_{2,\text{estimé}} = 6.5 \text{ K}$$

Nous avons un système de deux équations à deux inconnues $\bar{\alpha}_h$ et T_2 . Le calcul par itérations donne les résultats suivants :

Cas I

$$\bar{\beta}_p = 1.363 \quad \bar{\alpha}_h = 7.892 \quad T_{2I} = 7.8 \text{ K}$$

Dans ce cas, la détente de Joule-Thomson donne lieu à un refroidissement.

Cas II

$$\bar{\beta}_p = 0.991 \quad \bar{\alpha}_h = -298.14 \quad T_{2II} = 40.36 \text{ K}$$

Dans ce cas, la détente de Joule-Thomson donne lieu à un échauffement.

Les transformations correspondant aux détentes dans les cas I et II sont tracées dans la figure 5.2 représentant le diagramme T - P .

Températures des points situés sur la courbe d'inversion pour $P = P_1$

La courbe d'inversion de l'effet Joule-Thomson est définie par la condition :

$$\beta_p = 1 \quad \text{ou} \quad \alpha_h^{-1} = 0$$

qui donne la relation :

$$T = \left(\frac{a'(5v + 3b)}{2v(v + b)^2} \frac{(v - b)^2}{rb} \right)^{2/3}$$

Le volume massique v est calculé à partir de l'équation de Redlich-Kwong :

$$P_1 = \frac{rT}{v - b} - \frac{a'}{T^{0.5}v(v + b)}$$

La résolution par itérations donne, pour $P = P_1 = 15 \text{ bar}$, les deux solutions qui suivent.

- Point A :

$$T_A = 5.95 \text{ K}$$

- Point B :

$$T_B = 20.35 \text{ K}$$

Les points A et B, situés sur la courbe d'inversion de l'effet Joule-Thomson, sont représentés dans la figure 5.2. A noter que la modélisation de type Redlich-Kwong ne donne que des valeurs très approximatives (imprécisions qui peuvent être supérieures à 10 % dans certains domaines).

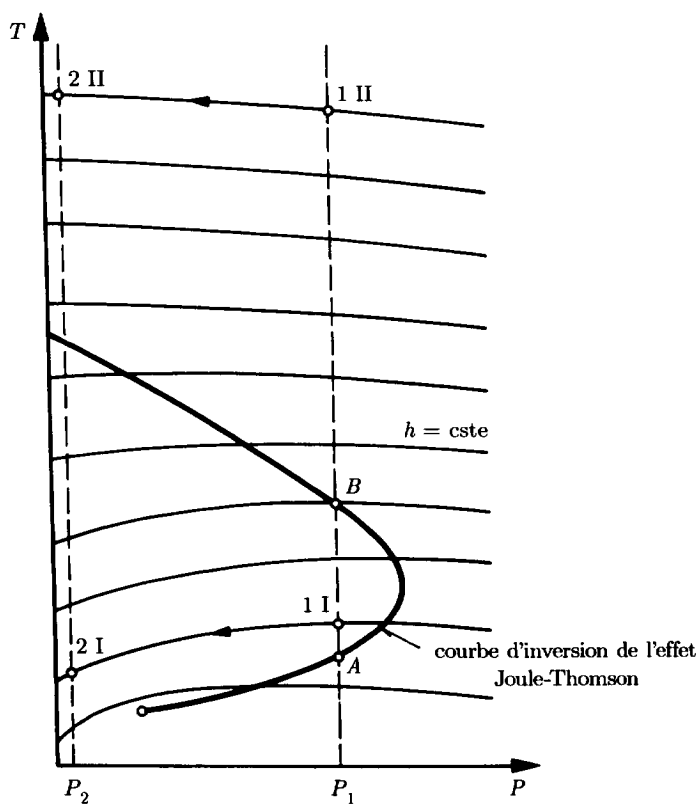


Fig. 5.2

5.D Détente irréversible d'un gaz parfait

Description

Soit un système fermé constitué d'un cylindre muni d'un piston (fig. 5.3). L'hélium contenu dans le cylindre est détendu de la pression initiale P_1 à la pression finale P_2 .

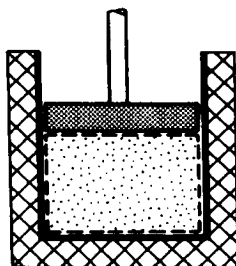


Fig. 5.3

Hypothèses

- Le système est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'hélium est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial : $P_1 = 10 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 200^\circ\text{C}$
- Pression finale : $P_2 = 1 \text{ bar}$
- Masse molaire de l'hélium : $\tilde{m} = 4.003 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'hélium : $c_p = 5.1931 \text{ kJ/(K kg)}$
- Energie-travail massique donnée : $a^- = 850 \text{ kJ/kg}$

Questions

- Quelle est la nature de la transformation ?
- Déterminer l'état thermodynamique final (v_2 , P_2 , T_2).
- Déterminer les variations d'énergie interne, d'enthalpie et d'entropie massiques entre l'état initial 1 et l'état final 2.
- Calculer la dissipation massique (en considérant la transformation comme polytrophe).

Solution

Nature de la transformation

La détente s'effectue avec dissipation. L'accroissement d'entropie est en vertu de (1.66) et (1.67) :

$$\delta S^i = \delta S^r > 0$$

La transformation est donc irréversible.

Etat final

Le Premier Principe (équation (1.27) ou (2.3)) donne, compte tenu des deux premières hypothèses :

$$\delta a^- = -du$$

Nous obtenons, par intégration, compte tenu de (2.58) :

$$a^- = -\Delta u = -c_v \Delta T = -c_v (T_2 - T_1)$$

La constante massique de l'hélium est, selon (5.59) et (5.66) :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 2.0769 \text{ kJ/(K kg)}$$

La chaleur spécifique isochore de l'hélium est, selon (2.72) :

$$c_v = c_p - r = 3.1162 \text{ kJ/(K kg)}$$

La température finale est donc :

$$T_2 = T_1 - \frac{a^-}{c_v} = 200.38 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = -72.77^\circ\text{C}$$

Le volume massique final est, selon l'équation d'état des gaz parfaits (5.27) :

$$v_2 = r \frac{T_2}{P_2} = 4.162 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Variations d'énergie interne, d'enthalpie et d'entropie massiques

La variation d'énergie interne massique est :

$$\Delta u = a^- = -850 \text{ kJ/kg}$$

La variation d'enthalpie massique est, selon (2.60) :

$$\Delta h = c_p (T_2 - T_1) = -1\,416.5 \text{ kJ/kg}$$

La variation d'entropie massique est, selon (2.66) :

$$\Delta s = -r \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.3204 \text{ kJ/(K kg)}$$

Dissipation massique

Les équations fondamentales (2.3) donnent, compte tenu des deux premières hypothèses et par intégration entre les états 1 et 2, la dissipation massique :

$$r = \int_1^2 P dv - a^-$$

Les transformations réelles élémentaires peuvent être approximées par des transformations polytropes pour lesquelles, d'après (2.18) et (2.22), nous avons :

$$\frac{dP}{P} = -\gamma_\sigma \frac{dv}{v}$$

Il en découle que : $Pv^{\gamma_\sigma} = \text{cste}$

En introduisant cette équation dans l'intégrale de Pdv , nous avons :

$$\int_1^2 P dv = \frac{v_1 P_1}{1 - \gamma_\sigma} \left(\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1 - \gamma_\sigma} - 1 \right)$$

Or, en vertu de (2.22) : $cv_2/v_1 = (P_2/P_1)^{-1/\gamma_\sigma}$. D'où :

$$\int_1^2 P dv = \frac{v_1 P_1}{1 - \gamma_\sigma} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(\gamma_\sigma - 1)/\gamma_\sigma} - 1 \right)$$

Cette expression correspond à $(-\check{p}/\gamma_\sigma)$ du tableau 8.7 (vol. I).

Le facteur polytrope γ_σ peut être tiré de l'expression entre les rapports de volume massique et de pression :

$$\gamma_\sigma = \frac{-\ln(P_2/P_1)}{\ln(v_2/v_1)} = 1.595$$

D'où :

$$\int_1^2 P dv = 951.7 \text{ kJ/kg}$$

La dissipation massique est finalement :

$${}_1^2 r = \int_1^2 P dv - {}_1^2 a^- = 951.7 - 850 = 101.7 \text{ kJ/kg}$$

Une autre approche s'appuyant sur le facteur polytrophe σ et compte tenu de (2.21), (2.6) et (5.8), donne :

$$\sigma = \frac{Tds}{vdP} \Leftrightarrow ds = \sigma \frac{v}{T} dP = \sigma r \frac{dP}{P}$$

$$Pdv = d(vP) - vdP = d(rT) - \frac{Tds}{\sigma} = rdT - Tr \frac{dP}{P}$$

En introduisant la relation (2.66) nous avons :

$$Pdv = \left(r - \frac{c_p}{1 + \sigma} \right) dT = \left(\Gamma - \frac{1}{1 + \sigma} \right) c_p dT$$

Nous en déduisons par intégration :

$$\int_1^2 Pdv = \left(\Gamma - \frac{1}{1 + \sigma} \right) c_p (T_2 - T_1)$$

Le facteur calorifique Γ est, selon (2.76) :

$$\Gamma = \frac{r}{c_p} = 0.40$$

Nous avons du volume I, selon le tableau 2.4 et la relation (2.82) :

$$\alpha_\sigma = \frac{T}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_\sigma = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)(1 + \sigma)}$$

Il en résulte la relation différentielle :

$$\frac{dT}{T} = \Gamma(1 + \sigma) \frac{dP}{P}$$

Nous en déduisons, après intégration, le facteur polytrophe :

$$\sigma = \frac{1}{\Gamma} \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln(P_2/P_1)} - 1 = -0.067$$

Remarquons que les relations établies ci-dessus sont bien conformes à celles qui apparaissent dans le tableau 8.7 (vol. I) :

La dissipation massique est finalement :

$$r = \left(\Gamma - \frac{1}{1 + \sigma} \right) c_p (T_2 - T_1) - a^- = 101.72 \text{ kJ/kg}$$

5.E Détentes réversibles d'un gaz parfait

Description

Soit un système constitué d'un cylindre fermé par un piston. L'air contenu dans le cylindre est détendu de la pression initiale P_1 à la pression finale P_2 .

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial : $V_1 = 8 \text{ dm}^3$
 $P_1 = 7 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 30^\circ \text{C}$
- Pression finale : $P_2 = 1 \text{ bar}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1.0087 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Rapport calorifique de l'air : $\gamma = 1.4$

Questions

- Représenter qualitativement l'évolution de l'état thermodynamique de l'air dans les diagrammes $P-v$ et $T-s$.
- Calculer la température et le volume à l'état final 2.
- Calculer la variation d'entropie entre l'état initial 1 et l'état final 2.
- Calculer l'énergie-travail fournie par l'air.
- Calculer l'énergie-chaleur reçue par l'air.

Répondre aux questions pour chacun des cas suivants :

Cas I détente isotherme

Cas II détente adiabate

Cas III détente polytrophe caractérisée par le facteur polytrophe $\sigma = -0.15$

Solution

Diagrammes $P-v$ et $T-s$.

La détente isotherme est caractérisée, selon le tableau 5.2 (vol. I), par les facteurs polytropes $\sigma = -1$ ou $\gamma_\sigma = 1$.

La détente adiabate, compte tenu de la deuxième hypothèse, est isentrope. Elle est donc caractérisée par $\sigma = 0$ ou $\gamma_\sigma = \gamma$.

La courbe polytrophe, caractérisée par $\sigma = -0.15$, est située entre l'isotherme et l'isentrope passant par le point 1 (fig. 5.4).

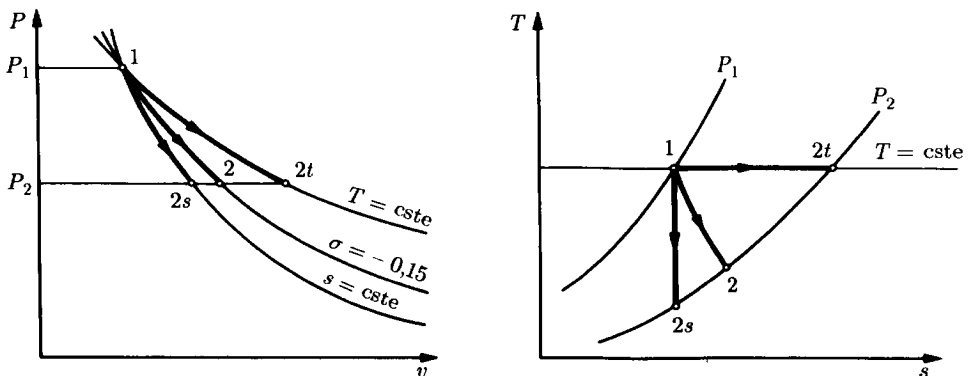


Fig. 5.4

Etat thermodynamique final**Cas I**

La température finale est évidemment :

$$\hat{T}_{2t} = \hat{T}_1 = 30^\circ\text{C} \quad T_{2t} = 303.15\text{ K}$$

Le volume final est, selon l'équation d'état des gaz parfaits (5.72) :

$$V_{2t} = V_1 \frac{P_1}{P_2} = 56\text{ dm}^3$$

Cas II

Pour une transformation isentrope, l'équation différentielle (2.66) donne, après intégration et compte tenu de (2.76) :

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^\Gamma \quad \text{---} \quad ds = -\gamma \frac{dT}{T} = -\gamma \frac{dP}{P} \quad \text{---} \quad \Gamma = \frac{\gamma}{\gamma-1}$$

Le facteur calorifique est, selon (2.36) :

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.286$$

Nous en déduisons la température finale :

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^\Gamma = 173.86\text{ K} \quad \hat{T}_{2s} = -99.29^\circ\text{C}$$

Le volume final est, selon l'équation d'état (5.72) :

$$V_{2s} = V_1 \frac{P_1}{P_2} \frac{T_{2s}}{T_1} = 32.12\text{ dm}^3$$

Cas III

Nous avons, selon (2.21) :

$$Tds = \sigma v dP$$

La relation précédente devient, compte tenu de l'équation d'état (5.71), ainsi que de (2.66) et (2.76) :

$$\frac{dT}{T} = (\sigma + 1) \Gamma \frac{dP}{P}$$

Nous obtenons, après intégration, la température finale :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\sigma+1)\Gamma} = 188.98\text{ K} \quad \hat{T}_2 = -84.17^\circ\text{C}$$

A noter que l'expression de la température finale correspond à l'expression du tableau 8.7 (vol. I) avec, pour un gaz parfait ou semi-parfait :

D'où :

$$\gamma_\sigma = 1.32 \quad \Gamma_\sigma = \frac{\gamma_\sigma - 1}{\gamma_\sigma} = (\sigma + 1) \Gamma$$

Le volume final est, selon l'équation d'état (5.72) :

$$V_2 = V_1 \frac{P_1}{P_2} \frac{T_2}{T_1} = 34.91\text{ dm}^3$$

Variation d'entropie

Cas I à III

La variation d'entropie massique est, selon (2.66) et après intégration :

$$\Delta s = -r \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

La masse d'air contenue dans le cylindre vaut, selon l'équation d'état (5.72) :

$$M = \frac{V_1 P_1}{r T_1}$$

La variation d'entropie est, compte tenu des relations précédentes et de (2.76) :

$$\Delta S = M \Delta s = \frac{V_1 P_1}{T_1} \left(-\ln \frac{P_2}{P_1} + \frac{1}{\Gamma} \ln \frac{T_2}{T_1} \right)$$

L'application numérique pour chacun des cas donne :

$${}_1^{2t} \Delta S = 35.95 \text{ J/K}$$

$${}_1^{2s} \Delta S = 0 \text{ J/K}$$

$${}_1^2 \Delta S = 5.39 \text{ J/K}$$

Energie-travail fournie

Cas I

Les équations fondamentales (2.3) donnent, après intégration, compte tenu des hypothèses, ainsi que de (5.71) et (2.56) :

$${}_1^{2t} a^- = \int_1^{2t} P dv = -r T_1 \int_1^{2t} \frac{dP}{P} = -r T_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Nous obtenons, en multipliant par la masse, l'énergie-travail :

$${}_1^{2t} A^- = -V_1 P_1 \ln \frac{P_2}{P_1} = 10.90 \text{ kJ}$$

Cas II

Les équations fondamentales (2.3) donnent, après intégration, compte tenu des hypothèses et de (2.58) :

$${}_1^{2s} a^- = {}_1^{2s} \Delta u = c_v (T_1 - T_{2s})$$

Nous obtenons, en multipliant par la masse, compte tenu des résultats précédents, ainsi que de (2.36) et (2.74), l'énergie-travail :

$${}_1^{2s} A^- = \frac{1}{\gamma - 1} V_1 P_1 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma \right) = 5.97 \text{ kJ}$$

Cas III

Les équations fondamentales (2.3) donnent, après intégration et compte tenu des deux premières hypothèses :

$${}_1^2 a^- = \int_1^2 P dv$$

Pour le calcul de cette intégrale, reprenons la relation établie au cours de la résolution du problème 5.D (voir calcul de la dissipation massique) :

$$\int_1^2 P dv = \left(\Gamma - \frac{1}{1+\sigma} \right) c_p (T_2 - T_1)$$

Nous obtenons, en multipliant par la masse, compte tenu des résultats précédents, ainsi que de (2.36) et (2.76), l'énergie-travail :

$${}_1^2 A^- = \left(1 - \frac{1}{\Gamma(1+\sigma)} \right) V_1 P_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma(\sigma+1)} - 1 \right) = 6.57 \text{ kJ}$$

Energie-chaleur reçue

Cas I

Le Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) donne, compte tenu des hypothèses, ainsi que de (2.58), l'énergie-chaleur :

$${}_1^{2t} Q^+ = {}_1^2 A^- = 10.90 \text{ kJ}$$

Cas II

La détente étant adiabate, l'énergie-chaleur est évidemment nulle :

$${}_1^{2s} Q^+ = 0$$

Cas III

Les équations fondamentales (2.3) donnent, compte tenu de la deuxième hypothèse et selon (2.58) :

$$\delta q^+ = T ds = P dv + du = P dv + c_v dT$$

En intégrant et en reprenant l'intégrale de $P dv$ rappelée plus haut, nous avons :

$${}_1^2 q^+ = \left(\left(\Gamma - \frac{1}{1+\sigma} \right) c_p + c_v \right) (T_2 - T_1)$$

Nous obtenons, en multipliant par la masse, compte tenu des résultats précédents, ainsi que de (2.74) et (2.76), l'énergie-chaleur :

$${}_1^2 Q^+ = \frac{\sigma}{\Gamma(1+\sigma)} V_1 P_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma(1+\sigma)} - 1 \right) = 1.30 \text{ kJ}$$

Remarquons que les relations établies ci-dessus sont bien conformes à celles qui apparaissent dans les tableaux 8.6 et 8.7 (vol. I).

5.F Energie-travail relative à une détente isotherme

Description

Une masse M d'air est détendue de manière isotherme à l'aide du système représenté dans la figure 5.5.

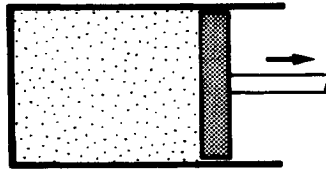


Fig. 5.5

Nous considérons les deux cas qui suivent.

Cas I L'air est assimilable à un fluide de Van der Waals.

Cas II L'air est assimilable à un gaz semi-parfait.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La transformation s'effectue sans dissipation.

Données

- Etat initial : $P_1 = 500 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 20^\circ \text{C}$
- Pression finale : $P_2 = 1 \text{ bar}$
- Etat critique de l'air : $v_c = 0.003816 \text{ m}^3/\text{kg}$
 $P_c = 37.4 \text{ bar}$
 $T_c = 132.6 \text{ K}$
- Masse de l'air : $M = 2 \text{ kg}$

Questions

- Calculer, pour le cas I, l'énergie-travail fournie par l'air au cours de la détente.
- Dédire, du résultat du cas I, l'énergie-travail fournie par l'air pour le cas II.
- Calculer la *température métacritique* T_m , définie comme étant la température à laquelle le fluide de Van der Waals fournit la même énergie-travail que celle d'un gaz semi-parfait, dans le domaine des faibles pressions.

Solution

Energie-travail fournie par l'air pour le cas I

Les constantes caractéristiques du gaz de Van der Waals sont, selon (5.90) :

$$a = 163.38 \text{ Nm}^4/\text{kg}^2$$

$$b = 0.001272 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$r = 287.02 \text{ J}/(\text{K kg})$$

Les volumes massiques initial et final sont, selon l'équation d'état de Van der Waals (5.74) :

$$v_1 = 0.002319 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_2 = 0.8407 \text{ m}^3/\text{kg}$$

L'énergie-travail fournie est, en vertu des équations fondamentales (2.3), de l'équation d'état (5.74) et compte tenu des hypothèses :

$${}^2_1A^- = M \int_1^2 P dv = MrT_1 \int_1^2 \frac{dv}{v-b} - Ma \int_1^2 \frac{dv}{v^2}$$

$${}^2_1A^- = MrT_1 \ln \frac{v_2-b}{v_1-b} + Ma \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) = 984.76 \text{ kJ}$$

Energie-travail fournie par l'air pour le cas II

Le gaz semi-parfait est un cas limite du fluide de Van der Waals. Nous pouvons calculer l'énergie-travail par deux méthodes différentes.

Première méthode

Le fluide de Van der Waals se comporte comme un gaz semi-parfait quand le volume massique v tend vers ∞ . Nous obtenons, pour un gaz semi-parfait :

$${}^2_1A^- = MrT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{1 - (b/v_2)}{1 - (b/v_1)} + Ma \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

$${}^2_1A^- = MrT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = 991.71 \text{ kJ}$$

Deuxième méthode

L'équation d'état de Van der Waals devient identique à l'équation d'état des gaz semi-parfaits lorsque les constantes a et b sont nulles. Nous obtenons le même résultat que précédemment à partir de celui relatif au cas I. Ce résultat est bien conforme à l'une des expressions de l'intégrale de Pdv figurant dans le tableau 8.3 (vol. I).

Température métacritique

Lorsque la pression P tend vers 0, la température T étant positive, le covolume b devient petit par rapport à v_1 et v_2 . L'énergie-travail fournie par le fluide de Van der Waals est, après développement en séries du terme :

$$\frac{1 - (b/v_2)}{1 - (b/v_1)}$$

et en négligeant les termes d'ordre supérieur à 1 :

$${}^2_1A^- = MrT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{1 - \frac{b}{v_2}}{1 - \frac{b}{v_1}} + Ma \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

$${}^2_1A^- \cong MrT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} + MrT_1 \ln \left(1 - \frac{b}{v_2} + \frac{b}{v_1} \right) + Ma \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

$${}^2_1A^- \cong MrT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} - MrT_1 b \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) + Ma \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

Il en résulte que l'énergie-travail est :

$${}^2A^- \cong MrT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} + M(a - rTb) \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

La température métacritique est alors définie par la condition suivante :

$$a - rT_m b = 0$$

Il en résulte que la température métacritique est :

$$T_m = \frac{a}{rb} = 447.5 \text{ K} \quad \hat{T}_m = 174.4^\circ\text{C}$$

5.G Chauffage isochore de l'eau

Description

Soit un système fermé, de volume constant, contenant de la vapeur d'eau humide. Il s'agit d'étudier l'évolution de l'état thermodynamique de l'eau lors d'un chauffage de la température initiale T_1 jusqu'à la température finale T_2 .

Hypothèses

- Le chauffage se fait sans dissipation.

Données

- Etat thermodynamique initial de l'eau : $P_1 = 20 \text{ bar} \quad x_1 = 0.5$
- Température finale : $\hat{T}_2 = 450^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de la vapeur surchauffée pour $\hat{T}_2 = 450^\circ\text{C}$:

$P[\text{bar}]$	58	60	62	64
$v[\text{m}^3/\text{kg}]$	0.05403	0.05210	0.05030	0.04862
$h[\text{kJ/kg}]$	3306.3	3303.5	3300.6	3297.7

- Etats de saturation :

P [bar]	\hat{T} [°C]	v' [m ³ /kg]	v'' [m ³ /kg]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]
20	212.37	0.0011766	0.09954	908.59	2797.2

Questions

- Déterminer le volume massique, l'énergie interne massique et l'enthalpie massique à l'état initial 1.
- Déterminer le volume massique, la pression, l'énergie interne massique et l'enthalpie massique à l'état final 2.
- Calculer l'énergie-chaleur massique reçue pendant le chauffage.

Solution

Etat thermodynamique initial

Le volume massique et l'enthalpie massique sont, selon (5.82) et (5.84) :

$$v_1 = v' + (v'' - v') x_1 = 0.05036 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = h' + (h'' - h') x_1 = 1852.9 \text{ kJ/kg}$$

L'énergie interne massique est, selon (1.148) :

$$u_1 = h_1 - v_1 P_1 = 1752.2 \text{ kJ/kg}$$

Etat thermodynamique final

La transformation étant isochore, le volume massique final est évidemment :

$$v_2 = v_1 = 0.05036 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La transformation thermodynamique est représentée dans le diagramme T - s de la figure 5.6.

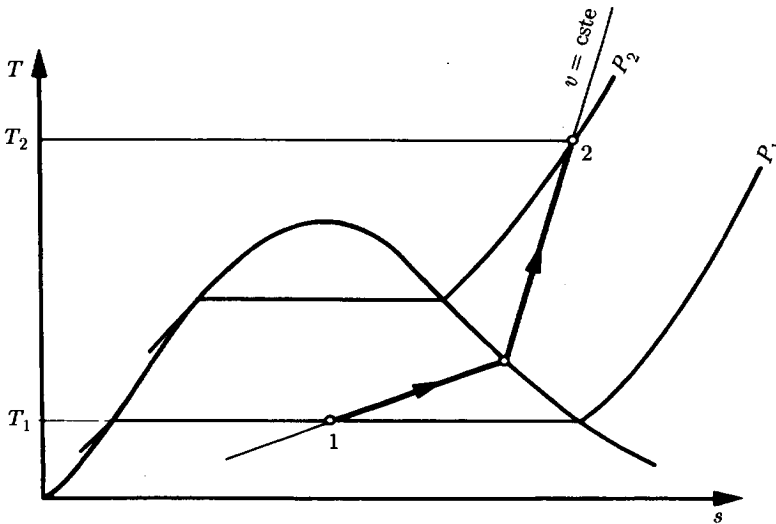


Fig. 5.6

La pression et l'enthalpie massique se calculent par interpolation entre les valeurs figurant dans la table de la vapeur surchauffée :

$$P_2 = 61.9 \text{ bar}$$

$$h_2 = 3300.7 \text{ kJ/kg}$$

L'énergie interne massique est, selon (1.148) :

$$u_2 = h_2 - v_2 P_2 = 2988.8 \text{ kJ/kg}$$

Energie-chaleur massique reçue

Le Premier Principe (équation (1.26) ou (2.3)) donne, compte tenu du fait qu'il n'y a pas de variation des énergies cinétique et potentielle :

$$q^+ = u_2 - u_1 = 1236.6 \text{ kJ/kg}$$

5.H Equations d'état

Description

Afin d'illustrer l'approximation faite en assimilant un fluide réel à un gaz parfait, nous considérons le cylindre représenté par la figure 5.7, comprenant deux compartiments *A* et *B* séparés par une paroi étanche. Il est fermé par un piston supportant une charge constante.

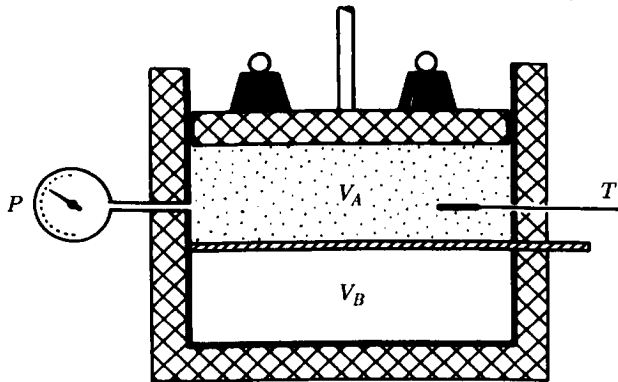


Fig. 5.7

A l'état initial 1, le compartiment *A* contient de l'air à la pression P_1 et à la température T_1 . Le compartiment *B* est soumis à un vide absolu. L'expérience consiste à retirer la paroi étanche. Le système tend vers un nouvel état d'équilibre qui est l'état final 2.

Hypothèses

- Le cylindre est parfaitement calorifugé.
- Les variations de l'énergie potentielle sont négligeables.
- Le piston se déplace sans frottement à l'intérieur du cylindre.

Données

- Volume des compartiments *A* et *B* : $V_A = V_B = 1 \text{ m}^3$
- Etat thermodynamique initial de l'air : $P_1 = 200 \text{ bar}$ $T_1 = 20^\circ\text{C}$

- Etats thermodynamiques de l'air (gaz réel) pour $P_1 = 200$ bar :

T [K]	v [dm ³ /kg]	h [kJ/kg]
290	4.2622	252.97
300	4.4478	265.74
310	4.6307	278.27
320	4.8112	290.59
330	4.9895	302.74
340	5.1659	314.73
350	5.3405	326.59
360	5.5136	338.33
370	5.6852	349.98
380	5.8556	361.53

- Constante massique de l'air : $r = 0.2882$ kJ/(K kg)
- Rapport calorifique de l'air (gaz parfait) : $\gamma = 1.4$

Questions

- Calculer la température finale de l'air pour les deux cas suivants :
Cas I L'air est un gaz réel.
Cas II L'air se comporte comme un gaz parfait.

Solution

Considérons le système fermé constitué par l'air qui est situé à l'intérieur du compartiment A à l'état 1. Lorsque la paroi étanche est retirée, l'air du compartiment A se précipite dans le compartiment B , avec transformation d'énergie interne en énergie cinétique. Le mouvement de l'air s'amortit progressivement en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux, l'énergie cinétique se retransforme en énergie interne et le système tend vers un état d'équilibre final 2, pour lequel le piston prend une nouvelle position.

Le Premier Principe (équation (1.31) ou (2.3)) donne, compte tenu des deux premières hypothèses :

$$-\delta a^+ + d\frac{\bar{C}^2}{2} = -du$$

Nous obtenons par intégration, en tenant compte du fait que les états initial 1 et 2 sont des états de repos :

$$a^+ = u_2 - u_1$$

Etant donné la troisième hypothèse, la pression s'exerçant sur le piston reste égale à la pression initiale P_1 au cours du processus. L'énergie-travail massique reçue par le système est alors :

$$a^+ = \frac{P_1}{M} (V_A + V_B - V_2)$$

Selon les définitions (1.1), nous avons :

$$M = \frac{V_A}{v_1} = \frac{V_2}{v_2}$$

de sorte que nous obtenons la relation suivante :

$$P_1 \left(\left(1 + \frac{V_B}{V_A} \right) v_1 - v_2 \right) = u_2 - u_1$$

dans laquelle nous avons :

$$v_1 = v(P_1, T_1) \quad u_1 = u(P_1, T_1)$$

$$v_2 = v(P_1, T_2) \quad u_2 = u(P_1, T_2)$$

Cas I L'air est un gaz réel

Nous obtenons pour l'état initial 1, selon les données (tablette des états thermodynamiques de l'air à la pression $P_1 = 200$ bar) :

$$v_1 = 4.3207 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 = h_1 - v_1 P_1 = 170.579 \text{ kJ/kg}$$

L'équation générale établie plus haut est une équation implicite qui nécessite un calcul par itérations. La marche à suivre est la suivante :

$$T_2 \xrightarrow{\text{tablette}} v_2 \xrightarrow{\text{équation}} u_2 \xrightarrow{(1.32)} h_2 \xrightarrow{\text{tablette}} T_2$$

Itération	T_2 [K]	v_2 [m ³ /kg]	u_2 [kJ/kg]	h_2 [kJ/kg]	T_2 [K]
1	300	$4.4478 \cdot 10^{-3}$	253.846	343.406	364.36
2	364.36	$5.5884 \cdot 10^{-3}$	231.638	343.407	364.36

La température finale est donc :

$$T_2 = 364.36 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 91.21^\circ \text{C}$$

Le volume final est :

$$V_2 = v_2 M = \frac{v_2}{v_1} V_A = 1.294 \text{ m}^3$$

Cas II L'air se comporte comme un gaz parfait.

L'équation développée plus haut, concernant la variation d'énergie interne, donne, compte tenu de (5.71), (2.58) et du fait que la pression reste constante :

$$r \left(\left(1 + \frac{V_B}{V_A} \right) T_1 - T_2 \right) = c_v (T_2 - T_1)$$

Il en résulte que la température finale est, compte tenu de (2.72) :

$$T_2 = T_1 \left(1 + \Gamma \frac{V_B}{V_A} \right) = 376.9 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 103.75^\circ \text{C}$$

Nous constatons que l'hypothèse du gaz parfait conduit à une température surévaluée de 12.5°C , c'est-à-dire à une approximation assez médiocre.

5.1 Fusion par compression

Description

Considérons l'expérience qui consiste à faire fondre de la glace en lui faisant subir une compression. La glace se trouve à l'état initial 1, à la pression P_1 et à la température T_1 . Les caractéristiques de la glace et de l'eau liquide ($v_n''', v_n', q_{\text{fus}}, \beta_p, c_p$) sont connues à l'état thermodynamique normal défini par P_n et T_n .

Hypothèses

- La compression est adiabate et sans dissipation.
- Les caractéristiques de la glace et de l'eau liquide restent constantes au cours de la transformation.

Données

- Etat thermodynamique initial : $P_1 = P_n \quad \hat{T}_1 = -1^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique normal :
 Pression : $P_n = 1.01325 \text{ bar}$
 Température : $\hat{T}_n = 0^\circ\text{C}$
 Volume massique du solide saturé : $v_n''' = 1090.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$
 Volume massique du liquide saturé : $v_n' = 1000.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$
- Facteur de dilatation isobare de la glace : $\beta_p = 0.041$
- Chaleur spécifique de la glace : $c_p = 2.106 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur de fusion : $q_{\text{fus}} = 333.5 \text{ kJ/kg}$

Questions

- Etablir la loi de variation de la pression en fonction de la température, correspondant aux états de saturation solide-liquide (courbe de fusion-solidification).
- Calculer la pression de saturation correspondant à la température T_1 .
- Calculer la pression et la température (état 2) auxquelles la glace commence à fondre. Représenter dans un diagramme P - T l'évolution de l'état thermodynamique de la glace.

Solution

Loi de saturation solide-liquide

L'intégration de l'équation de Clausius-Clapeyron (5.142), entre l'état normal et un autre état quelconque, donne, compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$P_s - P_n = \int \frac{q_{\text{fus}}}{(v' - v''')} \frac{dT}{T}$$

$$P_s = P_n + \frac{q_{\text{fus}}}{(v' - v''')} \ln \frac{T}{T_n}$$

Pression de saturation

En appliquant la relation précédente, nous obtenons :

$$P_{s1} = 136.5 \text{ bar}$$

Fusion de la glace par compression

Selon (2.2) et compte tenu de la première hypothèse, la transformation est isentrope. L'équation différentielle (2.65) donne alors :

$$dP = \frac{c_p}{v\beta_p} dT$$

En intégrant l'équation ci-dessus entre l'état 1 et un état quelconque et en tenant compte de la deuxième hypothèse, nous obtenons :

$$P - P_1 = \frac{c_p}{v'''\beta_p} (T - T_1)$$

Cette relation est l'équation de l'isentrope passant par le point 1 dans le domaine du solide du diagramme P - T (fig. 5.8).

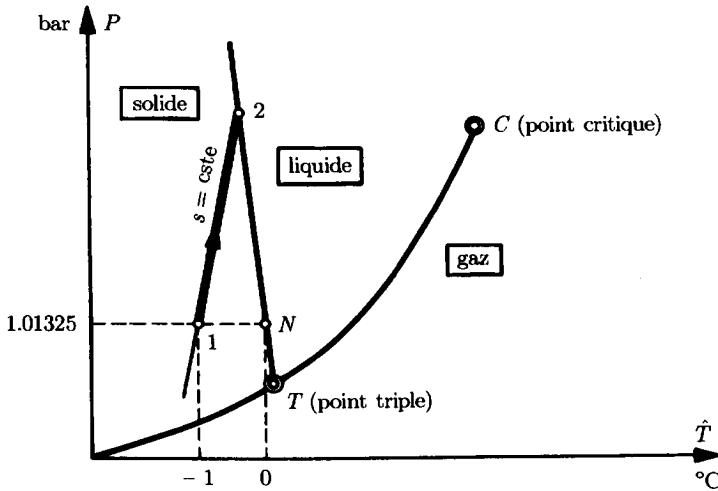


Fig. 5.8

La glace commence à fondre au point 2 situé à l'intersection de la droite $s = cste$ et de la courbe de saturation solide-liquide. Donc, les deux équations qui suivent doivent être satisfaites :

$$P_2 - P_1 = \frac{c_p}{v'''\beta_p} (T_2 - T_1)$$

$$P_2 = P_n + \frac{q_{fus}}{(v' - v''')} \ln \frac{T_2}{T_n}$$

La résolution de ce système d'équations donne finalement l'état thermodynamique au point 2 :

$$P_2 = 106.3 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_2 = -0.78 \text{ °C}$$

5.J Mesures calorimétriques

Description

Dans un calorimètre (fig. 5.9) contenant de l'eau est immergé un serpentin parcouru par un fluide. Ce fluide entre à une température constante T_3 et sort à la température T_4 . Le serpentin est suffisamment long pour que cette température T_4 devienne égale à la température T_e de l'eau du calorimètre, au temps $t = 0$.

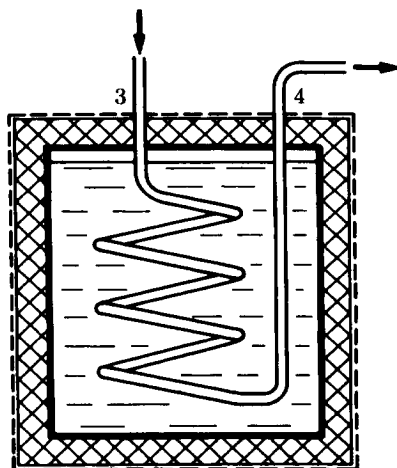


Fig. 5.9

Les mesures comportent les deux phases suivantes :

Phase I :

L'eau du calorimètre étant initialement à T_{ei} , le serpentin est parcouru par de l'huile de chaleur spécifique c_l connue, de façon à déterminer les caractéristiques de fonctionnement du calorimètre.

Phase II :

L'eau du calorimètre étant initialement à T_{ei} , le serpentin est parcouru par de l'hydrogène dont la chaleur spécifique c_{ph} est à déterminer. Au bout du temps t_h , on note la température T_{h4} de l'hydrogène à la sortie du serpentin.

Hypothèses

- Les pressions de l'huile et de l'hydrogène dans le serpentin sont constantes.
- Le calorimètre est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Les capacités calorifiques de l'enceinte du calorimètre et des parois du serpentin sont négligées.
- Les chaleurs spécifiques de l'eau et de l'huile sont constantes.
- L'hydrogène est assimilable à un gaz parfait.
- A partir du moment où la température de l'eau correspond à T_{ei} , la baisse de température du fluide chauffant est répartie de façon uniforme entre l'entrée et la sortie.
- La température de l'eau dans le calorimètre est homogène en tout temps.

Données

- Température initiale de l'eau : $\hat{T}_{ei} = 15^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c_e = 4.18 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse de l'eau : $M_e = 0.4 \text{ kg}$

Phase I :

- Température de l'huile à l'entrée du serpent : $\hat{T}_{l3} = 80^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique de l'huile : $c_l = 1.65 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse de l'huile présente dans le serpent : $M_l = 0.1 \text{ kg}$
- Débit-masse de l'huile : $\dot{M}_l = 10^{-3} \text{ kg/s}$

Phase II :

- Température de l'hydrogène
à l'entrée du serpent : $\hat{T}_{h3} = 80^\circ\text{C}$
- Température de l'hydrogène
à la sortie du serpent au temps t_h : $\hat{T}_{h4} = 52^\circ\text{C}$
- Donnée considérée pour l'hydrogène : $t_h = 49 \text{ s}$
- Débit-masse de l'hydrogène : $\dot{M}_h = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$
- Masse d'hydrogène dans le serpent : $M_h = 9 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$
- Masse molaire de l'hydrogène : $\tilde{m}_{\text{H}_2} = 2.02 \text{ kg/kmol}$

Questions

- Etudier l'évolution de la température T_e de l'eau du calorimètre en fonction du temps t .
- Pour la phase I, calculer la température finale T_{ef} de l'eau du calorimètre après le passage d'une masse M_l d'huile.
- Aurait-on obtenu la même température finale de l'eau si, au lieu d'utiliser le serpent, on avait versé la masse M_l d'huile directement dans l'eau du calorimètre ?
- Pour la phase II, calculer la chaleur spécifique isobare c_{ph} de l'hydrogène.

Solution

Evolution de la température de l'eau du calorimètre en fonction du temps

Considérons le système constitué par l'ensemble eau du calorimètre et serpent, délimité par la frontière indiquée en traits pointillés dans la figure 5.9.

Entre les instants t et $t + dt$, la température de l'eau du calorimètre s'élève de T_e à $T_e + dT_e$. Le Premier Principe (équation (1.44)) donne, compte tenu des deuxième et troisième hypothèses et de (1.50), la relation :

$$dU = (h_3 - h_4) dM = (h_3 - h_4) \dot{M} dt$$

où M et \dot{M} sont respectivement la masse et le débit-masse du fluide qui traverse le serpent.

En tenant compte des quatrième et cinquième hypothèses ainsi que de (5.158) et (2.60), nous obtenons l'équation calorimétrique :

$$M_e c_e dT_e + M_l c_l d\bar{T}_l = \dot{M} c_p (T_3 - T_e) dt$$

dans laquelle nous avons :

- c_e chaleur spécifique de l'eau
- c_p chaleur spécifique isobare du fluide qui passe dans le serpentin. Pour un liquide, $c_p \cong c_v \cong c_l$.

En intégrant l'équation ci-dessus entre 0 et t , nous obtenons la loi suivante :

$$T_e = T_4 = T_3 - (T_3 - T_{ei}) e^{-\dot{M} c_p t / (M_e c_e + (M_l c_l / 2))}$$

Température finale de l'eau du calorimètre après le passage d'une masse M_l d'huile (phase I)

La masse M_l d'huile a traversé le serpentin au bout du temps :

$$t_l = \frac{M_l}{\dot{M}_l} = 100 \text{ s}$$

La température finale de l'eau du calorimètre est alors :

$$T_{ef} = T_{l3} - (T_{l3} - T_{ei}) e^{-\dot{M}_l c_l t_l / (M_e c_e + M_l (c_l / 2))} = 293.99 \text{ K}$$

$$\hat{T}_{ef} = 20.83^\circ \text{C}$$

Température d'équilibre du calorimètre après mélange

Le Premier Principe (équation (1.46)) donne, en vertu de la propriété d'extensivité (1.21) et des deuxième et troisième hypothèses :

$$\Delta U = \Delta U_e + \Delta U_l = 0$$

Nous obtenons, selon (5.158) :

$$M_e c_e (T_e - T_{ei}) + M_l c_l (T_e - T_{l3}) = 0$$

La température d'équilibre du calorimètre est alors :

$$T'_{ef} = \frac{M_e c_e T_{ei} + M_l c_l T_{l3}}{M_e c_e + M_l c_l} = 293.99 \text{ K} \quad \hat{T}'_{ef} = 20.83^\circ \text{C}$$

Nous constatons que la température finale de l'eau T'_{ef} obtenue par mélange est identique à T'_{ei} obtenue à l'aide du serpentin.

Chaleur spécifique isobare de l'hydrogène (phase II)

Compte tenu de (2.58) la loi de variation $T_e(t)$ devient :

$$T_e = T_4 = T_3 - (T_3 - T_{ei}) e^{-\dot{M}_h c_{ph} t_h / (M_e c_e + (M_h c_{vh} / 2))}$$

Etant donné (2.72) et (5.66), nous avons :

$$c_v = c_p - \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}}$$

D'où :

$$c_{ph} = \frac{\left(M_e c_e - \frac{M_h r_h}{2} \right) \ln \left(\frac{T_{h3} - T_{h4}}{T_{h3} - T_{ei}} \right)}{-\frac{M_h}{2} \ln \left(\frac{T_{h3} - T_{h4}}{T_{h3} - T_{ei}} \right) - \dot{M}_h t_h} = 14.373 \text{ kJ/(K kg)}$$

5.K Ejecteur

Description

Considérons l'éjecteur de vapeur, alimenté en fluide moteur par de la vapeur d'eau à haute pression. L'éjecteur ainsi que l'évolution des vitesses de la vapeur sont représentés dans la figure 5.10.

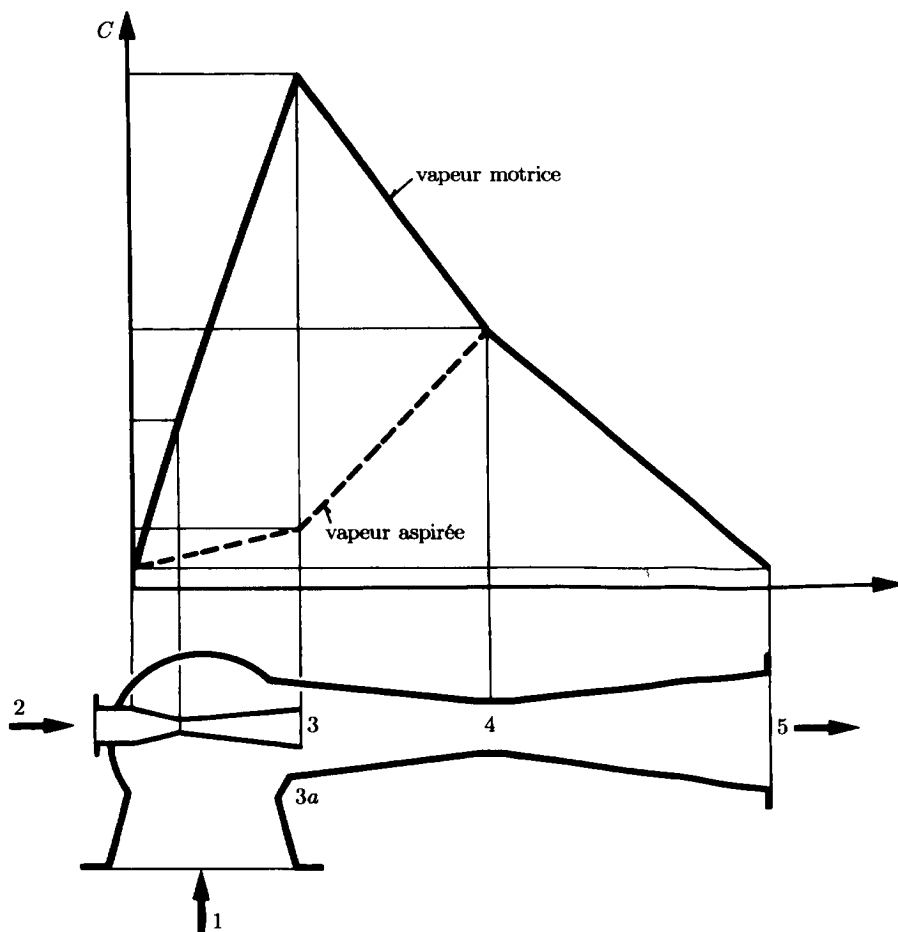


Fig. 5.10

La vapeur subit les transformations suivantes :

- 1-3a : aspiration de la vapeur à travers la culotte d'aspiration ;
- 2-3 : détente de la vapeur motrice dans la tuyère de Laval, l'énergie vP étant transformée en énergie cinétique ;
- 3 + 3a-4 : mélange de la vapeur motrice et de la vapeur aspirée, une partie de l'énergie cinétique de la vapeur motrice étant transférée à la vapeur aspirée, jusqu'à homogénéisation de l'écoulement ;
- 4-5 : recompression du mélange dans le diffuseur, l'énergie cinétique étant transformée en énergie vP , et ce mélange étant refoulé à une pression intermédiaire entre la pression motrice et la pression d'aspiration.

Hypothèses

- L'état thermodynamique de la vapeur aspirée ne change pas de 1 à 3a.
- La pression de la vapeur dans le mélangeur 3-4 est constante.
- Les transferts-chaleur avec l'extérieur sont négligeables.
- Les énergies cinétiques aux points 1, 2, 3a et 5 sont négligeables.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligeables.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- L'écoulement dans la tuyère est adapté.
- Le régime est permanent.

Données

- Etats thermodynamiques :

Point	v [m ³ /kg]	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	x —
1	—	0.015	—	—	—	1
2	0.6337	3	150	2 760.43	7.0771	—

- Pression de refoulement : $P_5 = 0.050$ bar
- Etats de saturation :

P [bar]	\hat{T} [°C]	v' [m ³ /kg]	v'' [m ³ /kg]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/(K kg)]	s'' [kJ/(K kg)]
0.015	13.04	0.00100006	87.98	54.71	2 525.5	0.1957	8.8288
0.050	32.9	0.0010052	28.19	137.77	2 561.6	0.4763	8.3960

- Etats thermodynamiques de la vapeur surchauffée à $P = 0.050$ bar :

\hat{T} [°C]	v [m ³ /kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
40	28.85	2 574.9	8.4390
50	29.87	2 593.7	8.4981
60	30.71	2 612.6	8.5555
70	31.64	2 631.4	8.6113
80	32.56	2 650.3	8.6655
90	33.49	2 669.2	8.7183
100	34.42	2 688.1	8.7698

- Rendement isentrope de la tuyère : $\eta_{Ts} = 0.90$
- Rendement isentrope du diffuseur : $\eta_{Ds} = 0.85$

Questions

- Représenter qualitativement l'évolution thermodynamique de la vapeur dans le diagramme h - s .

$$v_1 = 87.98 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_1 = 0.015 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_1 = 13.04^\circ\text{C}$$

$$h_1 = 2525.5 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = 8.8288 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$C_1 = 0 \text{ m/s}$$

Point 2

Nous avons, selon les données :

$$v_2 = 0.6337 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_2 = 3 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_2 = 150^\circ\text{C}$$

$$h_2 = 2760.43 \text{ kJ/kg}$$

$$s_2 = 7.0771 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$C_2 = 0 \text{ m/s}$$

Point 3

Nous avons, compte tenu des première et septième hypothèses :

$$P_3 = P_1 = 0.015 \text{ bar}$$

L'enthalpie massique au point 3s est, selon (5.84), (5.85) et avec $s_{3s} = s_2$:

$$h_{3s} = h' + (h'' - h')x_{3s} = h' + (h'' - h')\frac{s_2 - s'}{s'' - s'} = 2024.14 \text{ kJ/kg}$$

L'enthalpie massique au point 3 est, selon la définition (4.264) et compte tenu de la quatrième hypothèse :

$$h_3 = h_2 - (h_2 - h_{3s})\eta_{Ts} = 2097.76 \text{ kJ/kg}$$

Nous obtenons, selon (5.82), (5.84) et (5.85) :

$$x_3 = \frac{h_3 - h'}{h'' - h'} = 0.8269$$

$$v_3 = v' + (v'' - v')x_3 = 72.7522 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$s_3 = s' + (s'' - s')x_3 = 7.3344 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Nous avons, compte tenu de la quatrième hypothèse et du fait que l'enthalpie totale reste constante dans la tuyère :

$$\frac{C_3^2}{2} = h_{3c} - h_3 = h_2 - h_3$$

La vitesse de la vapeur à la sortie de la tuyère est donc :

$$C_3 = \sqrt{2(h_2 - h_3)} = 1151.23 \text{ m/s}$$

Point 4

La pression au point 4 est, compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$P_4 = P_3 = 0.015 \text{ bar}$$

Le bilan de quantité de mouvement du mélangeur donne, selon (3.118) et compte tenu des première, deuxième et huitième hypothèses :

$$\dot{M}_2 C_3 - (\dot{M}_1 + \dot{M}_2) C_4 = 0$$

Le rapport des débits-masse est donc :

$$m = \frac{\dot{M}_1}{\dot{M}_2} = \frac{C_3}{C_4} - 1$$

Nous avons, selon la définition (4.264) et compte tenu de la quatrième hypothèse :

$$\frac{C_4^2}{2} = \frac{h_{5s} - h_4}{\eta_{Ds}}$$

$$C_4 = \sqrt{\frac{2(h_{5s} - h_4)}{\eta_{Ds}}}$$

avec

$$h_{5s} = h(P_5, s_4)$$

$$s_4 = s(P_1, h_4)$$

Le Premier Principe (1.47), appliqué au mélangeur, donne, compte tenu des troisième, quatrième, cinquième et huitième hypothèses, le bilan énergétique :

$$mh_1 + h_3 + \frac{C_3^2}{2} = (1 + m) \left(h_4 + \frac{C_4^2}{2} \right)$$

Cette relation permet de calculer l'enthalpie h_4 . En fait, il n'est pas possible d'expliciter cette dernière, car elle apparaît implicitement dans la vitesse C_4 et le rapport m des débits-masse. Il faut donc procéder par approximations successives. La marche à suivre est la suivante :

$$h_4 \rightarrow s_4 \rightarrow h_{5s} \rightarrow C_4 \rightarrow m \rightarrow h_4$$

La valeur finale de h_4 permet de calculer v_4 , s_4 , C_4 et m .

Nous obtenons finalement :

$$v_4 = 85.542 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_4 = 0.015 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_4 = 13.04^\circ\text{C}$$

$$h_4 = 2456.94 \text{ kJ/kg}$$

$$s_4 = 8.5894 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$C_4 = 626.87 \text{ m/s}$$

Le rapport des débits-masse est :

$$m = \frac{C_3}{C_4} - 1 = 0.8365$$

Point 5

Nous avons, selon les données :

$$P_5 = 0.05 \text{ bar}$$

L'enthalpie massique au point 5 est, compte tenu de la quatrième hypothèse et du fait que l'enthalpie totale reste constante dans le diffuseur :

$$h_5 = h_{c4} = h_4 + \frac{C_4^2}{2} = 2653.42 \text{ kJ/kg}$$

Nous obtenons finalement, à l'aide de la table des états thermodynamiques de la vapeur surchauffée :

$$v_5 = 32.719 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\hat{T}_5 = 81.66^\circ\text{C}$$

$$s_5 = 8.6744 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$C_4 = 0 \text{ m/s}$$

Efficacité de l'éjecteur

Considérons l'éjecteur comme un système constitué de deux réseaux d'écoulement juxtaposés mais séparés, l'un parcourant le chemin 1-5 avec le débit \dot{M}_1 , et l'autre le chemin 2-5 avec le débit \dot{M}_2 .

Nous avons, en vertu des équations fondamentales (4.57) et compte tenu des première, deuxième et quatrième hypothèses, les équations :

$$-\dot{E} + {}^5_1\dot{R} = -\dot{M}_1 {}^5_1\check{p} < 0$$

$$\dot{E} + {}^5_2\dot{R} = -\dot{M}_2 {}^5_2\check{p} > 0$$

dans lesquelles \dot{E} est la puissance d'entraînement fournie par la vapeur motrice à la vapeur aspirée.

L'élimination de \dot{E} entre ces deux équations donne la relation :

$$\dot{M}_1 {}^5_1\check{p} = (-\dot{M}_2 {}^5_2\check{p}) - ({}^5_1\dot{R} + {}^5_2\dot{R}) = (-\dot{M}_2 {}^5_2\check{p}) - \dot{R}$$

dans laquelle \dot{R} est la puissance totale dissipée.

Donc, l'éjecteur consomme une puissance vP de 2 à 5 au niveau de la vapeur motrice et fournit une puissance vP de 1 à 5 au niveau de la vapeur aspirée.

Nous pouvons alors définir l'efficacité par la relation :

$$\epsilon = \frac{\dot{M}_1 {}^5_1\check{p}}{-\dot{M}_2 {}^5_2\check{p}} = 1 - \frac{\dot{R}}{-\dot{M}_2 {}^5_2\check{p}} < 1$$

dans laquelle les énergies vP massiques sont, avec la convention du chemin isentrope :

$${}^5_1\check{p} = {}^5_4\check{p} \cong {}^5s_4\check{p} = \check{p}_{sD}$$

$$-{}^5_2\check{p} = -{}^3_2\check{p} - {}^5_4\check{p} \cong -{}^3s_2\check{p} - {}^5s_4\check{p} = -\check{p}_{Ts} - \check{p}_{Ds}$$

L'efficacité isentrope est donc, compte tenu des relations précédentes :

$$\epsilon_s = \frac{m}{-\check{p}_{Ts} - 1} = \frac{m}{h_2 - h_{3s} - 1} = \frac{m}{(m+1)^2 - 1} = 0.245 = 24.5\%$$

Création d'entropie

Le Premier Principe (1.47), appliqué à l'éjecteur, donne, compte tenu des hypothèses, le bilan énergétique :

$$\dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_2 h_2 - (\dot{M}_1 + \dot{M}_2) h_5 = 0$$

L'enthalpie massique au point 5 est donc :

$$h_5 = \frac{\dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_2 h_2}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2}$$

Le Deuxième Principe (1.95), donne, pour l'éjecteur, compte tenu des troisième et huitième hypothèses, le bilan entropique :

$$\frac{dS}{dt} = \dot{M}_1 s_1 + \dot{M}_2 s_2 - (\dot{M}_1 + \dot{M}_2) s_5 + \frac{\delta S^i}{dt} = 0$$

La création d'entropie par kg de mélange est définie par la relation :

$$s^i = \frac{1}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2} \frac{\delta S^i}{dt}$$

L'entropie massique au point 5 est donc :

$$s_5 = \frac{\dot{M}_1 s_1 + \dot{M}_2 s_2}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2} + s^i$$

Le point 6 étant défini comme étant le centre de gravité des points 1 et 2 affectés respectivement des "poids" \dot{M}_1 et \dot{M}_2 , nous avons :

$$h_5 = h_6$$

$$s_5 = s_6 + s^i$$

La création d'entropie par kg de mélange s^i est donc aisément mise en évidence dans le diagramme h - s . Sa valeur est :

$$s^i = s_5 - \frac{m s_1 + s_2}{m + 1} = 0.7994 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Rapport des débits-masse et efficacité d'un éjecteur avec tuyère idéale et diffuseur idéal

Une tuyère est dite idéale et un diffuseur est dit idéal lorsque la dissipation dans ces éléments est nulle. Il convient alors de refaire les calculs en suivant exactement le même raisonnement que précédemment, mais en tenant compte des rendements isentropes :

$$\eta_{Ts}^* = 1 \quad \eta_{Ds}^* = 1$$

Remarquons que, dans ce cas, les états thermodynamiques 3 et 3s, ainsi que 5 et 5s coïncident.

Nous obtenons, tous calculs faits, le rapport des débits-masse :

$$m^* = \frac{\dot{M}_1^*}{\dot{M}_2^*} = 1.085$$

et l'efficacité isentrope :

$$\epsilon_s^* = 0.324 = 32.4 \%$$

Nous constatons que la dissipation dans la tuyère de Laval et dans le diffuseur a une grande influence sur les performances de l'éjecteur. Toutefois, l'influence la plus importante reste celle qui est due à l'irréversibilité liée au phénomène de mélange de 3 et 3a à 4.

5.1 Détente de Joule-Thomson de l'eau (en phase liquide)

Description

Considérons la détente de l'eau pressurisée à travers une vanne adiabate et déterminons s'il y a échauffement ou refroidissement en cours de détente. Il s'agit de détentes, dites de Joule-Thomson, vues au paragraphe 5.5.3. L'état 1 est l'état à l'amont de la vanne et l'état 2 est l'état en aval.

Hypothèses

- Les variations d'énergies cinétique et potentielle entre les états amont et aval de la vanne sont négligées.
- La vanne est parfaitement calorifugée.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- Pour le calcul des variations de température, supposition peut être faite que c_p , v et β_p varient très peu (avec $v \cong 0.001 \text{ kg/m}^3$ et $c_p \cong 4.12 \text{ kJ/(K kg)}$).

Données

- Les valeurs de $\tilde{\beta}_p$ sont données à la figure 5.3 (vol. I)
- | | | | |
|----------|-------------------------|---------------------------|------------------------|
| Cas I : | $P_1 = 20 \text{ bar}$ | $T_1 = 178^\circ\text{C}$ | $P_2 = 10 \text{ bar}$ |
| Cas II : | $P_1 = 100 \text{ bar}$ | $T_1 = 300^\circ\text{C}$ | $P_2 = 90 \text{ bar}$ |

Questions

- Dans les deux cas déterminer s'il y a réchauffement ou refroidissement et déterminer approximativement la valeur des pentes des isenthalpes dans un diagramme T - s ainsi que la variation de température.

Solution

A travers une vanne adiabate et compte tenu des hypothèses, l'enthalpie reste constante, et, en vertu de (2.59) :

$$dh = (1 - \beta_p) v dP + c_p dT = 0$$

Donc :

$$v dP = \frac{c_p}{\beta_p - 1} dT$$

La pente des isenthalpes dans un diagramme T - s correspond à $(\partial T / \partial s)_h$. L'équation (2.65) met en jeu la correspondance entre dT , ds et dP :

$$ds = -\frac{\beta_p v}{T} dP + c_p \frac{dT}{T}$$

En substituant l'expression de vdP dans (2.65), nous obtenons :

$$ds = -\frac{\beta_p}{T} \frac{c_p dT}{\beta_p - 1} + c_p \frac{dT}{T} = c_p \frac{dT}{T} \left(\frac{\beta_p}{1 - \beta_p} + 1 \right) = \frac{c_p}{1 - \beta_p} \frac{dT}{T}$$

Donc :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_h = \frac{T}{c_p} (1 - \beta_p)$$

De la figure 5.30 (vol I), nous avons :

Cas	P_1 [bar]	β_p^{-1}
I	20	1.5
II	100	0.5

D'où la conclusion d'un réchauffement dans le cas I et d'un refroidissement dans le cas II.

Pour l'évaluation de l'ampleur du réchauffement ou du refroidissement il suffit de reprendre la première équation (dérivée de (2.59)) en considérant que v , c_p et β_p sont constants en première approximation, d'où :

Cas I $T_2 - T_1 \cong 0.08^\circ\text{C}$

Cas II $T_2 - T_1 \cong -0.24^\circ\text{C}$

La figure 5.12 montre un détail du diagramme $T-s$ de l'eau. Dans le domaine liquide, pour des enthalpies inférieures à $1200 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ la température augmente pour des détente isenthalpes. Au dessus des $1200 \text{ kJ}/(\text{K kg})$, la température diminue lors du même type de détente.

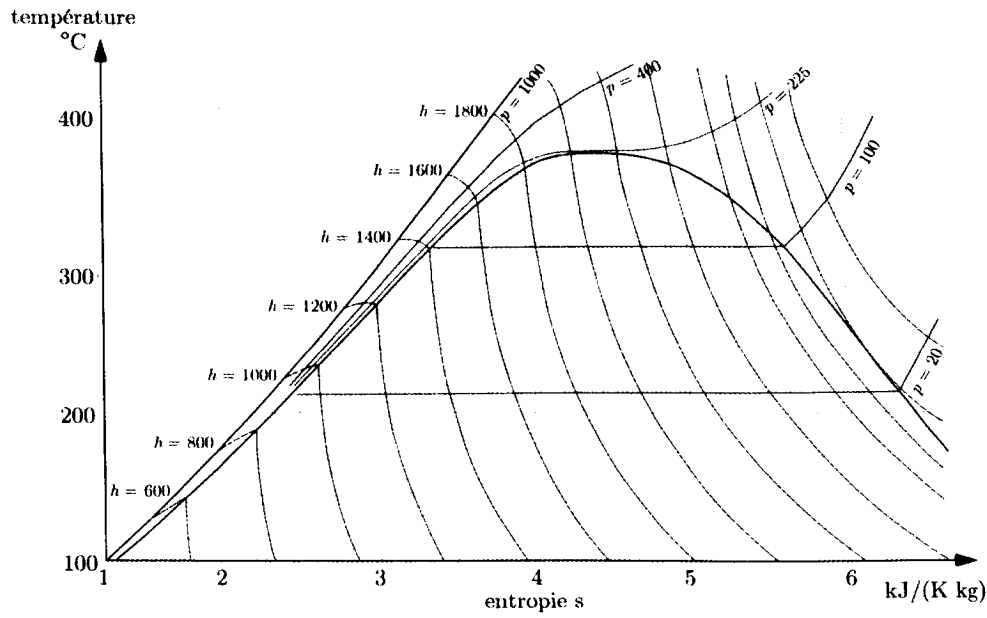


Fig. 5.12

5.M Théorie cinétique des gaz

Description

Soit une enceinte indéformable et fermée, contenant du néon à température et pression constantes.

Hypothèses

- Le néon est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique du néon : $P = 10^{-4}$ bar
 $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Masse molaire du néon : $\tilde{m} = 20.179$ kg/kmol

Questions

- Calculer la masse m d'une molécule de néon.
- Calculer le nombre n/V de molécules de néon par unité de volume.
- Calculer la moyenne statistique de l'énergie cinétique de translation d'une molécule de néon.
- Calculer la vitesse moyenne C_m de déplacement des molécules de néon.

Réponses

- $m = 3.351 \cdot 10^{-26}$ kg/molécule
- $n/V = 2.471 \cdot 10^{21}$ molécules/m³
- $m\bar{C}^2/2 = 6.071 \cdot 10^{21}$ J/molécule
- $C_m = 602$ m/s

item

5.N Atmosphère terrestre

Description

Il s'agit d'étudier les variations de la pression et de la température de l'atmosphère terrestre en fonction de l'altitude. Nous considérons les trois cas qui suivent.

Cas I :

Entre 0 et 11 000 m d'altitude, la température varie linéairement de :

$$\hat{T}_{a0} = 15^\circ\text{C} \text{ à } \hat{T}_{a11} = -56.5^\circ\text{C} \text{ (selon J.-D. Anderson)}$$

Cas II :

Entre 0 et 11 000 m d'altitude, les masses d'air se détendent en montant et se compriment en descendant avec des vitesses faibles (sans dissipation) et de façon adiabate.

Cas III :

Entre 11 000 et 25 000 m, la température est constante et égale à :

$$\hat{T}_{a11} = -56.5^\circ\text{C} \text{ (selon J.-D. Anderson)}$$

Hypothèses

- L'accélération terrestre est constante aux altitudes considérées.
- L'air atmosphérique est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat atmosphérique au sol : $P_{a0} = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_{a0} = 15^\circ\text{C}$
- Température à l'altitude $Z_{11} = 11\,000 \text{ m}$: $\hat{T}_{a11} = -56.5^\circ\text{C}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Facteur calorifique : $\Gamma = 0.2857$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

Cas I et II :

- Etablir les lois de variation de la pression P_a et de la température T_a en fonction de l'altitude Z .
- Calculer la pression P_{a11} à l'altitude $Z_{11} = 11\,000 \text{ m}$.
- A quelle altitude Z la pression vaut-elle la moitié de la pression au sol P_{a0} ? Quelle est la température correspondante \hat{T}_a ?

Cas III :

- Etablir la loi de variation de la pression P_a en fonction de l'altitude Z , en utilisant les résultats du cas I.

Réponses

Cas I

- $P_a = P_{a0} \left(1 + \frac{aZ}{\hat{T}_{a0}} \right)^{-g/ar}$ $T_a = T_{a0} + aZ$
avec $a = \frac{\hat{T}_{a11} - \hat{T}_{a0}}{Z_{11}} = 0.0065 \text{ K/m}$
- $P_{a11} = 0.225 \text{ bar}$
- $Z_I = 5\,495.97 \text{ m}$
 $T_{aI} = 252.43 \text{ K}$ $\hat{T}_{aI} = -20.72^\circ\text{C}$

Cas II

- $P_a = P_{a0} \left(1 + \frac{bZ}{\hat{T}_{a0}} \right)^{-g/br}$ $T_a = T_{a0} + bZ$
avec $b = \frac{-\Gamma g}{r} = -0.0097249 \text{ K/m}$
- $P_{a11II} = 0.197 \text{ bar}$
- $Z_{II} = 5\,323.24 \text{ m}$
 $T_{aII} = 236.38 \text{ K}$ $\hat{T}_{aII} = -36.77^\circ\text{C}$

Cas III

- $P_a = P_{a11} e^{-gZ/r\hat{T}_{a11}}$

5.0 Équilibre d'un ballon-sonde

Description

Un ballon-sonde, constitué d'une enveloppe hermétique non élastique mais parfaitement déformable, contient de l'hélium. Il peut, au maximum, occuper le volume d'une sphère de diamètre D . Nous considérons les trois cas de remplissage qui suivent.

Cas I Le ballon est rempli à terre, complètement et sous la pression P_1 .

Cas II Le ballon est rempli à terre, partiellement.

Cas III Le ballon est rempli à terre, avec une masse M_{III} d'hélium.

Le ballon est ensuite lâché dans l'atmosphère. Dans les cas II et III, il n'atteint la forme sphérique (volume maximal) qu'à une certaine altitude.

Hypothèses

- La température atmosphérique varie linéairement avec l'altitude (voir exercice 5.N (cas I)).
- L'air et l'hélium sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

Diamètre maximal du ballon

- (sphère) : $D = 3 \text{ m}$
- Etat atmosphérique au sol : $P_{a0} = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_{a0} = 15^\circ\text{C}$
- Loi de variation de la pression atmosphérique : $P_a = P_{a0} \left(1 - \frac{0.0065}{T_{a0}} Z \right)^{g/(0.0065 r_a)}$
- Loi de variation de la température atmosphérique : $T_a = T_{a0} - 0.0065 Z$
- Constante massique de l'air : $r_a = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Pression de l'hélium dans le cas I : $P_1 = 1 \text{ bar}$
- Constante massique de l'hélium : $r_{\text{He}} = 2.0772 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse de l'hélium dans le cas III : $M_{\text{III}} = 1.5 \text{ kg}$
- Masse de l'enveloppe et du lest : $M = 4 \text{ kg}$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Pour le cas I, calculer l'altitude Z_I à laquelle le ballon sera en équilibre stable dans l'atmosphère.
- Pour le cas II, calculer la masse M_{II} d'hélium qu'il faut dans le ballon pour qu'il soit en équilibre stable dans l'atmosphère à l'altitude $Z_{\text{II}} = 11 \text{ km}$.
- Pour le cas III, calculer l'altitude maximale Z_{III} atteinte par le ballon.

Réponses

- $Z_I = 9\,190 \text{ m}$
- $M_{\text{II}} = 1.085 \text{ kg}$
- $Z_{\text{III}} = 10\,375 \text{ m}$

5.P Chauffage et vaporisation partielle isobares de l'eau

Description

Soit le système constitué d'un cylindre, contenant de l'eau et fermé par un piston supportant une charge constante (fig. 5.13).

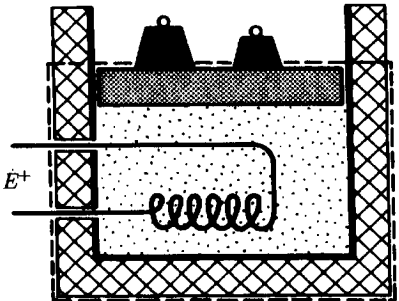


Fig. 5.13

Une puissance \dot{E}^+ est transférée au système à l'aide d'une résistance électrique. A partir d'un état d'équilibre initial 1, il y a tout d'abord chauffage de l'eau, puis vaporisation partielle de la vapeur, jusqu'à un état d'équilibre final 2. Au cours du processus, le piston a subi un déplacement vertical ΔH .

Hypothèses

- Le cylindre et le piston sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le piston se déplace sans frottement à l'intérieur du cylindre.

Données

- Déplacement du piston : $\Delta H = 1 \text{ m}$
- Surface du piston : $S = 0.1 \text{ m}^2$
- Etat thermodynamique initial : $v_1 = 1.00065 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$
 $P_1 = 7 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 15^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c = 4.18 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Etats de saturation :

P_1 [bar]	\hat{T} [°C]	v' [m ³ /kg]	v'' [m ³ /kg]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]
7	194.96	0.0011082	0.2727	697.06	2 762.0

- Masse de l'eau : $M = 1 \text{ kg}$
- Puissance électrique de chauffage : $\dot{E}^+ = 500 \text{ W}$

Question

- Calculer le temps t nécessaire pour soulever le piston de 1 mètre.

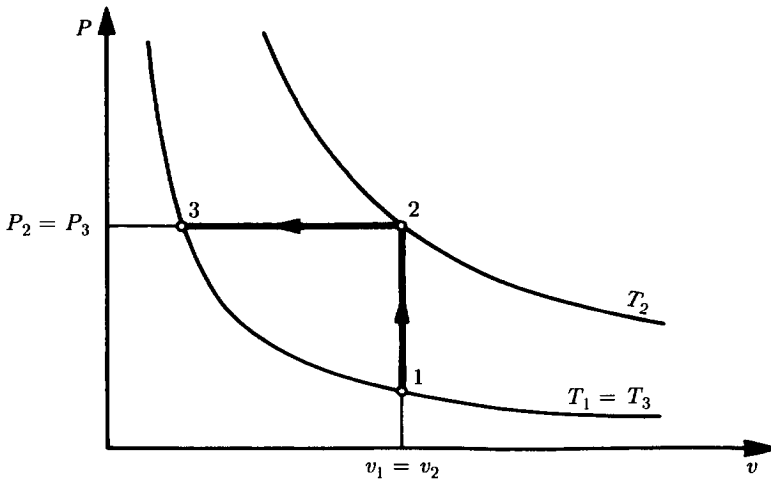
Réponse

- $t = 50.23 \text{ min}$

5.Q Chauffage isochore et refroidissement isobare d'un gaz parfait

Description

Soit le système constitué d'un cylindre fermé par un piston, contenant du méthane à l'état thermodynamique initial 1. Le méthane est d'abord chauffé de façon isochore jusqu'à la température T_2 puis refroidi de façon isobare jusqu'à la température T_3 égale à T_1 (fig. 5.14).

**Fig. 5.14****Hypothèses**

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le méthane est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial : $P_1 = 10 \text{ bar}$ $T_1 = 290 \text{ K}$
- Température au point 2 : $T_2 = 460 \text{ K}$
- Chaleur spécifique isobare du méthane : $c_p = 2.0731 \text{ kJ/(K kg)}$
- Masse molaire du méthane : $\tilde{m} = 16.043 \text{ kg/kmol}$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique (v , P , T) en chaque point.
- Calculer les variations d'énergie interne massique lors du chauffage et du refroidissement.
- Calculer les énergies-travail massiques mises en jeu.
- Calculer les énergies-chaleur mises en jeu.

Réponses

- $v_1 = 0.1503 \text{ m}^3/\text{kg}$ $P_1 = 10 \text{ bar}$ $T_1 = 290 \text{ K}$
- $v_2 = 0.1503 \text{ m}^3/\text{kg}$ $P_2 = 15.86 \text{ bar}$ $T_2 = 460 \text{ K}$
- $v_3 = 0.0947 \text{ m}^3/\text{kg}$ $P_3 = 15.86 \text{ bar}$ $T_3 = 290 \text{ K}$
- ${}^2_1\Delta u = 264.33 \text{ kJ/kg}$ ${}^3_2\Delta u = -264.33 \text{ kJ/kg}$
- ${}^2_1a^+ = 0 \text{ kJ/kg}$ ${}^3_2a^+ = 88.10 \text{ kJ/kg}$
- ${}^2_1q^+ = 264.33 \text{ kJ/kg}$ ${}^3_2q^- = 352.43 \text{ kJ/kg}$

5.R Chaleur de vaporisation

Description

Il s'agit de calculer la chaleur de vaporisation d'un fluide à une température donnée.

Hypothèses

- Le fluide est caractérisé par la loi de saturation :

$$\log_{10} P_s = a - \frac{b}{T} - c \log_{10} T$$

où a , b et c sont des constantes, la pression de saturation P_s et la température T étant exprimées respectivement en atmosphères et en degrés Kelvin.

Données

- Etat de saturation :

\hat{T} [°C]	v' [m ³ /kg]	v'' [m ³ /kg]
50	0.0010121	12.05

- Constantes de la loi de saturation :
 $a = 17.443$ $b = 2\,795 \text{ K}$ $c = 3.868$

Question

- Calculer la chaleur de vaporisation à la température $\hat{T} = 50^\circ\text{C}$

Réponse

- $q_{\text{vap}}(\hat{T} = 50^\circ\text{C}) = 2\,395.9 \text{ kJ/kg}$

Mélanges de gaz parfaits ou semi-parfaits

6.A Caractéristiques d'un gaz de ville

Description

Il s'agit de déterminer les caractéristiques d'un gaz de ville dont on connaît la composition.

Hypothèse

- Le gaz de ville et ses constituants sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Composition du gaz de ville :

$\tilde{c}_{\text{H}_2} = 0.50 \text{ kmol H}_2/\text{kmol}$
$\tilde{c}_{\text{N}_2} = 0.02 \text{ kmol N}_2/\text{kmol}$
$\tilde{c}_{\text{CO}} = 0.15 \text{ kmol CO}/\text{kmol}$
$\tilde{c}_{\text{CO}_2} = 0.03 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol}$
$\tilde{c}_{\text{CH}_4} = 0.30 \text{ kmol CH}_4/\text{kmol}$
- Etat thermodynamique du gaz de ville :

$P = 1 \text{ bar}$	$\hat{T} = 25^\circ\text{C}$
---------------------	------------------------------
- Masses molaires des constituants :

$\tilde{m}_{\text{H}_2} = 2 \text{ kg H}_2/\text{kmol H}_2$
$\tilde{m}_{\text{N}_2} = 28 \text{ kg N}_2/\text{kmol N}_2$
$\tilde{m}_{\text{CO}} = 28 \text{ kg CO}/\text{kmol CO}$
$\tilde{m}_{\text{CO}_2} = 44 \text{ kg CO}_2/\text{kmol CO}_2$
$\tilde{m}_{\text{CH}_4} = 16 \text{ kg CH}_4/\text{kmol CH}_4$

Questions

- Calculer la masse molaire du gaz de ville.
- Déterminer sa composition en masse.
- Calculer sa constante massique.
- Calculer sa masse volumique.
- Calculer les pressions partielles de ses constituants.

Solution

Masse molaire

La masse molaire du gaz de ville est, selon (6.11) :

$$\begin{aligned}\tilde{m} &= \tilde{c}_{\text{H}_2} \tilde{m}_{\text{H}_2} + \tilde{c}_{\text{N}_2} \tilde{m}_{\text{N}_2} + \tilde{c}_{\text{CO}} \tilde{m}_{\text{CO}} + \tilde{c}_{\text{CO}_2} \tilde{m}_{\text{CO}_2} + \tilde{c}_{\text{CH}_4} \tilde{m}_{\text{CH}_4} \\ &= 11.88 \text{ kg/kmol}\end{aligned}$$

Composition en masse

La composition en masse du gaz de ville est donnée, selon (6.5), par les teneurs massiques des constituants :

$$\begin{aligned}c_{\text{H}_2} &= \frac{\tilde{m}_{\text{H}_2} \tilde{c}_{\text{H}_2}}{\tilde{m}} = 0.0842 \text{ kg H}_2/\text{kg} \\ c_{\text{N}_2} &= \frac{\tilde{m}_{\text{N}_2} \tilde{c}_{\text{N}_2}}{\tilde{m}} = 0.0471 \text{ kg N}_2/\text{kg} \\ c_{\text{CO}} &= \frac{\tilde{m}_{\text{CO}} \tilde{c}_{\text{CO}}}{\tilde{m}} = 0.3535 \text{ kg CO/kg} \\ c_{\text{CO}_2} &= \frac{\tilde{m}_{\text{CO}_2} \tilde{c}_{\text{CO}_2}}{\tilde{m}} = 0.1111 \text{ kg CO}_2/\text{kg} \\ c_{\text{CH}_4} &= \frac{\tilde{m}_{\text{CH}_4} \tilde{c}_{\text{CH}_4}}{\tilde{m}} = 0.4040 \text{ kg CH}_4/\text{kg}\end{aligned}$$

Constante massique

La constante massique du gaz de ville est, selon l'équation (5.66) :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 699.83 \text{ J/(K kg)}$$

Masse volumique

La masse volumique du gaz de ville est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$\rho = \frac{P}{rT} = 0.479 \text{ kg/m}^3$$

Pressions partielles

Les pressions partielles des constituants du gaz de ville sont, selon (6.18) :

$$\begin{aligned}P_{\text{H}_2} &= \tilde{c}_{\text{H}_2} P = 0.5 \text{ bar} \\ P_{\text{N}_2} &= \tilde{c}_{\text{N}_2} P = 0.02 \text{ bar} \\ P_{\text{CO}} &= \tilde{c}_{\text{CO}} P = 0.15 \text{ bar} \\ P_{\text{CO}_2} &= \tilde{c}_{\text{CO}_2} P = 0.03 \text{ bar} \\ P_{\text{CH}_4} &= \tilde{c}_{\text{CH}_4} P = 0.3 \text{ bar}\end{aligned}$$

6.B Compression d'un mélange d'azote et d'argon

Description

Un mélange d'azote et d'argon est comprimé d'une pression P_1 à une pression P_2 dans un système constitué d'un cylindre fermé par un piston.

Hypothèses

- Le système est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'azote et l'argon sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Composition du mélange : $c_{N_2} = 0.4 \text{ kg N}_2/\text{kg}$
 $c_{Ar} = 0.6 \text{ kg Ar/kg}$
- Etat thermodynamique initial du mélange : $P_1 = 1 \text{ bar}$
 $T_1 = 300 \text{ K}$
- Pression finale du mélange : $P_2 = 3 \text{ bar}$
- Chaleurs spécifiques isochores des constituants : $c_{vN_2} = 0.743 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
 $c_{vAr} = 0.313 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleurs spécifiques isobares des constituantes : $c_{pN_2} = 1.039 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
 $c_{pAr} = 0.520 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer la température finale du mélange.
- Calculer l'énergie-travail massique reçue par le mélange au cours de la compression.
- Calculer les variations d'entropie massique de l'azote et de l'argon.

Solution

Calculs préliminaires

Les chaleurs spécifiques isochore et isobare du mélange sont, selon (6.60) et (6.63) :

$$c_v = c_{N_2} c_{vN_2} + c_{Ar} c_{vAr} = 0.485 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$c_p = c_{N_2} c_{pN_2} + c_{Ar} c_{pAr} = 0.7276 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Le facteur calorifique du mélange est, selon (2.35) et (2.36) :

$$\Gamma = 1 - \frac{c_v}{c_p} = 0.333$$

Température finale

Selon (2.2) et compte tenu des première et troisième hypothèses, la transformation 1-2 est isentrope. Etant donné la dernière hypothèse, le mélange est assimilable à un gaz parfait.

La température finale du mélange est alors, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma = 432.72 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 159.57^\circ\text{C}$$

Energie-travail massique reçue

L'énergie-travail massique reçue par le mélange au cours de la compression est, en vertu du Premier Principe (1.26) et compte tenu des deux premières hypothèses et de (2.58) :

$$a^+ = c_v(T_2 - T_1) = 64.37 \text{ kJ/kg}$$

Variations d'entropie massique

Les variations d'entropie massique de l'azote et de l'argon sont données, selon (2.66), par des relations :

$$\Delta s_{N_2} = -r_{N_2} \ln \frac{P_{N_2 2}}{P_{N_2 1}} + c_{p N_2} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta s_{Ar} = -r_{Ar} \ln \frac{P_{Ar 2}}{P_{Ar 1}} + c_{p Ar} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

dans lesquelles $P_{N_2 1}$, $P_{N_2 2}$, $P_{Ar 1}$ et $P_{Ar 2}$ désignent respectivement les pressions partielles de l'azote et de l'argon aux états initial 1 et final 2.

Les teneurs molaires de l'azote et de l'argon n'ayant pas changé pendant la compression du mélange, les rapports des pressions partielles figurant dans les relations précédentes sont, selon (6.18) :

$$\frac{P_{N_2 2}}{P_{N_2 1}} = \frac{\tilde{c}_{N_2} P_2}{\tilde{c}_{N_2} P_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_{Ar 2}}{P_{Ar 1}} = \frac{\tilde{c}_{Ar} P_2}{\tilde{c}_{Ar} P_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

Les constantes massiques de l'azote et de l'argon sont, selon la formule de Mayer (2.72) :

$$r_{N_2} = c_{p N_2} - c_{v N_2} = 0.296 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$r_{Ar} = c_{p Ar} - c_{v Ar} = 0.207 \text{ kJ/(K kg)}$$

Les variations d'entropie massique de l'azote et de l'argon sont finalement :

$$\Delta s_{N_2} = -r_{N_2} \ln \frac{P_2}{P_1} + c_{p N_2} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.0554 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$\Delta s_{Ar} = -r_{Ar} \ln \frac{P_2}{P_1} + c_{p Ar} \ln \frac{T_2}{T_1} = -0.037 \text{ kJ/(K kg)}$$

Nous constatons que l'entropie de l'azote augmente et que celle de l'argon diminue au cours de la compression. Il y a compensation entre ces deux variations, de sorte que l'entropie du mélange, considéré comme un seul gaz reste constante.

6.C Chauffage et compression de gaz de combustion**Description**

Des gaz de combustion, dont on connaît la composition, subissent les transformations suivantes :

1-2 : chauffage à volume constant,

2-3 : compression dans un cylindre fermé par un piston.

Hypothèses

- La compression s'effectue sans transfert-chaleur.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La compression s'effectue sans dissipation.
- Les constituants des gaz de combustion sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Composition des gaz de combustion :

$$\begin{aligned}\tilde{c}_{\text{O}_2} &= 0.11 \text{ kmol O}_2/\text{kmol} \\ \tilde{c}_{\text{N}_2} &= 0.70 \text{ kmol N}_2/\text{kmol} \\ \tilde{c}_{\text{CO}} &= 0.04 \text{ kmol CO}/\text{kmol} \\ \tilde{c}_{\text{CO}_2} &= 0.15 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol}\end{aligned}$$
- Etat thermodynamique initial :

$$\begin{aligned}V_1 &= 0.2 \text{ m}^3 \\ P_1 &= 1 \text{ bar} \\ \hat{T}_1 &= 20^\circ\text{C}\end{aligned}$$
- Volume final :

$$V_3 = 0.1 \text{ m}^3$$
- Température à l'état 2 :

$$\hat{T}_2 = 150^\circ\text{C}$$
- Masses molaires des constituants :

$$\begin{aligned}\tilde{m}_{\text{O}_2} &= 32 \text{ kg O}_2/\text{kmol O}_2 \\ \tilde{m}_{\text{N}_2} &= 28 \text{ kg N}_2/\text{kmol N}_2 \\ \tilde{m}_{\text{CO}} &= 28 \text{ kg CO}/\text{kmol CO} \\ \tilde{m}_{\text{CO}_2} &= 44 \text{ kg CO}_2/\text{kmol CO}_2\end{aligned}$$
- Chaleurs spécifiques isochores des constituants :

$$\begin{aligned}c_{v\text{O}_2} &= 0.657 \text{ kJ}/(\text{K kg}) \\ c_{v\text{N}_2} &= 0.742 \text{ kJ}/(\text{K kg}) \\ c_{v\text{CO}} &= 0.743 \text{ kJ}/(\text{K kg}) \\ c_{v\text{CO}_2} &= 0.654 \text{ kJ}/(\text{K kg})\end{aligned}$$

Questions

- Calculer la masse molaire des gaz de combustion.
- Déterminer leur composition en masse.
- Calculer leur masse totale.
- Calculer l'énergie-chaleur qu'ils reçoivent au cours de la transformation 1-2.
- Calculer leur température finale.
- Calculer l'énergie-travail qu'ils reçoivent au cours de la transformation 2-3.

Solution

Masse molaire

La masse molaire des gaz de combustion est, selon (6.11) :

$$\tilde{m} = \tilde{c}_{\text{O}_2}\tilde{m}_{\text{O}_2} + \tilde{c}_{\text{N}_2}\tilde{m}_{\text{N}_2} + \tilde{c}_{\text{CO}}\tilde{m}_{\text{CO}} + \tilde{c}_{\text{CO}_2}\tilde{m}_{\text{CO}_2} = 30.84 \text{ kg}/\text{kmol}$$

Composition en masse

La composition en masse des gaz est donnée, selon (6.5), par les teneurs massiques des constituants :

$$c_{\text{O}_2} = \frac{\tilde{m}_{\text{O}_2}\tilde{c}_{\text{O}_2}}{\tilde{m}} = 0.1141 \text{ kg O}_2/\text{kg}$$

$$c_{N_2} = \frac{\tilde{m}_{N_2} \tilde{c}_{N_2}}{\tilde{m}} = 0.6355 \text{ kg } N_2/\text{kg}$$

$$c_{CO} = \frac{\tilde{m}_{CO} \tilde{c}_{CO}}{\tilde{m}} = 0.0363 \text{ kg } CO/\text{kg}$$

$$c_{CO_2} = \frac{\tilde{m}_{CO_2} \tilde{c}_{CO_2}}{\tilde{m}} = 0.214 \text{ kg } CO_2/\text{kg}$$

Calculs préliminaires

La constante massique des gaz est, selon (5.66) :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 0.27 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isochore des gaz est, selon (6.60) :

$$c_v = c_{O_2} c_{vO_2} + c_{N_2} c_{vN_2} + c_{CO} c_{vCO} + c_{CO_2} c_{vCO_2} = 0.714 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isobare des gaz est, selon la formule de Mayer (2.72) :

$$c_p = c_v + r = 0.983 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Le rapport et le facteur calorifiques sont, selon (2.35) et (2.36) :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.3778$$

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.274$$

Masse totale

La masse totale des gaz est alors, selon l'équation d'état (5.72), appliquée à l'état initial :

$$M = \frac{P_1 V_1}{r T_1} = 0.253 \text{ kg}$$

Energie-chaleur reçue

L'énergie-chaleur reçue par les gaz au cours de la transformation 1-2 est, en vertu du Premier Principe (1.22), compte tenu des hypothèses et selon (2.58) :

$${}_1^2Q^+ = {}_1^2\Delta U = M c_v (T_2 - T_1) = 23.47 \text{ kJ}$$

Température finale

Compte tenu des première et troisième hypothèses, ainsi que de (2.2), la transformation 2-3 est isentrope.

La température finale est alors, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1} = 549.84 \text{ K} \quad \hat{T}_3 = 276.69^\circ \text{C}$$

Energie-travail reçue

L'énergie-travail reçue par les gaz au cours de la transformation 2-3 est, en vertu du Premier Principe (1.22), compte tenu des hypothèses et selon (2.58) :

$${}_2^3A^+ = {}_2^3\Delta U = M c_v (T_3 - T_2) = 22.88 \text{ kJ}$$

6.D Mélange de gaz s'écoulant dans un transmetteur d'énergie thermique

Description

Considérons un transmetteur d'énergie thermique (fig. 1.7) dans lequel le circuit primaire est parcouru par un mélange d'azote, de gaz carbonique et d'oxygène.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'azote, le gaz carbonique et l'oxygène sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Composition du mélange :

$$\begin{aligned}\tilde{c}_{N_2} &= 0.78 \text{ kmol } N_2/\text{kmol} \\ \tilde{c}_{CO_2} &= 0.14 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol} \\ \tilde{c}_{O_2} &= 0.08 \text{ kmol } O_2/\text{kmol}\end{aligned}$$
- Etats thermodynamiques du mélange à l'entrée et à la sortie du transmetteur :

$$\begin{aligned}P_1 &= 1.02 \text{ bar} \\ \hat{T}_1 &= 430^\circ\text{C} \\ P_2 &= 1 \text{ bar} \\ \hat{T}_2 &= 180^\circ\text{C} \\ \dot{M} &= 90 \text{ kg/s}\end{aligned}$$
- Débit-masse du mélange :
- Masse molaire de l'azote :

$$\tilde{m}_{N_2} = 28.013 \text{ kg/kmol}$$
- Chaleur spécifique isobare de l'azote :

$$c_{pN_2} = 1.0388 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$
- Masse molaire du gaz carbonique :

$$\tilde{m}_{CO_2} = 44.01 \text{ kg/kmol}$$
- Chaleur spécifique isobare du gaz carbonique :

$$c_{pCO_2} = 0.7557 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$
- Masse molaire de l'oxygène :

$$\tilde{m}_{O_2} = 31.999 \text{ kg/kmol}$$
- Chaleur spécifique isobare de l'oxygène :

$$c_{pO_2} = 0.9094 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Questions

- Calculer la puissance-chaleur fournie par le mélange.
- Calculer la variation d'entropie massique du mélange.

Solution

Calculs préliminaires

Compte tenu de la troisième hypothèse, un mélange de gaz parfaits se comporte aussi comme un gaz parfait.

La masse molaire du mélange est, selon (6.11) :

$$\tilde{m} = \sum_i \tilde{c}_i \tilde{m}_i = 30.571 \text{ kg/kmol}$$

Les teneurs massiques des constituants sont, selon (6.5) :

$$c_{N_2} = \frac{\tilde{m}_{N_2} \tilde{c}_{N_2}}{\tilde{m}} = 0.71472 \text{ kg } N_2/\text{kg}$$

$$c_{CO_2} = \frac{\tilde{m}_{CO_2} \tilde{c}_{CO_2}}{\tilde{m}} = 0.20154 \text{ kg } CO_2/\text{kg}$$

$$c_{O_2} = \frac{\tilde{m}_{O_2} \tilde{c}_{O_2}}{\tilde{m}} = 0.08374 \text{ kg } O_2/\text{kg}$$

Les constantes massiques des constituants sont, selon (5.66) :

$$r_{N_2} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_{N_2}} = 0.2968 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$r_{CO_2} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_{CO_2}} = 0.1889 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$r_{O_2} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_{O_2}} = 0.2598 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isobare du mélange est, selon (6.63) :

$$c_p = \sum_i c_i c_{p_i} = 0.9709 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La constante massique du mélange est, selon (6.57) :

$$r = \sum_i c_i r_i = 0.272 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Puissance-chaleur

En vertu du Premier Principe (1.47), la puissance-chaleur fournie par le mélange est, compte tenu des deux premières hypothèses et de (2.60) :

$$\dot{Q}^- = \dot{M}(h_1 - h_2) = \dot{M}c_p(T_1 - T_2) = 21\,845.25 \text{ kW}$$

Variation d'entropie

La variation d'entropie massique du mélange est, selon (2.66) :

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{P_2}{P_1} = -0.4212 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

6.E Mélange d'azote et de dioxyde de carbone, dans une enceinte fermée

Description

Soit le système isochore comportant deux compartiments séparés par une partie étanche, contenant de l'azote et du dioxyde de carbone (fig. 6.1). Lorsque la paroi est enlevée, les deux gaz sont mélangés et diffusent l'un dans l'autre. Au cours de l'opération, il y a un transfert-chaleur entre les deux gaz et l'environnement.

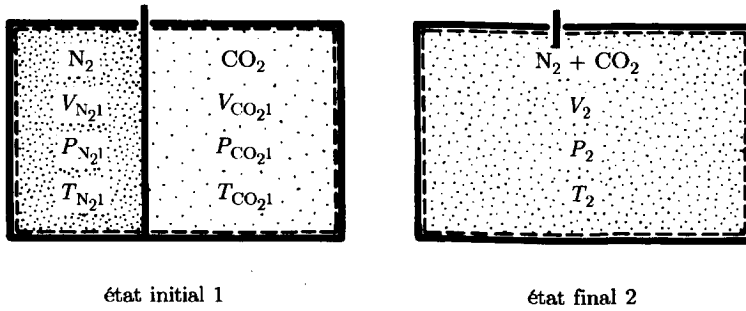


Fig. 6.1

Hypothèses

- L'azote, le dioxyde de carbone et le mélange sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Etat thermodynamique initial de l'azote : $V_{N_21} = 0.5 \text{ m}^3$
 $P_{N_21} = 3 \text{ bar}$
 $\hat{T}_{N_21} = 100^\circ\text{C}$
- Masse molaire de l'azote : $\tilde{m}_{N_2} = 28 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isochore de l'azote : $c_{vN_2} = 0.743 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Etat thermodynamique initial du dioxyde de carbone : $V_{CO_21} = 1.5 \text{ m}^3$
 $P_{CO_21} = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_{CO_21} = 25^\circ\text{C}$
- Masse molaire du dioxyde de carbone : $\tilde{m}_{CO_2} = 44 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isochore du dioxyde de carbone : $c_{vCO_2} = 0.651 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Température finale du mélange : $\hat{T}_2 = 35^\circ\text{C}$

Questions

- Calculer les masses d'azote et de dioxyde de carbone.
- Calculer la composition du mélange.
- Calculer la pression finale du mélange.
- Calculer l'énergie-chaleur cédée à l'environnement au cours du mélange.
- Calculer la variation d'entropie de l'azote, du dioxyde de carbone et l'ensemble du système.

Solution

Masses d'azote et de dioxyde de carbone

Les constantes de l'azote et du dioxyde de carbone sont, selon (5.59) et (5.66) :

$$r_{N_2} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_{N_2}} = 296.9 \text{ J}/(\text{K kg}) \quad r_{CO_2} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_{CO_2}} = 189 \text{ J}/(\text{K kg})$$

Les masses d'azote et de dioxyde de carbone sont alors, selon l'équation d'état des gaz parfaits (5.72) :

$$M_{N_2} = \frac{V_{N_2,1} P_{N_2,1}}{r_{N_2} T_{N_2,1}} = 1.354 \text{ kg}$$

$$M_{CO_2} = \frac{V_{CO_2,1} P_{CO_2,1}}{r_{CO_2} T_{CO_2,1}} = 2.663 \text{ kg}$$

Composition du mélange

Les quantités d'azote et de dioxyde de carbone, exprimées en kilomoles, sont, selon (6.1) :

$$N_{N_2} = \frac{M_{N_2}}{\tilde{m}_{N_2}} = 0.04835 \text{ kmol } N_2$$

$$N_{CO_2} = \frac{M_{CO_2}}{\tilde{m}_{CO_2}} = 0.06051 \text{ kmol } CO_2$$

La composition du mélange est alors, selon (6.4) et (6.7) :

$$\tilde{c}_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_{N_2} + N_{CO_2}} = 0.444 \text{ kmol } N_2 / \text{kmol}$$

$$\tilde{c}_{CO_2} = \frac{N_{CO_2}}{N_{N_2} + N_{CO_2}} = 0.556 \text{ kmol } CO_2 / \text{kmol}$$

Pression finale

La pression finale du mélange est, selon (5.59), (6.7) et (6.71) :

$$P_2 = (N_{N_2} + N_{CO_2}) \frac{\tilde{r} T_2}{V_2} = 1.39 \text{ bar}$$

Energie-chaleur cédée

Le bilan d'énergie est, en vertu du Premier Principe (équation (1.22)) et de la propriété d'extensivité (1.20) :

$$Q^- = -\Delta U = -\Delta U_{N_2} - \Delta U_{CO_2}$$

L'énergie-chaleur cédée est finalement, en tenant compte de (2.58) :

$$Q^- = M_{N_2} c_{v,N_2} (T_{N_2,1} - T_2) + M_{CO_2} c_{v,CO_2} (T_{CO_2,1} - T_2) = 48.05 \text{ kJ}$$

Variation d'entropie

L'azote passe d'un état thermodynamique initial ($V_{N_2,1}, T_{N_2,1}$) à un état thermodynamique final (V_2, T_2). La variation d'entropie correspondante est obtenue par intégration de la relation (2.64) :

$$\Delta S_{N_2} = M_{N_2} \left(r_{N_2} \ln \frac{V_2}{V_{N_2,1}} + c_{v,N_2} \ln \frac{T_2}{T_{N_2,1}} \right) = 0.365 \text{ kJ/K}$$

La variation d'entropie du dioxyde de carbone est obtenue de la même manière :

$$\Delta S_{CO_2} = M_{CO_2} \left(r_{CO_2} \ln \frac{V_2}{V_{CO_2,1}} + c_{v,CO_2} \ln \frac{T_2}{T_{CO_2,1}} \right) = 0.202 \text{ kJ/K}$$

La variation d'entropie de l'ensemble du système est alors, selon la propriété d'extensivité (1.63) :

$$\Delta S = \Delta S_{N_2} + \Delta S_{CO_2} = 0.567 \text{ kJ/K}$$

Il est important de remarquer que cette variation d'entropie est due non seulement aux opérations internes (égalisation des températures, égalisation des pressions, mélange par diffusion) mais encore aux opérations externes (transfert-chaaleur avec l'extérieur).

6.F Fabrication d'air synthétique

Description

Soit le système constitué d'un récipient A et d'un réservoir B , séparés par une vanne étanche (fig. 6.2).

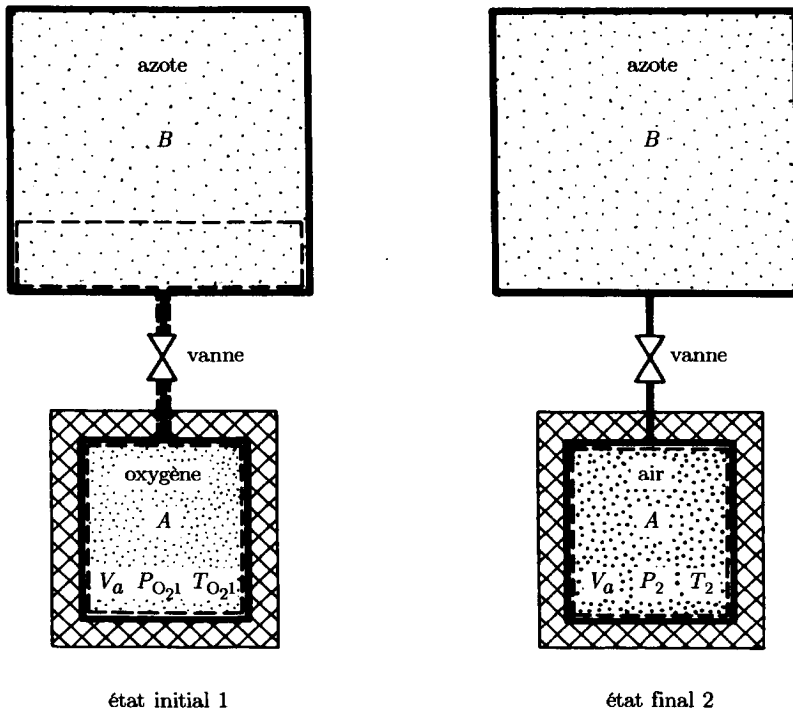


Fig. 6.2

A l'état d'équilibre initial 1, le récipient A contient de l'oxygène à la pression P_{O_21} et la température T_{O_21} tandis que le réservoir B contient de l'azote à la pression P_{N_21} et la température T_{N_21} . L'expérience consiste à ouvrir la vanne et à laisser l'azote s'écouler dans le récipient A jusqu'à obtention d'un mélange d'oxygène et d'azote dont la composition est celle de l'air défini par les teneurs molaires suivantes :

$$\tilde{c}_{O_2} = 0.21 \text{ kmol } O_2/\text{kmol}$$

$$\tilde{c}_{N_2} = 0.79 \text{ kmol } N_2/\text{kmol}$$

A l'état d'équilibre final 2, ce mélange est à la pression P_2 et la température T_2 .

Hypothèses

- Le réservoir B est de très grandes dimensions, de sorte que l'état thermodynamique de l'azote reste constant au cours du processus de prélèvement.
- Le volume de gaz contenu dans les tuyauteries est négligeable.
- Le récipient A est parfaitement calorifugé.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligeables.
- L'oxygène et l'azote sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Etat initial 1 :
 - oxygène :

$$P_{O_2 1} = 5 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_{O_2 1} = 27^\circ \text{C}$$

$$M_{O_2} = 2 \text{ kg}$$
 - azote :

$$P_{N_2 1} = 50 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_{N_2 1} = 117^\circ \text{C}$$
- Masse molaire de l'oxygène : $\tilde{m}_{O_2} = 31.999 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'oxygène : $c_{pO_2} = 0.9094 \text{ kJ/(K kg)}$
- Masse molaire de l'azote : $\tilde{m}_{N_2} = 28.013 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'azote : $c_{pN_2} = 1.0388 \text{ kJ/(K kg)}$

Questions

- Calculer la température finale du mélange.
- Calculer la pression finale du mélange.
- Calculer les pressions partielles des constituants du mélange à l'état final.
- Calculer les volumes partiels des constituants du mélange à l'état final.
- Calculer la variation d'enthalpie au cours du processus.
- Calculer la variation d'entropie au cours du processus.
- Calculer la variation d'énergie interne au cours du processus.

Solution

Calculs préliminaires

Les constantes massiques des constituants du mélange sont, selon (5.66) :

$$r_{O_2} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_{O_2}} = 0.2598 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$r_{N_2} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_{N_2}} = 0.2968 \text{ kJ/(K kg)}$$

Les chaleurs spécifiques isochores des constituants du mélange sont selon (2.82) :

$$c_{vO_2} = c_{pO_2} - r_{O_2} = 0.6496 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$c_{vN_2} = c_{pN_2} - r_{N_2} = 0.742 \text{ kJ/(K kg)}$$

La masse molaire du mélange est, selon (6.22) :

$$\tilde{m} = \sum_i \tilde{c}_i \tilde{m}_i = 28.85 \text{ kg/kmol}$$

Les concentrations massiques des constituants du mélange sont, selon (6.5) :

$$c_{O_2} = \frac{\tilde{m}_{O_2}}{\tilde{m}} \tilde{c}_{O_2} = 0.2329 \text{ kg } O_2/\text{kg}$$

$$c_{N_2} = \frac{\tilde{m}_{N_2}}{\tilde{m}} \tilde{c}_{N_2} = 0.7671 \text{ kg } N_2/\text{kg}$$

La constante massique du mélange est, selon (6.57) :

$$r = \sum_i c_i r_i = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Température finale

Considérons le système fermé constitué par un récipient A et l'azote qui se trouve dans le réservoir B à l'état 1 et qui sera à l'intérieur du récipient A à l'état 2 (fig. 6.2).

Le Premier Principe (1.22) donne, compte tenu des troisièmes et quatrièmes hypothèses, du fait que les états 1 et 2 sont des états de repos et de la propriété d'extensivité (1.20), le bilan énergétique :

$$\Delta U = \Delta U_{O_2} + \Delta U_{N_2} = A^+$$

L'énergie-travail reçue par le système est, compte tenu des première, deuxième et cinquième hypothèses, donnée par la relation :

$$A^+ = P_{N_2 1} V_{N_2 1} = M_{N_2} r_{N_2} T_{N_2 1}$$

dans laquelle $V_{N_2 1}$ est le volume occupé par la masse d'azote M_{N_2} située dans le réservoir B à l'état 1 et à l'intérieur du récipient A à l'état 2.

Nous obtenons, en tenant compte de (2.58) :

$$\Delta U = M_{O_2} c_{vO_2} (T_2 - T_{O_2 1}) + M_{N_2} c_{vN_2} (T_2 - T_{N_2 1}) = M_{N_2} r_{N_2} T_{N_2 1}$$

La température finale du mélange est alors, en tenant compte de (2.72), (5.66) et (6.3) :

$$T_2 = \frac{c_{O_2} c_{vO_2} T_{O_2 1} + c_{N_2} c_{pN_2} T_{N_2 1}}{c_{O_2} c_{vO_2} + c_{N_2} c_{vN_2}} = 494.54 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 221.39^\circ \text{C}$$

Pression finale

La pression finale du mélange est, en tenant compte du fait qu'un mélange de gaz parfaits se comporte comme un gaz parfait :

$$P_2 = \frac{(M_{O_2} + M_{N_2}) r T_2}{V_a}$$

La masse d'azote contenue dans le mélange est, selon (6.3) :

$$M_{N_2} = \frac{c_{N_2}}{c_{O_2}} M_{O_2} = 6.587 \text{ kg}$$

Le volume du récipient A est, selon (5.72) :

$$V_a = \frac{M_{O_2} r_{O_2} T_{O_2 1}}{P_{O_2 1}} = 0.3119 \text{ m}^3$$

La pression finale du mélange est :

$$P_2 = 39.24 \text{ bar}$$

Pressions partielles

Les pressions partielles de l'oxygène et de l'azote sont, selon (6.72) :

$$P_{O_2} = \tilde{c}_{O_2} P_2 = 8.24 \text{ bar}$$

$$P_{N_2} = \tilde{c}_{N_2} P_2 = 31 \text{ bar}$$

Volumes partiels

Les volumes partiels de l'oxygène et de l'azote sont, selon (6.19) :

$$V_{O_2} = \tilde{c}_{O_2} V_2 = 0.0655 \text{ m}^3$$

$$V_{N_2} = \tilde{c}_{N_2} V_2 = 0.2464 \text{ m}^3$$

Variation d'enthalpie

La variation d'enthalpie au cours du processus est, en vertu de la propriété d'extensivité (1.35) et compte tenu de (2.60) :

$$\Delta H = \Delta H_{O_2} + \Delta H_{N_2}$$

$$\Delta H = M_{O_2} c_{pO_2} (T_2 - T_{O_21}) + M_{N_2} c_{pN_2} (T_2 - T_{N_21}) = 1\,067.9 \text{ kJ}$$

Variation d'entropie

La variation d'entropie au cours du processus est, en vertu de la propriété d'extensivité (1.63) et compte tenu de (2.66) :

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_{O_2} + \Delta S_{N_2} = M_{O_2} \left(c_{pO_2} \ln \frac{T_2}{T_{O_21}} - r_{O_2} \ln \frac{P_{O_22}}{P_{O_21}} \right) \\ &\quad + M_{N_2} \left(c_{pN_2} \ln \frac{T_2}{T_{N_21}} - r_{N_2} \ln \frac{P_{N_22}}{P_{N_21}} \right) \\ &= 3.2057 \text{ kJ/K} \end{aligned}$$

Variation d'énergie interne

La variation d'énergie interne au cours du processus est, en nous référant au calcul de la température finale du mélange :

$$\Delta U = M_{N_2} r_{N_2} T_{N_21} = 762.8 \text{ kJ}$$

6.G Détentes et mélanges de gaz

Description

Soit le système constitué d'un cylindre partagé en deux compartiments par une paroi étanche, et fermé par un piston à chaque extrémité (fig. 6.3).

Le compartiment de gauche contient de l'azote et celui de droite de l'hélium. A l'état initial 1, les deux gaz sont à la même pression et la même température. Deux processus différents sont envisagés :

Cas I :

Les deux gaz sont d'abord détendus par déplacement très lent des pistons de façon à ce que chaque volume augmente dans un rapport χ (état 2). Puis, les pistons étant bloqués, la paroi de séparation est enlevée de façon à opérer le mélange des deux gaz (état 3).

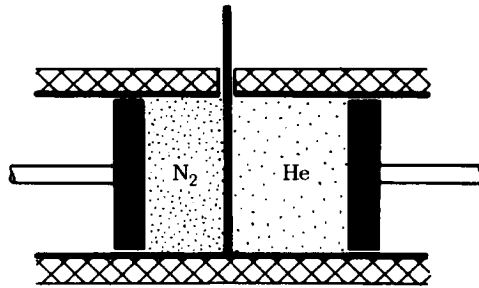


Fig. 6.3

Cas II :

Les pistons étant bloqués, la paroi de séparation est d'abord enlevée de façon à opérer le mélange des deux gaz (état 4). Puis le mélange est détendu par déplacement très lent des pistons de façon à ce que le volume augmente dans un rapport χ (état 5).

Hypothèses

- Le système est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligeable.
- L'azote et l'hélium sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- | | |
|---|---|
| • Etat thermodynamique initial des gaz : | $P_1 = 50 \text{ bar}$ |
| | $\hat{T}_1 = 300^\circ\text{C}$ |
| • Masse molaire de l'azote : | $\tilde{m}_{\text{N}_2} = 28.013 \text{ kg/kmol}$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'azote : | $c_{v\text{N}_2} = 0.7420 \text{ kJ/(K kg)}$ |
| • Masse d'azote : | $M_{\text{N}_2} = 1 \text{ kg}$ |
| • Masse molaire de l'hélium : | $\tilde{m}_{\text{He}} = 4.003 \text{ kg/kmol}$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'hélium : | $c_{v\text{He}} = 3.1159 \text{ kJ/(K kg)}$ |
| • Masse d'hélium : | $M_{\text{He}} = 4 \text{ kg}$ |
| • Rapport d'augmentation de volume : | $\chi = 10$ |

Questions

- Calculer la chaleur spécifique isochore, la constante massique, le facteur calorifique et le rapport calorifique du mélange.

Pour le cas I :

- Déterminer les états thermodynamiques 1, 2 et 3.
- Calculer les variations d'énergie interne au cours de chaque opération.
- Calculer les variations d'entropie au cours de chaque opération.

Pour le cas II :

- Déterminer les états thermodynamiques 4 et 5.
- Calculer les variations d'énergie interne au cours de chaque opération.
- Calculer les variations d'entropie au cours de chaque opération.

Solution

Calculs préliminaires

Les constantes massiques, les facteurs calorifiques et les rapports calorifiques de l'azote et de l'hélium sont, selon (2.36), (2.74), (5.59) et (5.66), calculés à l'aide des relations :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} \quad \Gamma = \frac{r}{c_v + r} \quad \gamma = \frac{1}{1 - \Gamma}$$

Nous obtenons les valeurs :

$$r_{N_2} = 0.2968 \text{ kJ}/(\text{K kg}) \quad r_{He} = 2.0769 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$\Gamma_{N_2} = 0.2857 \quad \Gamma_{He} = 0.4$$

$$\gamma_{N_2} = 1.4 \quad \gamma_{He} = 1.6667$$

Caractéristiques thermodynamiques du mélange

La composition en masse du mélange est, selon (6.3) et (6.6) :

$$c_{N_2} = \frac{M_{N_2}}{M_{N_2} + M_{He}} = 0.2 \text{ kg } N_2/\text{kg}$$

$$c_{He} = \frac{M_{He}}{M_{N_2} + M_{He}} = 0.8 \text{ kg } He/\text{kg}$$

La masse molaire du mélange est, selon (8.10) :

$$\tilde{m} = \frac{1}{(c_{N_2}/\tilde{m}_{N_2}) + (c_{He}/\tilde{m}_{He})} = 4.8312 \text{ kg/kmol}$$

La chaleur spécifique isochore du mélange est, selon (6.60) :

$$c_v = c_{N_2}c_{vN_2} + c_{He}c_{vHe} = 2.6411 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La constante massique, le facteur calorifique et le rapport calorifique du mélange sont, selon (2.36), (2.74), (5.59), et (5.66) :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 1.7209 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

$$\Gamma = \frac{r}{c_v + r} = 0.3945$$

$$\gamma = \frac{1}{1 - \Gamma} = 0.6516$$

Cas I

Etats thermodynamiques

Les volumes des gaz à l'état initial 1 sont, selon l'équation (5.72) :

$$V_{N_21} = \frac{M_{N_2}r_{N_2}T_{N_21}}{P_{N_21}} = 0.034 \text{ m}^3$$

$$V_{He1} = \frac{M_{He}r_{He}T_{He1}}{P_{He1}} = 0.9523 \text{ m}^3$$

Les volumes de gaz à l'état 2 sont :

$$V_{N_22} = \chi V_{N_21} = 0.3402 \text{ m}^3$$

$$V_{He2} = \chi V_{He1} = 9.5232 \text{ m}^3$$

Les détente des gaz, compte tenu des première et troisième hypothèses, sont isentropes. Nous avons alors, selon le tableau 8.6 et les relations (2.35), (2.36) et (2.72) du volume I, les pressions et les températures à l'état 2 :

$$P_{N_2 2} = P_{N_2 1} \chi^{-\gamma_{N_2}} = 1.9906 \text{ bar}$$

$$P_{He 2} = P_{He 1} \chi^{-\gamma_{He}} = 1.0775 \text{ bar}$$

$$T_{N_2 2} = T_{N_2 1} \chi^{1-\gamma_{N_2}} = 228.18 \text{ K} \quad \hat{T}_{N_2} = -44.97^\circ \text{C}$$

$$T_{He 2} = T_{He 1} \chi^{1-\gamma_{He}} = 123.51 \text{ K} \quad \hat{T}_{He} = -149.64^\circ \text{C}$$

Le volume du mélange est :

$$V_3 = V_{N_2 2} + V_{He 2} = 9.8634 \text{ m}^3$$

La température du mélange est, selon (6.70) :

$$T_3 = \frac{M_{N_2} c_{v N_2} T_{N_2 2} + M_{He} c_{v He} T_{He 2}}{M_{N_2} c_{v N_2} + M_{He} c_{v He}} = 129.39 \text{ K} \quad \hat{T}_3 = -143.76^\circ \text{C}$$

La pression du mélange est, selon (6.1), (6.7) et (6.71) :

$$P_3 = (M_{N_2} + M_{He}) \frac{r T_3}{V_3} = 1.1288 \text{ bar}$$

Variations d'énergie interne

Les variations d'énergie interne des gaz au cours de leur détente sont, selon (2.58) et après intégration :

$${}_1^2 \Delta U_{N_2} = M_{N_2} c_{v N_2} (T_{N_2 2} - T_{N_2 1}) = -255.97 \text{ kJ}$$

$${}_1^2 \Delta U_{He} = M_{He} c_{v He} (T_{He 2} - T_{He 1}) = -5604.12 \text{ kJ}$$

La variation d'énergie interne du système au cours de la détente est alors, selon la propriété d'extensivité (1.20) :

$${}_1^2 \Delta U = {}_1^2 \Delta U_{N_2} + {}_1^2 \Delta U_{He} = -5860.09 \text{ kJ}$$

La variation d'énergie interne du système au cours du mélange, en vertu du Premier Principe (1.22) et compte tenu des première et deuxième hypothèses, est nulle :

$${}_1^3 \Delta U = 0 \text{ kJ}$$

Variations d'entropie

Les variations d'entropie des gaz au cours de leur détente, compte tenu des première et troisième hypothèses, sont nulles. La variation d'entropie du système au cours de la détente est alors, selon la propriété d'extensivité (1.63) :

$${}_1^2 \Delta S = {}_1^2 \Delta S_{N_2} + {}_1^2 \Delta S_{He} = 0$$

La variation d'entropie du système au cours du mélange est, selon (6.74) :

$$\begin{aligned} {}_2^3 \Delta S &= M_{N_2} \left(c_{v N_2} \ln \frac{T_3}{T_{N_2 2}} + r_{N_2} \ln \frac{V_3}{V_{N_2 2}} \right) \\ &\quad + M_{He} \left(c_{v He} \ln \frac{T_3}{T_{He 2}} + r_{He} \ln \frac{V_3}{V_{He 2}} \right) \\ &= 1.4498 \text{ kJ/K} \end{aligned}$$

Cas II**Etats thermodynamiques**

A l'état initial, les gaz sont en équilibre mécanique et thermique. Le volume, la pression et la température ne varient pas au cours du mélange :

$$V_4 = V_{N_2 1} + V_{He 1} = 0.9863 \text{ m}^3$$

$$P_4 = 50 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_4 = 300^\circ \text{C}$$

Le volume du mélange après la détente est :

$$V_5 = \chi V_4 = 9.8634 \text{ m}^3$$

La détente du mélange, compte tenu des première et troisième hypothèses, est isentrope. Nous avons alors, selon le tableau 8.6 et les relations (2.35), (2.36) et (2.72) du volume I, la pression et la température à l'état 5 :

$$P_5 = P_4 \chi^{-\gamma} = 1.1153 \text{ bar}$$

$$T_5 = T_4 \chi^{1-\gamma} = 127.85 \text{ K} \quad \hat{T}_5 = -145.3^\circ \text{C}$$

Variations d'énergie interne

La variation d'énergie interne du système au cours du mélange, en vertu du Premier Principe (1.22) et compte tenu des première et deuxième hypothèses, est nulle :

$${}_1^4 \Delta U = 0 \text{ kJ}$$

La variation d'énergie interne du mélange au cours de la détente est, selon (2.58) et après intégration :

$${}_4^5 \Delta U = (M_{N_2} + M_{He}) c_v (T_5 - T_4) = -5\,880.52 \text{ kJ}$$

Variations d'entropie

La variation d'entropie du système au cours du mélange est, selon (6.27) :

$${}_1^4 \Delta S = M_{N_2} r_{N_2} \ln \frac{V_4}{V_{N_2 1}} + M_{He} r_{He} \ln \frac{V_4}{V_{He 1}} = 1.2909 \text{ kJ/K}$$

La variation d'entropie du mélange au cours de la détente, compte tenu des première et troisième hypothèses, est nulle :

$${}_4^5 \Delta S = 0 \text{ kJ/K}$$

Remarquons que la variation d'entropie ${}_1^3 \Delta S$ dans le cas I est plus grande que ${}_1^5 \Delta S$ dans le cas II. Cela correspond au fait qu'en plus de l'irréversibilité due à la diffusion, il y a les irréversibilités dues à l'égalisation des températures à volume constant et à l'égalisation des pressions à température constante.

6.H Changement des concentrations d'un mélange d'azote et de dioxyde de carbone

Description

Soit le système constitué d'un cylindre fermé par un piston et contenant un mélange d'azote et de dioxyde de carbone (fig. 6.4).

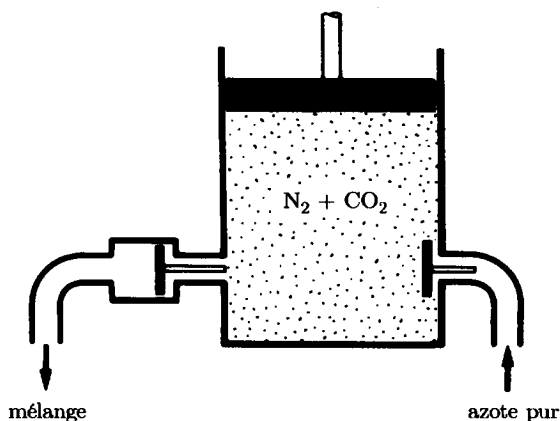


Fig. 6.4

L'expérience consiste à modifier la composition du mélange dans le cylindre selon le processus suivant :

- 1-2 : expulsion d'une fraction de mélange initial par diminution du volume à pression et température constantes,
- 2-3 : aspiration d'azote pur, aux mêmes conditions de pression et de température, par augmentation du volume jusqu'au volume initial.

Hypothèses

- L'azote, le dioxyde de carbone et leur mélange sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Composition initiale du mélange : $\tilde{c}_{N_2 1} = 0.3 \text{ kmol } N_2/\text{kmol}$
 $\tilde{c}_{CO_2 1} = 0.7 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol}$
- Etat thermodynamique initial du mélange : $V_1 = 0.30 \text{ m}^3$
 $P_1 = 5 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 25^\circ \text{C}$
- Composition finale du mélange : $\tilde{c}_{N_2 3} = 0.5 \text{ kmol } N_2/\text{kmol}$
 $\tilde{c}_{CO_2 3} = 0.5 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol}$
- Masse molaire de l'azote : $\tilde{m}_{N_2} = 28 \text{ kg/kmol}$
- Masse molaire du dioxyde de carbone : $\tilde{m}_{CO_2} = 44 \text{ kg/kmol}$

Question

- Calculer la masse du mélange expulsée et la masse d'azote pur aspirée.

Solution

La quantité de substance à l'état 1 est, selon (5.59) et (5.70) :

$$N_1 = \frac{V_1 P_1}{\bar{r} T_1} = 0.0605 \text{ kmol}$$

Au cours de l'opération 1-2, le volume diminue d'une fraction χ et une quantité de substance N^- est expulsée. La quantité de substance est, selon (5.70), proportionnelle au volume, étant donné que la pression et la température ne varient pas. Nous avons donc :

$$N^- = \chi N_1$$

$$N_2 = (1 - \chi)N_1$$

La composition du mélange dans le cylindre étant restée la même, nous avons à l'état 2 :

$$N_{N_2 2} = \tilde{c}_{N_2 1} N_2 = \tilde{c}_{N_2 1} (1 - \chi) N_1$$

$$N_{CO_2 2} = \tilde{c}_{CO_2 1} N_2 = \tilde{c}_{CO_2 1} (1 - \chi) N_1$$

Au cours de l'opération 2-3, le volume est augmenté de la même fraction χ et une quantité $N^+_{N_2}$ d'azote pur est aspirée. Cette quantité est, selon (5.70) et étant donné que la pression et la température de l'azote pur sont identiques à celles du mélange :

$$N^+_{N_2} = \chi N_1$$

Les quantités de substance à l'état 3 sont finalement :

$$N_{N_2 3} = N_{N_2 2} + N^+_{N_2} = [\tilde{c}_{N_2 1} (1 - \chi) + \chi] N_1$$

$$N_{CO_2 3} = N_{CO_2 2} = \tilde{c}_{CO_2 1} (1 - \chi) N_1$$

$$N_3 = N_{N_2 3} + N_{CO_2 3} = N_1$$

La nouvelle composition du mélange est, selon (6.4) :

$$\tilde{c}_{N_2 3} = \frac{N_{N_2 3}}{N_3} = \tilde{c}_{N_2 1} (1 - \chi) + \chi$$

$$\tilde{c}_{CO_2 3} = \frac{N_{CO_2 3}}{N_3} = \tilde{c}_{CO_2 1} (1 - \chi)$$

Nous en déduisons la fraction de volume χ :

$$\chi = \frac{\tilde{c}_{N_2 3} - \tilde{c}_{N_2 1}}{1 - \tilde{c}_{N_2 1}} = \frac{\tilde{c}_{CO_2 1} - \tilde{c}_{CO_2 3}}{\tilde{c}_{CO_2 1}} = \frac{2}{7}$$

Les masses de mélange expulsé et d'azote pur aspiré sont finalement, selon (6.2), (6.11) et les relations ci-dessus :

$$M^- = \chi N_1 (\tilde{c}_{N_2 1} \tilde{m}_{N_2} + \tilde{c}_{CO_2 1} \tilde{m}_{CO_2}) = 0.678 \text{ kg}$$

$$M^+_{N_2} = \chi N_1 \tilde{m}_{N_2} = 0.484 \text{ kg}$$

6.1 Mélange d'air et de méthane, en régime permanent

Description

Considérons le système comportant un mélangeur qui reçoit de l'air et du méthane et qui donne le mélange de ces fluides (fig. 6.5).

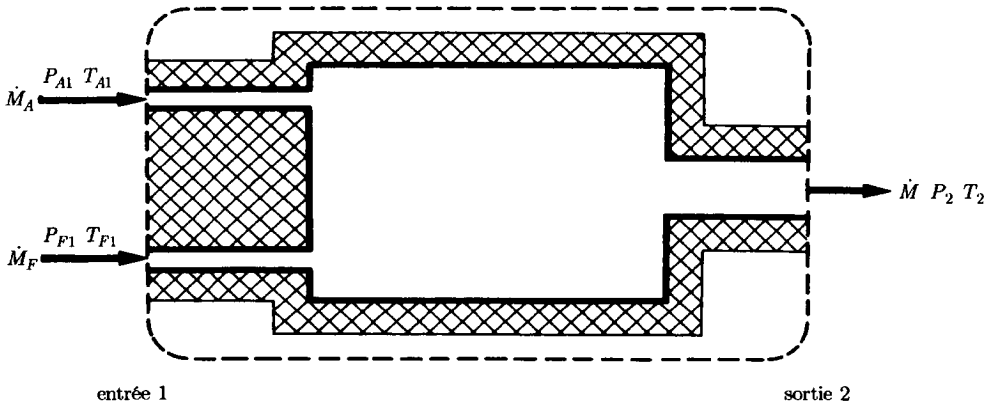


Fig. 6.5

Hypothèses

- La pression dans le mélangeur est constante.
- Le mélangeur est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'air et le méthane sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Etat thermodynamique initial de l'air : $P_{A1} = 2 \text{ bar}$
 $\hat{T}_{A1} = 15^\circ\text{C}$
- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_A = 28.850 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pA} = 1.0087 \text{ kJ/(K kg)}$
- Etat thermodynamique initial du méthane : $P_{F1} = 2 \text{ bar}$
 $\hat{T}_{F1} = 30^\circ\text{C}$
- Masse molaire du méthane : $\tilde{m}_F = 16.043 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare du méthane : $c_{pF} = 2.0731 \text{ kJ/(K kg)}$
- Rapport des débits-masse : $m = \dot{M}_F / \dot{M}_A = 0.1$

Questions

- Calculer la température finale du mélange.
- Calculer les pressions partielles des constituants du mélange.
- Calculer la création d'entropie par kg d'air entrant dans le mélangeur.

Solution

Température finale

La température finale du mélange est, selon (6.90) :

$$T_2 = \frac{\dot{M}_A c_{pA} T_{A1} + \dot{M}_F c_{pF} T_{F1}}{\dot{M}_A c_{pA} + \dot{M}_F c_{pF}} = \frac{c_{pA} T_A + m c_{pF} T_{F1}}{c_{pA} + m c_{pF}} = 290.71 \text{ K}$$

$$\hat{T}_2 = 17.56^\circ\text{C}$$

Pressions partielles

Nous avons, selon (6.81) et (6.82) :

$$\frac{\tilde{c}_F}{\tilde{c}_A} = \frac{\tilde{m}_A}{\tilde{m}_F} \cdot \frac{c_F}{c_A} = \frac{\tilde{m}_A}{\tilde{m}_F} m$$

Le bilan de masse (6.84) donne :

$$\tilde{c}_A + \tilde{c}_F = 1$$

Les deux relations précédentes donnent les teneurs molaires des constituants du mélange :

$$\tilde{c}_A = \frac{1}{1 + (\tilde{m}_A/\tilde{m}_F)m} = 0.8476 \text{ kmol air/kmol}$$

$$\tilde{c}_F = 1 - \tilde{c}_A = 0.1524 \text{ kmol CH}_4/\text{kmol}$$

Les pressions partielles des constituants du mélange sont alors, selon (6.91) et en tenant compte du fait que $P_2 = P_{A1} = P_{F1}$:

$$P_{A2} = \tilde{c}_A P_2 = 1.6952 \text{ bar}$$

$$P_{F2} = \tilde{c}_F P_2 = 0.3048 \text{ bar}$$

Variation d'entropie

Les constantes massiques des constituants du mélange sont, selon (5.66) :

$$r_A = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_A} = 0.2882 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$r_F = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_F} = 0.5183 \text{ kJ/(K kg)}$$

Le taux de création d'entropie est, selon (2.66) :

$$\frac{\delta S^i}{dt} = \sum_i \dot{M}_i \left(c_{pi} \ln \frac{T_2}{T_{i1}} - r_i \ln \frac{P}{P_{i1}} \right)$$

La création d'entropie, par kg d'air entrant dans le mélangeur, est alors :

$$\begin{aligned} s^i &= c_{pA} \ln \frac{T_2}{T_{A1}} - r_A \ln \frac{P_{A2}}{P_{A1}} + m \left(c_{pF} \ln \frac{T_2}{T_{F1}} - r_F \ln \frac{P_{F2}}{P_{F1}} \right) \\ &= 0.1454 \text{ kJ/(K kg)} \end{aligned}$$

6.J Caractéristiques d'un mélange d'oxygène et d'azote

Description

Soit un mélange d'oxygène et d'azote contenu dans un réservoir sous pression.

Hypothèse

- L'oxygène et l'azote sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Pression du mélange : $P = 10 \text{ bar}$
- Masse molaire de l'oxygène : $\tilde{m}_{\text{O}_2} = 31.999 \text{ kg/kmol}$
- Quantité d'oxygène : $N_{\text{O}_2} = 5 \text{ kmol}$
- Masse molaire de l'azote : $\tilde{m}_{\text{N}_2} = 28.013 \text{ kg/kmol}$
- Quantité d'azote : $N_{\text{N}_2} = 15 \text{ kmol}$

Questions

- Calculer les teneurs molaires \tilde{c}_{O_2} et \tilde{c}_{N_2} des constituants du mélange.
- Calculer les teneurs massiques c_{O_2} et c_{N_2} des constituants du mélange.
- Calculer les pressions partielles P_{O_2} et P_{N_2} des constituants du mélange.

Réponses

- $\tilde{c}_{\text{O}_2} = 0.25 \text{ kmol O}_2/\text{kmol}$ $\tilde{c}_{\text{N}_2} = 0.75 \text{ kmol N}_2/\text{kmol}$
- $c_{\text{O}_2} = 0.276 \text{ kg O}_2/\text{kg}$ $c_{\text{N}_2} = 0.724 \text{ kg N}_2/\text{kg}$
- $P_{\text{O}_2} = 2.5 \text{ bar}$ $P_{\text{N}_2} = 7.5 \text{ bar}$

6.K Caractéristiques d'un gaz de haut-fourneau**Description**

Il s'agit de déterminer les caractéristiques d'un gaz de haut-fourneau dont on connaît la composition.

Hypothèse

- Le gaz de haut-fourneau et ses constituants sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Composition du gaz de haut-fourneau : $\tilde{c}_{\text{H}_2} = 0.1855 \text{ kmol H}_2/\text{kmol}$
 $\tilde{c}_{\text{N}_2} = 0.4238 \text{ kmol N}_2/\text{kmol}$
 $\tilde{c}_{\text{CO}} = 0.3907 \text{ kmol CO/kmol}$
- Etat thermodynamique
 du gaz de haut-fourneau : $P = 0.988 \text{ bar}$
 $\hat{T} = 20^\circ\text{C}$
- Masses molaires des constituants : $\tilde{m}_{\text{H}_2} = 2 \text{ kg H}_2/\text{kmol H}_2$
 $\tilde{m}_{\text{N}_2} = 28 \text{ kg N}_2/\text{kmol N}_2$
 $\tilde{m}_{\text{CO}} = 28 \text{ kg CO/kmol CO}$

Questions

- Calculer la masse molaire \tilde{m} du gaz de haut-fourneau.
- Déterminer sa composition en masse.
- Calculer sa constante massique r .
- Calculer sa masse volumique ρ .
- Calculer les pressions partielles P_i de ses constituants.

Réponses

- $\tilde{m} = 23.18 \text{ kg/kmol}$
- $c_{\text{H}_2} = 0.016 \text{ kg H}_2/\text{kg}$ $c_{\text{N}_2} = 0.512 \text{ kg N}_2/\text{kg}$ $c_{\text{CO}} = 0.472 \text{ kg CO/kg}$
- $r = 358.7 \text{ J/(K kg)}$
- $\rho = 0.9396 \text{ kg/m}^3$
- $P_{\text{H}_2} = 0.1833 \text{ bar}$ $P_{\text{N}_2} = 0.4187 \text{ bar}$ $P_{\text{CO}} = 0.3860 \text{ bar}$

6.L Compression d'un mélange d'éthane et d'air

Description

Un mélange d'éthane et d'air est comprimé d'un volume V_1 à un volume V_2 dans un système constitué d'un cylindre fermé par un piston.

Hypothèses

- Le système est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'éthane et l'air sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Composition du mélange : $c_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0.0625 \text{ kg C}_2\text{H}_6/\text{kg}$
 $c_A = 0.9375 \text{ kg A/kg}$
- Etat thermodynamique initial du mélange : $P_1 = 0.88 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 35^\circ\text{C}$
- Volume final du mélange : $V_2 = V_1/9$
- Masses molaires des constituants : $\tilde{m}_{\text{C}_2\text{H}_6} = 30 \text{ kg C}_2\text{H}_6/\text{kmol C}_2\text{H}_6$
 $\tilde{m}_A = 28.85 \text{ kg A/kmol A}$
- Chaleur spécifiques isochores des constituants : $c_{v\text{C}_2\text{H}_6} = 1.454 \text{ kJ/(K kg)}$
 $c_{vA} = 0.712 \text{ kJ/(K kg)}$

Questions

- Déterminer la composition en kilomoles du mélange.
- Calculer l'état thermodynamique final (P_2, T_2) du mélange.
- Calculer l'énergie-travail massique a^+ reçue par le mélange au cours de la compression.

Réponses

- $\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0.060 \text{ kmol C}_2\text{H}_6/\text{kmol}$ $\tilde{c}_A = 0.94 \text{ kmol A/kmol}$
- $P_2 = 18.22 \text{ bar}$ $T_2 = 435.62^\circ\text{C}$
- $a^+ = 303.82 \text{ kJ/kg}$

6.M Changement de la composition et compression d'un mélange d'éthane et de propane

Description

Soit un cylindre fermé par un piston et contenant un mélange d'éthane et de propane à l'état thermodynamique initial 1. Le cylindre est relié à une canalisation d'éthane pur sous pression par une conduite obturée par une vanne (fig. 6.6).

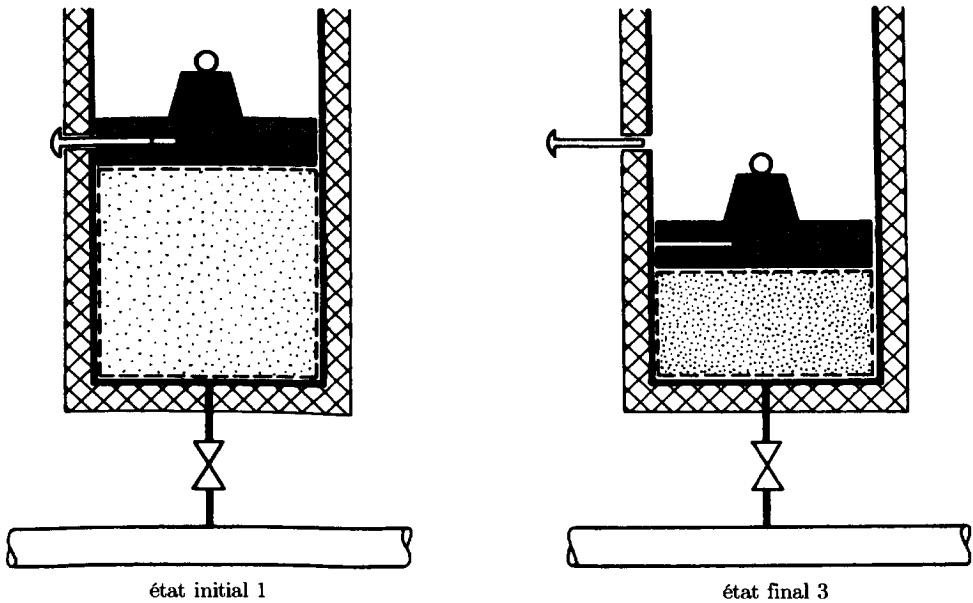


Fig. 6.6

L'expérience consiste à modifier d'abord la composition du mélange dans le cylindre jusqu'à un état 2, puis à comprimer le mélange obtenu jusqu'à un état final 3, selon les opérations qui suivent.

- 1-2 : On introduit dans le cylindre une certaine quantité d'éthane pur en ouvrant la vanne qui le relie à la canalisation. Le piston reste bloqué pendant cette opération de façon à maintenir inchangé le volume du cylindre.
- 2-3 : La vanne étant fermée, on libère le piston. Le mélange résultant de l'opération précédente est ainsi comprimé par l'action des forces s'exerçant sur le piston.

Hypothèses

- L'état thermodynamique de l'éthane pur dans la canalisation ne change pas au cours de l'expérience.
- Le cylindre est parfaitement calorifugé.
- Le frottement entre le piston et le cylindre est négligé.
- L'éthane et le propane sont assimilables à des gaz parfaits.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Données

- Etat thermodynamique initial du mélange dans le cylindre :

$$V_1 = 0.6 \text{ m}^3$$

$$P_1 = 0.7 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_1 = 30^\circ\text{C}$$
- Etat thermodynamique de l'éthane pur dans la canalisation :

$$P_{\text{C}_2\text{H}_6} = 70 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_{\text{C}_2\text{H}_6} = 30^\circ\text{C}$$
- Pression finale du mélange dans le cylindre :

$$P_3 = 10 \text{ bar}$$
- Composition du mélange à l'état initial :

$$\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6 1} = 0.2 \text{ kmol C}_2\text{H}_6/\text{kmol}$$

$$\tilde{c}_{\text{C}_3\text{H}_8 1} = 0.8 \text{ kmol C}_3\text{H}_8/\text{kmol}$$
- Composition du mélange à l'état final :

$$\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6 3} = 0.6 \text{ kmol C}_2\text{H}_6/\text{kmol}$$

$$\tilde{c}_{\text{C}_3\text{H}_8 3} = 0.4 \text{ kmol C}_3\text{H}_8/\text{kmol}$$
- Masse molaire de l'éthane :

$$\tilde{m}_{\text{C}_2\text{H}_6} = 30.069 \text{ kg/kmol}$$
- Chaleur spécifique isochore molaire de l'éthane :

$$\tilde{c}_{v \text{C}_2\text{H}_6} = 24.9422 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$$
- Masse molaire du propane :

$$\tilde{m}_{\text{C}_3\text{H}_8} = 44.096 \text{ kg/kmol}$$
- Chaleur spécifique isochore molaire du propane :

$$\tilde{c}_{v \text{C}_3\text{H}_8} = 24.9407 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$$

Questions

- Calculer la masse $M_{\text{C}_2\text{H}_6}$ d'éthane pur introduite dans le cylindre.
- Calculer la température et la pression à l'état 2.
- Calculer le volume final V_3 du cylindre.
- Calculer la création d'entropie ${}_1^2S^i$ au cours de l'opération 1-2, en étendant la frontière du système en amont de la vanne .

Réponses

- $M_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0.5011 \text{ kg}$
- $T_2 = 353.68 \text{ K} \quad P_2 = 1.633 \text{ bar}$
- $V_3 = 0.15 \text{ m}^3$
- ${}_1^2S^i = 0.6913 \text{ kJ/K}$

6.N Introduction d'azote dans un réservoir d'hydrogène

Description

Soit un réservoir contenant de l'hydrogène à l'état thermodynamique initial 1. Le réservoir est relié à une canalisation d'azote pur sous pression par une conduite équipée d'une vanne (fig. 6.7).

L'expérience consiste à réaliser un mélange d'hydrogène et d'azote dans le réservoir, en ouvrant la vanne de façon à laisser passer une certaine quantité d'azote.

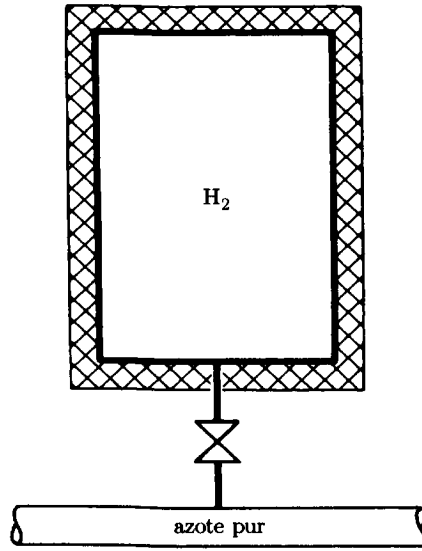


Fig. 6.7

Hypothèses

- L'état thermodynamique de l'azote dans la canalisation ne change pas au cours de l'expérience.
- Le réservoir est parfaitement calorifugé.
- L'hydrogène et l'azote sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- | | |
|---|--|
| • Pression finale du mélange : | $P_2 = 5 \text{ bar}$ |
| • Etat thermodynamique initial de l'hydrogène dans le réservoir : | $P_{H_2 1} = 1 \text{ bar}$
$\hat{T}_{H_2 1} = 20^\circ \text{C}$ |
| • Masse molaire de l'hydrogène : | $\tilde{m}_{H_2} = 2.016 \text{ kg/kmol}$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'hydrogène : | $c_{v H_2} = 10.3115 \text{ kJ/(K kg)}$ |
| • Masse d'hydrogène : | $M_{H_2} = 0.1 \text{ kg}$ |
| • Etat thermodynamique de l'azote dans la canalisation : | $P_{N_2} = 50 \text{ bar}$
$\hat{T}_{N_2} = 60^\circ \text{C}$ |
| • Masse molaire de l'azote : | $\tilde{m}_{N_2} = 28.013 \text{ kg/kmol}$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'azote : | $c_{v N_2} = 0.7420 \text{ kJ/(K kg)}$ |

Questions

- Calculer la température finale T_2 du mélange dans le réservoir.
- Calculer les teneurs massiques c_{H_2} , c_{N_2} et molaires \tilde{c}_{H_2} , \tilde{c}_{N_2} , des constituants du mélange.
- Calculer la variation d'entropie ΔS relative à l'opération de mélange.

Réponses

- $T_2 = 417.10 \text{ K}$ $\hat{T}_2 = 143.94^\circ\text{C}$
- $c_{\text{H}_2} = 0.02783 \text{ kg H}_2/\text{kg}$ $c_{\text{N}_2} = 0.97217 \text{ kg N}_2/\text{kg}$
- $\tilde{c}_{\text{H}_2} = 0.2846 \text{ kmol H}_2/\text{kmol}$ $\tilde{c}_{\text{N}_2} = 0.7154 \text{ kmol N}_2/\text{kmol}$
- $\Delta S = 3.9138 \text{ kJ/K}$

6.0 Conditionnement de fumées destinées au séchage

Description

On désire sécher un produit avec les gaz chauds sortant d'un four. La température des gaz étant trop élevée pour le produit à sécher, on envisage d'abaisser leur température en les mélangeant avec de l'air frais.

Hypothèse

- Les gaz et l'air sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Etat thermodynamique des gaz chauds : $P_G = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_G = 400^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isobare molaire
des gaz chauds : $\tilde{c}_{pG} = 29.12 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$
- Etat thermodynamique de l'air : $P_A = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_A = 15^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isobare molaire de l'air : $\tilde{c}_{pA} = 32.89 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$
- Température du mélange : $\hat{T}_M = 150^\circ\text{C}$

Questions

- Calculer le rapport N des quantités d'air et de gaz chauds ($N_A^G = N_A/N_G$).
- Calculer le rapport χ des débits-volume d'air et de gaz chauds

Réponses

- $N_A^G = 1.64 \text{ kmol A/kmol G}$
- $\chi = 0.702$

Mélanges d'un gaz et d'une substance condensable

7.A Mélange de deux mélanges

Description

Soit une installation de climatisation dans laquelle un débit-masse \dot{M}_1 d'air humide neuf est mélangée à un débit-masse \dot{M}_2 d'air humide recyclé.

Hypothèses

- Les pressions de l'air neuf, de l'air recyclé et du mélange résultant sont égales.
- Le mélange est adiabate.
- Le régime est permanent.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Pression du mélange : $P_m = 1 \text{ bar}$
- Etat thermodynamique de l'air neuf : $\hat{T}_1 = 29^\circ\text{C}$
 $\varphi_1 = 0.8$
- Débit-masse d'air neuf : $\dot{M}_1 = 0.84 \text{ kg/s}$
- Etat thermodynamique de l'air recyclé : $\hat{T}_2 = 20^\circ\text{C}$
 $\varphi_2 = 0.3$
- Débit-masse d'air recyclé : $\dot{M}_2 = 1.68 \text{ kg/s}$
- Masse molaire de l'air sec : $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air sec : $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$
- Masse molaire de la vapeur d'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.86 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur de vaporisation de l'eau à $\hat{T} = 0.01^\circ\text{C}$: $q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)

Questions

- Calculer le taux d'humidité du mélange.
- Calculer sa surenthalpie.
- Calculer sa température.
- Calculer la pression partielle de sa vapeur d'eau.
- Calculer son humidité relative.

Solution

Taux d'humidité

Le taux d'humidité du mélange est donné, compte tenu des trois premières hypothèses, par (7.46) :

$$w^* = \frac{\dot{M}_{a1}w_1^* + \dot{M}_{a2}w_2^*}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a2}}$$

Les taux d'humidité de l'air neuf et de l'air recyclé sont, selon (7.42) :

$$w_1^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi_1 P''_{v1}}{P_m - \varphi_1 P''_{v1}}$$

$$w_2^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi_2 P''_{v2}}{P_m - \varphi_2 P''_{v2}}$$

Les pressions de saturation relatives à l'air neuf et à l'air recyclé sont, selon (5.161) :

$$P''_{v1} = P''_v(\hat{T}_1) = 0.0402 \text{ bar}$$

$$P''_{v2} = P''_v(\hat{T}_2) = 0.0234 \text{ bar}$$

Les taux d'humidité relatifs à l'air neuf et à l'air recyclé sont alors :

$$w_1^* = 0.0207 \text{ kg e/kg a}$$

$$w_2^* = 0.0044 \text{ kg e/kg a}$$

Les débits-masse d'air sec contenu dans l'air neuf et l'air recyclé sont, conformément à la définition (7.4) :

$$\dot{M}_{a1} = \frac{\dot{M}_1}{1 + w_1^*} = 0.823 \text{ kg a/s}$$

$$\dot{M}_{a2} = \frac{\dot{M}_2}{1 + w_2^*} = 1.673 \text{ kg a/s}$$

Le taux d'humidité du mélange est finalement, compte tenu des résultats précédents :

$$w^* = 0.0098 \text{ kg e/kg a}$$

Surenthalpie

La surenthalpie du mélange est donnée, compte tenu des trois premières hypothèses, par (7.47) :

$$\hat{h}^* = \frac{\dot{M}_{a1}\hat{h}_1^* + \dot{M}_{a2}\hat{h}_2^*}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a2}}$$

Les surenthalpies de l'air neuf et de l'air recyclé sont, selon (7.25) :

$$\hat{h}_1^* = c_{pa}\hat{T}_1 + w_1^*(q_{vap} + c_{pv}\hat{T}_1) = 82.07 \text{ kJ/kg a}$$

$$\hat{h}_2^* = c_{pa}\hat{T}_2 + w_2^*(q_{vap} + c_{pv}\hat{T}_2) = 31.29 \text{ kJ/kg a}$$

La surenthalpie du mélange est finalement, compte tenu des résultats précédents :

$$\hat{h}^* = 48.04 \text{ kJ/kg a}$$

Température

La température du mélange est, selon (7.25) :

$$\hat{T} = \frac{\hat{h}^* - w^* q_{\text{vap}}}{c_{pa} + w^* c_{pv}} = 23.03^\circ\text{C}$$

Pression partielle de la vapeur d'eau

La pression partielle de la vapeur d'eau contenue dans le mélange est, selon (7.40) :

$$P_v = \frac{w^*}{w^* + \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a}} P_m = 0.0154 \text{ bar}$$

Humidité relative

L'humidité relative du mélange est, conformément à la définition (7.9) :

$$\varphi \equiv \frac{P_v}{P_v''}$$

La pression de saturation relative au mélange est, selon la relation approchée :

$$P_v'' = P_v''(\hat{T}) = 0.0282 \text{ bar}$$

L'humidité relative est alors :

$$\varphi = 0.547$$

7.B Tour de refroidissement humide

Description

Considérons une tour de refroidissement de centrale thermique (fig. 7.1).

L'eau chaude provenant du condenseur (point 1) ruisselle le long de la surface de nombreuses plaques, placées verticalement. Elle est refroidie par l'air atmosphérique (chemin 3-4) circulant de bas en haut, à contre-courant entre les plaques, la circulation étant assurée par un grand ventilateur à axe vertical situé au col de la tour. Une certaine quantité d'eau est inévitablement entraînée par l'air atmosphérique, à cause de l'évaporation et du primage (entraînement de gouttelettes d'eau). Elle est compensée par une injection continue d'eau d'appoint (point 5). L'eau provenant du condenseur est refroidie grâce au phénomène d'évaporation, recueillie à la base de la tour (point 2) et retournée au condenseur à l'aide d'une pompe de circulation.

Hypothèses

- La pression de l'air est constante dans la tour.
- La puissance-chaleur perdue à travers les structures de la tour est négligeable.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'eau liquide est un fluide incompressible.
- La chaleur spécifique de l'eau liquide est constante.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

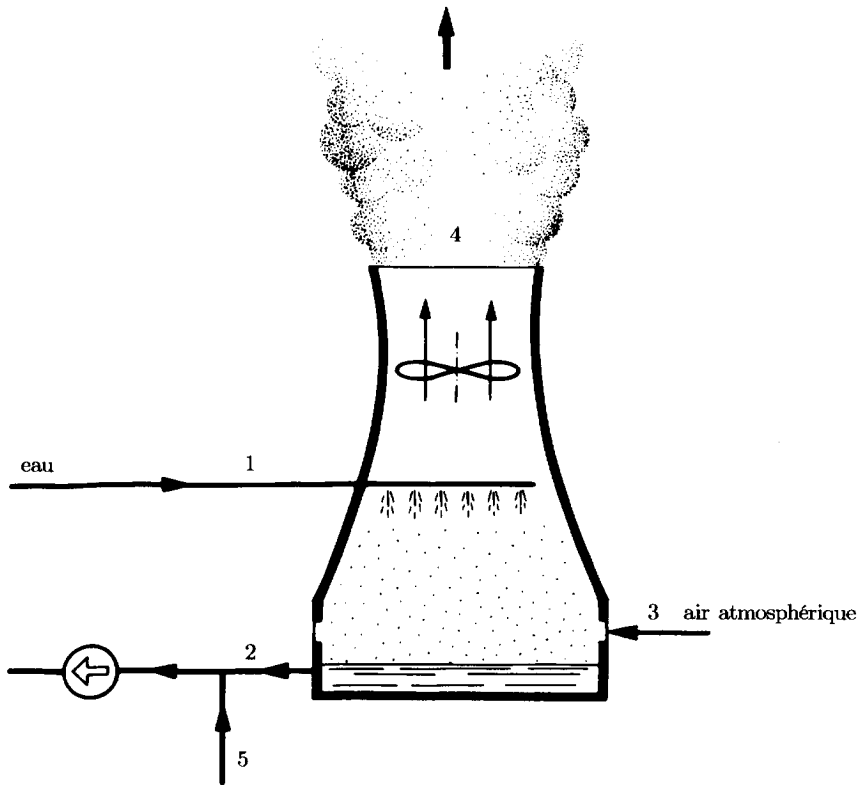


Fig. 7.1

Données

- Pression atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
- Etat de référence pour l'eau (point triple) : $P_0 = P_t = 0.006 \text{ bar}$
 $\hat{T}_0 = \hat{T}_t = 0.01^\circ\text{C}$
- Température de l'eau à l'entrée et à la sortie : $\hat{T}_1 = 22.5^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_2 = 14.3^\circ\text{C}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c_l = 4.20 \text{ kJ/(K kg)}$
- Débit-masse d'eau principal : $\dot{M}_l = 5438.37 \text{ kg e/s}$
- Débit-masse d'eau entraînée par primage : $\dot{M}_p = 0.2857 \text{ kg e/s}$
- Masse molaire de la vapeur d'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.86 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur de vaporisation de l'eau,
à $\hat{T} = 0.01^\circ\text{C}$ $q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)

- Etats thermodynamiques de l'air :

Point	\hat{T} [°C]	φ —
3	5	0.45
4	16	1

- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$
- Puissance électrique du moteur
du ventilateur : $\dot{E}^+ = 547 \text{ kW}$

Questions

- Calculer le débit-masse d'air sec aspiré par le ventilateur.
- Calculer le débit-masse d'eau évaporée et le débit-masse d'eau d'appoint.
- Calculer la puissance thermique (charge thermique) évacuée par la tour, en admettant que $T_5 = T_2$.

Solution

Débit-masse d'air sec

Le Premier Principe (1.47), appliqué à la tour de refroidissement, donne, compte tenu des deuxième à cinquième hypothèses, le bilan énergétique :

$$\dot{E}^+ + \dot{M}_1 h_1 - \dot{M}_2 h_2 - \dot{M}_p h_4 + \dot{M}_a h_3^* - \dot{M}_a h_4^* = 0$$

Le bilan de masse d'eau donne, compte tenu de la définition (7.4) :

$$\dot{M}_2 = \dot{M}_1 - \dot{M}_p - (\dot{M}_{e4} - \dot{M}_{e3}) = \dot{M}_1 - \dot{M}_p - \dot{M}_a (w_4^* - w_3^*)$$

Le débit-masse d'air sec aspiré par le ventilateur est donc :

$$\dot{M}_a = \frac{\dot{M}_1 (\hat{h}_1 - \hat{h}_2) - \dot{M}_p (\hat{h}_4 - \hat{h}_2) + \dot{E}^+}{\hat{h}_4^* - \hat{h}_3^* - \hat{h}_2 (w_4^* - w_3^*)}$$

Les différences d'enthalpie sont, selon (5.159) :

$$\hat{h}_1 - \hat{h}_2 = c_l (\hat{T}_1 - \hat{T}_2) = 34.44 \text{ kJ/kg}$$

$$\hat{h}_4 - \hat{h}_2 = c_l (\hat{T}_4 - \hat{T}_2) = 7.14 \text{ kJ/kg}$$

La surenthalpie relative au point 2 est, selon (7.20) :

$$\hat{h}_2 = c_l (T_2 - T_0) + \frac{P_2 - P_0}{\rho_l} = 60.019 \text{ kJ/kg}$$

Les pressions de saturation relatives aux points 3 et 4 sont, selon la relation (5.161) :

$$P''_{v3} = P''_v(\hat{T}_3) = 0.008713 \text{ bar}$$

$$P''_{v4} = P''_v(\hat{T}_4) = 0.018212 \text{ bar}$$

Les taux d'humidité relatifs aux points 3 et 4 sont, selon (7.42) :

$$w_3^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi_3 P''_{v3}}{P_m - \varphi_3 P''_{v3}} = 0.002458 \text{ kg e/kg a}$$

$$w_4^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi_4 P_{v4}''}{P_m - \varphi_4 P_{v4}''} = 0.011583 \text{ kg e/kg a}$$

Les surenthalpies relatives aux points 3 et 4 sont, selon (7.25) :

$$\hat{h}_3^* = c_{pa} \hat{T}_3 + w_3^* (q_{\text{vap}} + c_{pv} \hat{T}_3) = 11.207 \text{ kJ/kg a}$$

$$\hat{h}_4^* = c_{pa} \hat{T}_4 + w_4^* (q_{\text{vap}} + c_{pv} \hat{T}_4) = 45.4167 \text{ kJ/kg a}$$

Le débit-masse d'air sec aspiré par le ventilateur est finalement :

$$\dot{M}_a = 5580 \text{ kg a/s}$$

Débit-masse d'eau

Le débit-masse d'eau évaporée est, selon (7.4) :

$$\dot{M}_{ev} = \dot{M}_{e4} - \dot{M}_{e3} = \dot{M}_a (w_4^* - w_3^*) = 50.91 \text{ kg e/s}$$

Le débit-masse d'eau d'appoint est alors :

$$\dot{M}_5 = \dot{M}_{ev} + \dot{M}_p = 51.19 \text{ kg e/s}$$

Charge thermique

La puissance thermique évacuée par la tour est, compte tenu du bilan de masse de l'eau de circulation et du fait que $h_5 = h_2$:

$$\begin{aligned} \dot{Q}^- &= \dot{M}_1 h_1 - \dot{M}_2 h_2 - \dot{M}_5 h_5 = \dot{M}_1 (h_1 - h_2) + \dot{M}_5 (h_2 - h_5) \\ &= \dot{M}_1 (\hat{h}_1 - \hat{h}_2) = 187.297 \text{ MW} \end{aligned}$$

7.C Humidification de l'air d'un local

Description

Soit un local contenant de l'air humide à l'état initial 1. On désire augmenter l'humidité relative de l'air dans le local en pulvérisant une certaine masse d'eau à l'état liquide.

Hypothèses

- La pression du mélange est constante.
- Le local est parfaitement calorifugé.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Pression du mélange : $P_m = 1 \text{ bar}$
- Volume du local : $V = 200 \text{ m}^3$
- Température à l'état initial : $\hat{T}_1 = 20^\circ \text{C}$

- Humidité relative à l'état initial : $\varphi_1 = 0.3$
- Humidité relative à l'état final : $\varphi_2 = 0.8$
- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_a = 28.850 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$
- Température de l'eau : $\hat{T}_l = 20^\circ\text{C}$
- Masse molaire de l'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c_l = 4.195 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.860 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur de vaporisation de l'eau à l'état de référence ($P_t = 0.006 \text{ bar}$; $\hat{T}_t = 0.01^\circ\text{C}$) $q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)

Questions

- Calculer le taux d'humidité et la surenthalpie massique à l'état initial.
- Calculer la constante massique de l'air humide à l'état initial.
- Calculer la température du point de rosée relatif à l'état initial.
- Calculer les masses d'air pur et d'eau pure dans le local à l'état initial.
- Calculer la température, la pression de saturation, le taux d'humidité et la surenthalpie massique à l'état final, ainsi que la masse d'eau pulvérisée.

Solution

Taux d'humidité et surenthalpie massique à l'état initial

La pression de saturation de la vapeur est calculée à l'aide de (5.161) :

$$P''_{v1} = P''_v(\hat{T}_1) = 0.02343 \text{ bar}$$

La pression partielle de la vapeur est, selon (7.9) :

$$P_{v1} = \varphi_1 P''_{v1} = 0.00703 \text{ bar}$$

Le taux d'humidité est, selon (7.17) :

$$w_1^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{P_v}{P_m - P_v} = 0.00442 \text{ kg e/kg a}$$

La surenthalpie massique pour un mélange sec est, selon (7.25) :

$$\hat{h}_1^* = c_{pa} \hat{T} + w^* (q_{\text{vap}} + c_{pv} \hat{T}) = 31.341 \text{ kJ/kg a}$$

Constante massique à l'état initial

La constante massique est, selon (5.59), (5.66) et (7.30) :

$$r_1 = \frac{\frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_a} + w_1^* \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}_v}}{1 + w_1^*} = 0,289 \text{ kJ/(K kg)}$$

Point de rosée

Le point de rosée, correspondant à un état sec donné, est caractérisé par le même taux d'humidité et une humidité relative égale à 1. Dans un diagramme de Mollier, le point de rosée est donc situé à l'intersection R de la verticale passant par le point 1 de la courbe de saturation (fig. 7.2).

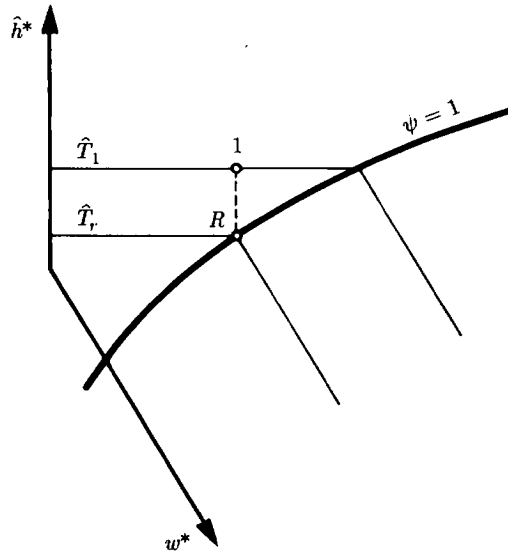


Fig. 7.2

Le taux d'humidité w^* étant le même aux points 1 et R, la pression de saturation au point de rosée, selon (7.40), est égale à la pression partielle au point 1 :

$$P''_{vr} = P_{v1} = 0.00703 \text{ bar}$$

La température au point de rosée est calculée à l'aide de la relation (5.161) :

$$\hat{T}_r = 1.98^\circ\text{C}$$

Masses d'air et d'eau à l'état initial

La masse totale du mélange est calculée à l'aide de l'équation d'état (7.29) :

$$M_1 = \frac{VP_m}{r_1 T_1} = 236.24 \text{ kg}$$

Le bilan de masse et la définition (7.4) donnent :

$$M_1 = M_{a1} + M_{e1} = M_{a1}(1 + w_1^*)$$

Nous avons finalement les masses d'air pur et d'eau pure à l'état initial :

$$M_{a1} = \frac{1}{1 + w_1^*} M_1 = 235.2 \text{ kg a}$$

$$M_{e1} = M_1 - M_{a1} = 1.04 \text{ kg e}$$

Etat thermodynamique final et masse d'eau pulvérisée

La température du mélange est, selon (7.25) :

$$\hat{T}_2 = \frac{\hat{h}_2^* - w_2^* q_{\text{vap}}}{c_{pa} + w_2^* c_{pv}}$$

La pression de saturation correspondante est, selon la relation (5.161) :

$$P''_{v2} = P''_v(\hat{T}_2)$$

Le taux d'humidité est, selon (7.9) et (7.17) :

$$w_2^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi_2 P''_{v2}}{P_m - \varphi_2 P''_{v2}}$$

La masse d'eau pulvérisée est, selon (7.49) :

$$M_e = M_{a1}(w_2^* - w_1^*)$$

La surenthalpie massique du mélange est, selon (7.47) et en tenant compte de (7.21) :

$$\hat{h}_2^* = \hat{h}_1^* + \frac{M_e}{M_{a1}} c_l \hat{T}_l$$

Nous avons un système de 5 équations à 5 inconnues, dont la résolution par approximations successives donne les valeurs :

$$\hat{T}_2 = 12.72^\circ\text{C}$$

$$P''_{v2} = 0.0147 \text{ bar}$$

$$w_2^* = 0.00744 \text{ kg e/kg a}$$

$$M_e = 0.71 \text{ kg e}$$

$$\hat{h}_2^* = 31.597 \text{ kJ/kg a}$$

7.D Condensation sur une paroi

Description

Soit une chambre froide dans laquelle règne une température constante T_f , séparée, par une simple cloison d'épaisseur E , d'une salle dans laquelle règne une température constante T_s (fig. 7.3). Une puissance-chaleur surfacique \dot{q} est

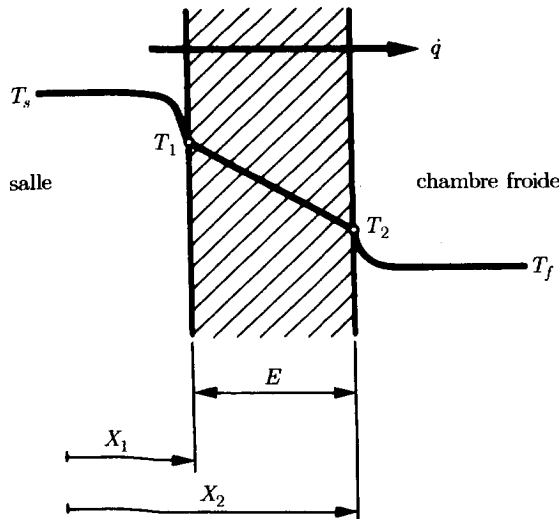


Fig. 7.3

transférée de l'air de la salle à la paroi gauche par convection, puis à travers la cloison par conduction et enfin de la paroi droite à l'air de la chambre à nouveau par convection.

Un phénomène de convection est régi par la loi :

$$\dot{q} = -\alpha \Delta T > 0$$

dans laquelle α est le coefficient de convection et ΔT l'écart de température.

Hypothèses

- Le phénomène de transfert d'énergie par rayonnement est négligé.
- Le régime est permanent.

Données

- Epaisseur de la cloison : $E = 15 \text{ cm}$
- Etat thermodynamique de l'air de la salle : $\hat{T}_s = 18^\circ\text{C}$
 $\varphi_s = 0.7$
- Température du point de rosée relatif à l'air de la salle : $\hat{T}_r = 12.3^\circ\text{C}$
- Coefficient de convection côté salle : $\alpha_1 = 9.3 \text{ W/m}^2\text{K}$
- Température de l'air de la chambre froide : $\hat{T}_f = -20^\circ\text{C}$
- Coefficient de convection côté chambre : $\alpha_2 = 7 \text{ W/m}^2\text{K}$

Question

- Calculer la valeur maximale que ne doit pas dépasser le coefficient de conduction de la cloison pour éviter la condensation sur la paroi de la salle.

Solution

La puissance-chaleur surfacique traversant la cloison est, compte tenu de la deuxième hypothèse et selon (3.74) :

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dX}$$

L'intégration de la relation précédente entre les abscisses X_1 et X_2 donne :

$$\dot{q} = \frac{-\lambda(T_2 - T_1)}{X_2 - X_1} = -\frac{\lambda}{E}(\hat{T}_2 - \hat{T}_1)$$

Les équations de transfert-chaleur sont, compte tenu des hypothèses et selon la loi donnée pour la convection :

$$\dot{q} = -\alpha_1(\hat{T}_1 - \hat{T}_s) = -\frac{\lambda}{E}(\hat{T}_2 - \hat{T}_1) = -\alpha_2(\hat{T}_f - \hat{T}_2)$$

Pour qu'il n'y ait pas condensation sur la paroi de la salle, il faudrait que sa température soit supérieure à la température du point de rosée relatif à l'air de la salle (fig. 7.4).

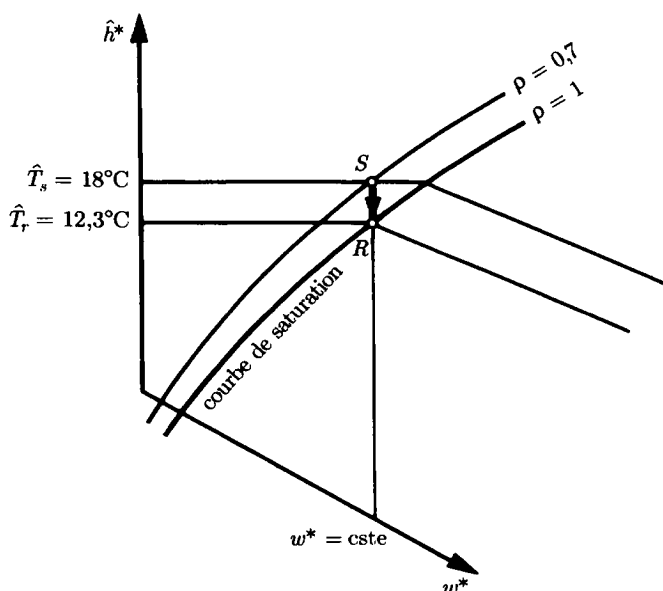


Fig. 7.4

Etudions le cas correspondant à la limite de la condensation :

$$\hat{T}_1 = \hat{T}_r = 12.3^\circ\text{C}$$

Les deuxième et quatrième membres des équations de transfert-chaleur donnent alors la température de la paroi côté chambre :

$$\hat{T}_2 = \hat{T}_f - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}(\hat{T}_r - \hat{T}_s) = -12.43^\circ\text{C}$$

Les deuxième et troisième membres des équations de transfert-chaleur donnent le coefficient de conduction maximal de la cloison :

$$\lambda_{\max} = \frac{\alpha_1 E(\hat{T}_r - \hat{T}_s)}{\hat{T}_2 - \hat{T}_r} = 0.32 \text{ W/(K m)}$$

Pour qu'il n'y ait pas condensation sur la paroi de la salle, le coefficient de conduction de la cloison doit obéir à l'inégalité :

$$\lambda < 0.32 \text{ W/(K m)}$$

7.E Compresseur paraïsotherme

Description

Soit un compresseur paraïsotherme, alimenté par de l'air humide et comportant trois étages de compression C_1 , C_2 et C_3 , ainsi que deux refroidissements intermédiaires F_1 et F_2 (fig. 7.5).

Une partie de la vapeur d'eau contenue dans l'air se condense dans le refroidisseur F_1 et donne lieu au débit-masse de condensat \dot{M}_{17} .

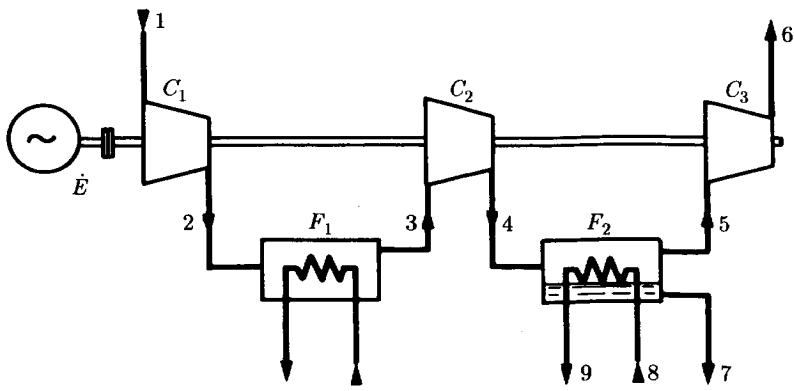


Fig. 7.5

Hypothèses

- Tous les éléments du compresseur sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation dans les refroidisseurs est négligeable.
- Le régime est permanent.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Température de référence : $\hat{T}_0 = 0^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'air humide :

Point	P_m [bar]	\hat{T} [°C]	φ —
1	1	15	1
2	1.8	81.5	—
3	—	28	—
4	2.98	91	—
5	—	26	1
6	4.88	—	—
7	—	26	—

- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air sec : $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$
- Débit-masse d'air humide à l'entrée du compresseur : $\dot{M}_1 = 25 \text{ kg/s}$
- Caractéristiques de l'eau de refroidissement du refroidisseur F_2 :
 $\hat{T}_8 = 10^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_9 = 20^\circ\text{C}$
 $\dot{M}_{F2} = 44 \text{ kg e/s}$

- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c_l = 4.19 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse molaire de la vapeur d'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.86 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)
- Puissance mécanique reçue à l'accouplement : $\dot{E}^+ = 4820 \text{ kW}$

Questions

- Calculer le taux d'humidité, l'humidité relative et la pression partielle de la vapeur, relatifs aux points 1 à 6, ainsi que le débit-masse d'air sec.
- Calculer le débit-masse de condensat au point 7.
- Représenter qualitativement l'évolution de la vapeur d'eau dans le diagramme T - s

Solution

Taux d'humidité, humidité relative, pression partielle de la vapeur et débit-masse d'air sec

Point 1

L'humidité relative est, selon les données :

$$\varphi_1 = 1$$

La pression partielle de la vapeur est, selon la relation (5.161) :

$$P_{v1} = P_v''(\hat{T}_1) = 0.017077 \text{ bar}$$

Le taux d'humidité est, selon (7.17) :

$$w_1^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{P_{v1}''}{P_{m1} - P_{v1}''} = 0.01085 \text{ kg e/kg a}$$

Point 2

Le taux d'humidité est :

$$w_2^* = w_1^* = 0.01085 \text{ kg e/kg a}$$

La pression partielle de la vapeur est, selon (7.17) :

$$P_{v2} = \frac{w_2^* P_{m2}}{w_2^* + (\tilde{m}_v/\tilde{m}_a)} = 0.03074 \text{ bar}$$

L'humidité relative est, selon la définition (7.9) et la relation approchée :

$$\varphi_2 = \frac{P_{v2}}{P_v''(\hat{T}_2)} = 0.0612$$

Point 3

Le taux d'humidité est :

$$w_3^* = w_1^* = 0.01085 \text{ kg e/kg a}$$

La pression partielle de la vapeur est, conformément à (7.17) et compte tenu de la troisième hypothèse ($P_{m3} = P_{m2}$) :

$$P_{v3} = P_{v2} = 0.03074 \text{ bar}$$

L'humidité relative est, selon (7.9) et la relation approchée :

$$\varphi_3 = \frac{P_{v3}}{P_v''(\hat{T}_3)} = 0.811$$

Point 4

Le taux d'humidité est :

$$w_4^* = w_1^* = 0.01085 \text{ kg e/kg a}$$

La pression partielle de la vapeur est, selon (7.17) :

$$P_{v4} = \frac{w_4^* P_{m4}}{w_4^* + (\tilde{m}_v / \tilde{m}_a)} = 0.05089 \text{ bar}$$

L'humidité relative est, selon la définition (7.9) et la relation approchée :

$$\varphi_4 = \frac{P_{v4}}{P_v''(\hat{T}_4)} = 0.07$$

Point 5

L'humidité relative est, selon les données :

$$\varphi_5 = 1$$

La pression partielle de la vapeur est, selon la relation approchée :

$$P_{v5} = P_v''(\hat{T}_5) = 0.03371 \text{ bar}$$

Le taux d'humidité est, selon (7.17) et compte tenu de la troisième hypothèse ($P_{m5} = P_{m4}$) :

$$w_5^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{P_{v5}''}{P_{m4} - P_{v5}''} = 0.00714 \text{ kg e/kg a}$$

Point 6

Le taux d'humidité est :

$$w_6^* = w_5^* = 0.00714 \text{ kg e/kg a}$$

La pression partielle de la vapeur est, selon (7.17) :

$$P_{v6} = \frac{w_6^* P_{m6}}{w_6^* + (\tilde{m}_v / \tilde{m}_a)} = 0.0552 \text{ bar}$$

Pour calculer l'humidité relative, nous devons d'abord déterminer la température au point 6.

Le Premier Principe (1.47), appliqué à l'ensemble du compresseur, donne, compte tenu des première, deuxième et quatrième hypothèses, le bilan énergétique :

$$\dot{E}^+ = \dot{M}_a (\hat{h}_2^* - \hat{h}_1^* + \hat{h}_4^* - \hat{h}_3^* + \hat{h}_6^* - \hat{h}_5^*)$$

dans lequel le débit-masse d'air sec \dot{M}_a est, conformément à la définition (7.4) :

$$\dot{M}_a = \frac{\dot{M}_1}{1 + w_1^*} = 24.732 \text{ kg a/s}$$

Etant donné les relations :

$$w_1^* = w_2^* = w_3^* = w_4^*$$

$$w_5^* = w_6^*$$

6:

On a, selon (7.25) :

$$\hat{h}_2^* - \hat{h}_1^* = (c_{pa} + w_1^* c_{pv})(\hat{T}_2 - \hat{T}_1)$$

$$\hat{h}_4^* - \hat{h}_3^* = (c_{pa} + w_1^* c_{pv})(\hat{T}_4 - \hat{T}_3)$$

$$\hat{h}_6^* - \hat{h}_5^* = (c_{pa} + w_6^* c_{pv})(\hat{T}_6 - \hat{T}_5)$$

La température au point 6 est finalement :

$$\hat{T}_6 = \hat{T}_5 + \frac{\dot{E}^+}{\dot{M}_a(c_{pa} + w_6^* c_{pv})} - \frac{c_{pa} + w_1^* c_{pv}}{c_{pa} + w_6^* c_{pv}}(\hat{T}_2 - \hat{T}_1 + \hat{T}_4 - \hat{T}_3)$$

$$\hat{T}_6 = 86.83^\circ\text{C}$$

L'humidité relative est, selon la définition (7.9) et la relation approchée :

$$\varphi_6 = \frac{P_{v6}}{P_v''(\hat{T}_6)} = 0.089$$

Débit-masse de condensat

Le débit-masse de condensat est donné par le bilan d'eau dans le refroidisseur 2, compte tenu de la définition (7.4) :

$$\dot{M}_{l7} = \dot{M}_{l4} - \dot{M}_{l5} = \dot{M}_a(w_4^* - w_5^*) = 0.09164 \text{ kg e/s}$$

Évolution de la vapeur d'eau dans le diagramme T-s

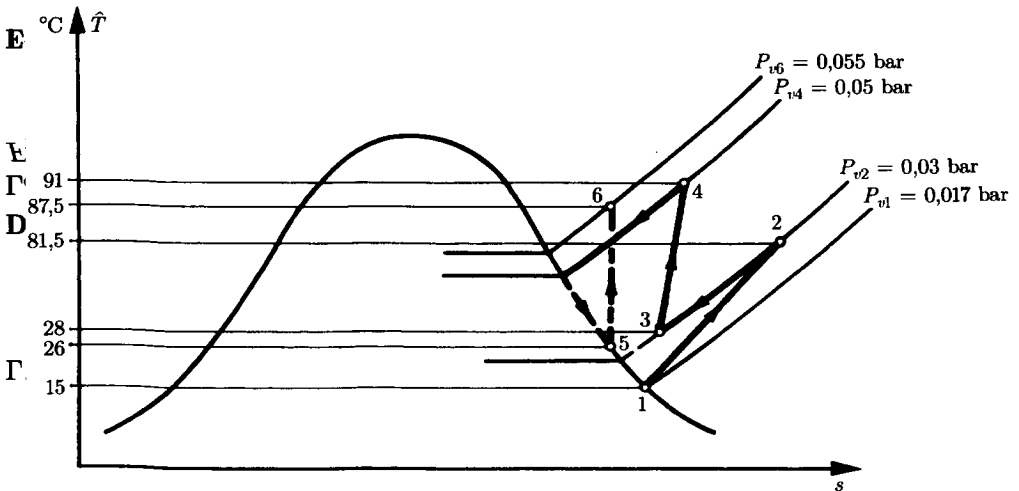


Fig. 7.6

7.F Séchage d'un produit

Description

Voici l'installation de séchage, représentée par le schéma de la figure 7.7. L'air extrait de l'atmosphère (point 1) est mélangé à de l'air recyclé (point 5), dont le

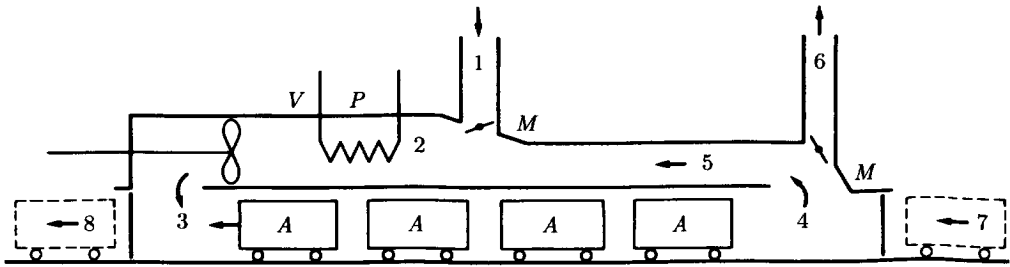


Fig. 7.7

débit-masse est réglable. Ce mélange est d'abord chauffé par le préchauffeur P , ensuite pulsé dans le tunnel T par le ventilateur V . Le taux de renouvellement de l'air est ajusté à l'aide des clapets de réglage M . Dans le tunnel, l'air s'écoule dans le sens contraire au déplacement du produit à sécher. Une partie de l'air sortant du tunnel (point 4) est recyclé (point 5), le complément étant évacué dans l'atmosphère (point 6).

Hypothèses

- La température du produit à sécher ne change pas le long du tunnel.
- La puissance-travail fournie à l'air par le ventilateur est négligeable.
- Tous les éléments de l'installation sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'écoulement de l'air se fait sans dissipation.
- Le régime est permanent.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- | | |
|---|--|
| • Température de référence : | $\hat{T}_0 = 0^\circ\text{C}$ |
| • Etat atmosphérique : | $\hat{T}_1 = 18^\circ\text{C}$ |
| | $\varphi_1 = 0.6$ |
| • Température au point 3 : | $\hat{T}_3 = 45^\circ\text{C}$ |
| • Pression du mélange : | $P_m = 1 \text{ bar}$ |
| • Débit-masse du produit à sécher : | $\dot{M} = \dot{M}_p + \dot{M}_{e7} = 2 \text{ t/h}$ |
| • Température du produit
à l'entrée du tunnel : | $\hat{T}_7 = 20^\circ\text{C}$ |
| • Taux d'humidité du produit
à l'entrée et à la sortie du tunnel : | $m_7 = \dot{M}_{e7}/\dot{M}_p = 0.4 \text{ kg e/kg}$
$m_8 = \dot{M}_{e8}/\dot{M}_p = 0.1 \text{ kg e/kg}$ |
| • Chaleur spécifique isobare de l'air : | $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$ |
| • Masse molaire de l'air : | $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$ |
| • Taux d'humidité de l'air au point 4 : | $w_4^* = 3w_1^*$ |
| • Taux de renouvellement de l'air : | $\beta = \dot{M}_1/(\dot{M}_1 + \dot{M}_5) = 0.425$ |

- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.86 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c_l = 4.19 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse molaire de l'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)
- Chaleur de vaporisation de l'eau
à la $\hat{T} = 0.01^\circ\text{C}$: $q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$

Questions

- Calculer le débit-masse de l'eau évaporée pendant le séchage.
- Calculer les taux d'humidité aux points 1 à 4.
- Calculer l'humidité relative, la température et la surenthalpie massique aux points 1 à 4.
- Représenter qualitativement l'évolution thermodynamique du mélange dans le diagramme h - w de Mollier.
- Calculer la puissance-chaleur fournie par le préchauffeur au mélange.

Solution

Débit-masse de l'eau évaporée

Le débit-masse de l'eau évaporée pendant le séchage est :

$$\dot{M}_{\text{vap}} = \dot{M}_{e7} - \dot{M}_{e8} = \dot{M}_p(m_7 - m_8) = \frac{\dot{M}}{1 + m_7}(m_7 - m_8) = 0.119 \text{ kg e/s}$$

Taux d'humidité

Point 1

La pression partielle de la vapeur au point 1 est, selon (7.9) et la relation donnée pour P_v'' :

$$P_{v1} = \varphi_1 P_v''(\hat{T}_1) = 0.01242 \text{ bar}$$

Le taux d'humidité au point 1 est, selon (7.17) et compte tenu de la cinquième hypothèse :

$$w_1^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{P_{v1}}{P_m - P_{v1}} = 0.00785 \text{ kg e/kg a}$$

Point 2

Conformément à la définition du taux de renouvellement β de l'air, nous avons :

$$\beta = \frac{\dot{M}_{a1}(1 + w_1^*)}{\dot{M}_{a1}(1 + w_1^*) + \dot{M}_{a5}(1 + w_5^*)}$$

En tenant compte du fait que $w_5^* = w_4^* = 3w_1^*$, nous en déduisons le rapport des débits-masse d'air :

$$\frac{\dot{M}_{a1}}{\dot{M}_{a5}} = \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{1 + 3w_1^*}{1 + w_1^*} = 0.751$$

Comme l'état 2 résulte du mélange des états 1 et 5, le taux d'humidité au point 2 est, selon (7.46) et avec $w_5^* = 3w_1^*$:

$$w_2^* = \frac{\dot{M}_{a1}w_1^* + \dot{M}_{a5}w_5^*}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a5}} = \frac{(\dot{M}_{a1}/\dot{M}_{a5}) + 3}{(\dot{M}_{a1}/\dot{M}_{a5}) + 1} w_1^* = 0.01682 \text{ kg e/kg a}$$

Le débit-masse de l'eau évaporée est :

$$\dot{M}_v = \dot{M}_{a2}(w_4^* - w_3^*)$$

En tenant compte du fait que $w_4^* = 3w_1^*$ et que $w_3^* = w_2^*$, nous en déduisons le débit-masse d'air au point 2 :

$$\dot{M}_{a2} = \frac{\dot{M}_v}{3w_1^* - w_2^*} = 17.68 \text{ kg a/s}$$

Point 3

Le taux d'humidité au point 3 est :

$$w_3^* = w_2^* = 0.01682 \text{ kg e/kg a}$$

Point 4

Le taux d'humidité au point 4 est :

$$w_4^* = 3w_1^* = 0.02355 \text{ kg e/kg a}$$

Humidité relative, température et surenthalpie

Point 1

Nous avons, selon les données :

$$\varphi_1 = 0.6 \quad \hat{T}_1 = 18^\circ\text{C}$$

La surenthalpie massique est, selon (7.25) :

$$\hat{h}_1^* = c_{pa}\hat{T}_1 + w_1^*(q_v + c_{pv}\hat{T}_1) = 38.008 \text{ kJ/kg a}$$

Point 3

Nous avons, selon les données :

$$\hat{T}_3 = 45^\circ\text{C}$$

La surenthalpie massique est, selon (7.25) :

$$\hat{h}_3^* = c_{pa}\hat{T}_3 + w_3^*(q_v + c_{pv}\hat{T}_3) = 88.75 \text{ kJ/kg a}$$

L'humidité relative est, selon (7.42) et la relation donnée pour P_v'' :

$$\varphi_3 = \frac{w_3^* P_m}{\left(w_3^* + \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a}\right) P_v''(\hat{T}_3)} = 0.273$$

Point 4

Le Premier Principe (équation (1.47)), appliqué au tunnel, compte tenu des hypothèses, ainsi que selon (5.159) et (7.21), donne le bilan énergétique :

$$(\dot{M}_{e7} - \dot{M}_{e8})c_l\hat{T}_7 - \dot{M}_{a3}^4\Delta\hat{h}^* = 0$$

La surenthalpie massique au point 4 est alors, avec $\dot{M}_{a3} = \dot{M}_{a2}$:

$$\hat{h}_4^* = \hat{h}_3^* + \frac{\dot{M}_{vap}c_l\hat{T}_7}{\dot{M}_{a2}} = 89.314 \text{ kJ/kg a}$$

La température au point 4 est, selon (7.25) :

$$\hat{T}_4 = \frac{\hat{h}_4^* - w_4^*q_{vap}}{c_{pa} + w_4^*c_{pv}} = 28.96^\circ\text{C}$$

L'humidité relative est, selon (7.42) et la relation donnée pour P_v'' :

$$\varphi_4 = \frac{w_4^* P_m}{\left(w_4^* + \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a}\right) P_v''(\hat{T}_4)} = 0.907$$

Point 2

Le bilan de masse d'air sec est :

$$\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a5} = \dot{M}_{a2}$$

$$\dot{M}_{a1} = \frac{\dot{M}_{a2}}{1 + (\dot{M}_{a5}/\dot{M}_{a1})} = 7.583 \text{ kg a/s}$$

La surenthalpie au point 2 est, selon (7.47) et avec $\hat{h}_5^* = \hat{h}_4^*$:

$$\hat{h}_2^* = \frac{\dot{M}_{a1} \hat{h}_1^* + \dot{M}_{a5} \hat{h}_5^*}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a5}} = \frac{\dot{M}_{a1} \hat{h}_1^* + (\dot{M}_{a2} - \dot{M}_{a1}) \hat{h}_4^*}{\dot{M}_{a2}} = 67.315 \text{ kJ/kg a}$$

La température est, selon (7.25) :

$$\hat{T}_2 = \frac{\hat{h}_2^* - w_2^* q_{\text{vap}}}{c_{pa} + w_2^* c_{pv}} = 24.34^\circ \text{C}$$

L'humidité relative est, selon (7.42) :

$$\varphi_2 = \frac{w_2^* P_m}{\left(w_2^* + \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a}\right) P_v''(\hat{T}_2)} = 0.859$$

Evolution thermodynamique du mélange dans le diagramme h - w de Mollier

Le diagramme de Mollier est donné sur la figure 7.8.

Puissance-chaleur

La puissance-chaleur fournie par le préchauffeur au mélange est, selon (7.50) :

$$\dot{Q}_P^+ = \dot{M}_{a2}(\hat{h}_3^* - \hat{h}_2^*) = 379 \text{ kW}$$

7.G Climatisation d'une piscine couverte

Description

Il s'agit d'étudier l'installation de climatisation d'une piscine couverte, représentée schématiquement dans la figure 7.9.

L'air atmosphérique (point 1) reçoit d'abord la puissance-chaleur \dot{Q}_A dans le récupérateur A. L'air ainsi préchauffé (point 2) est ensuite mélangé à l'air recyclé (point 7). Le taux de renouvellement de l'air est ajusté à l'aide du clapet de réglage B. Le mélange (point 3) reçoit la puissance-chaleur \dot{Q}_C dans le réchauffeur C avant d'être pulsé à l'aide du ventilateur D (point 4) dans le local de la piscine. L'air quittant la piscine (point 5) est en partie recyclé. L'air non recyclé donne la puissance-chaleur \dot{Q}_A dans le récupérateur A. Une partie de la vapeur d'eau qui s'y trouve se condense, et l'air est finalement évacué à l'atmosphère (point 6).

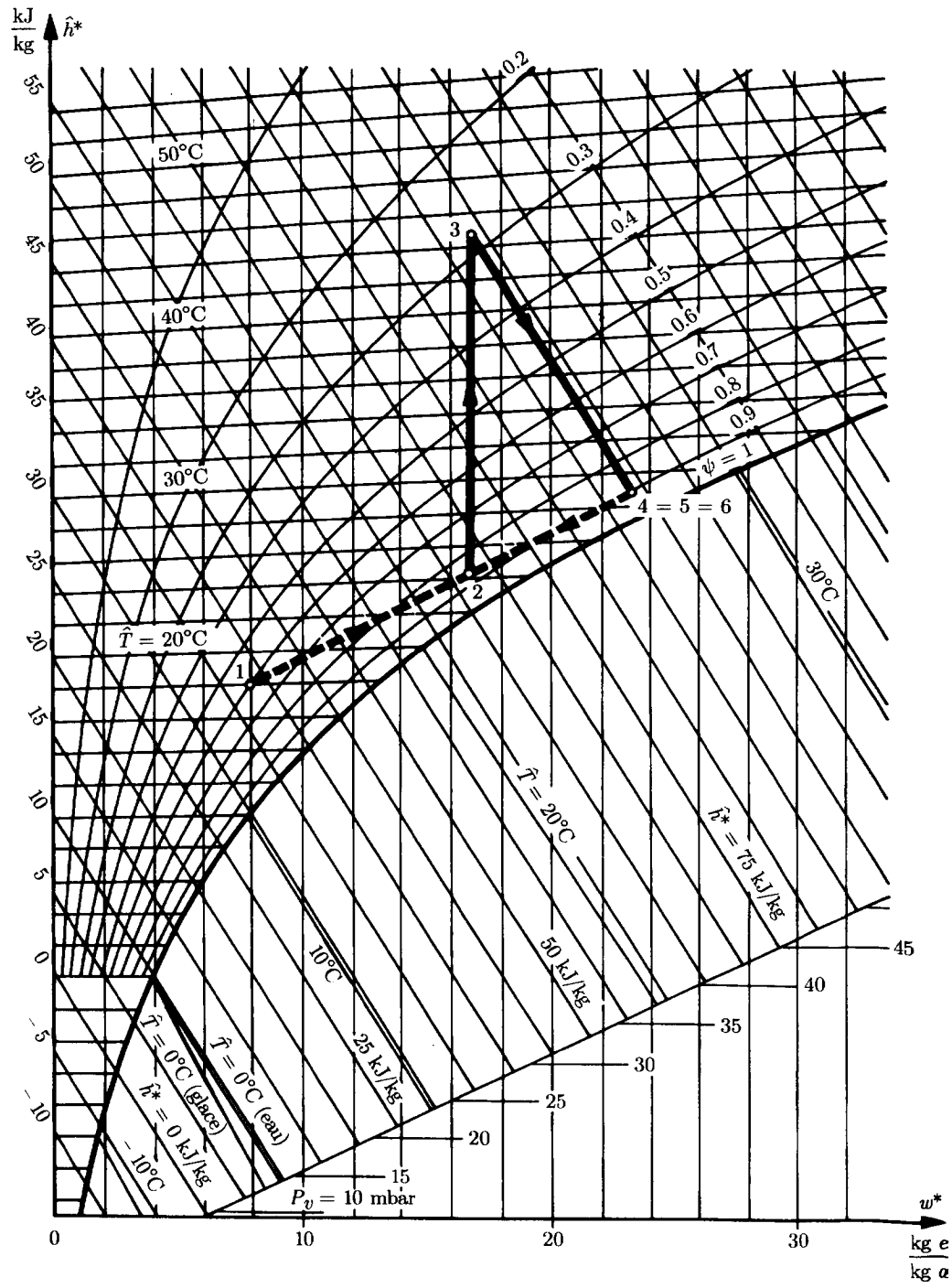


Fig. 7.8

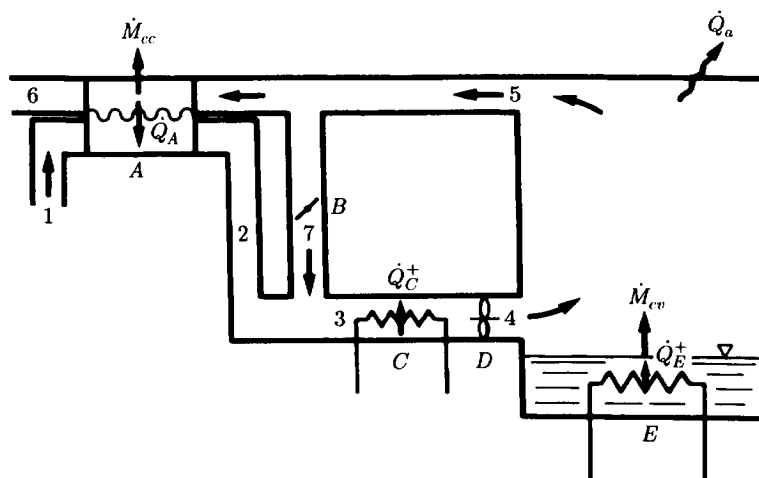


Fig. 7.9

L'eau de la piscine reçoit la puissance-chaleur \dot{Q}_E du circuit de chauffage E . L'installation doit compenser la puissance-chaleur \dot{Q}_a cédée à l'atmosphère (déperdition), ainsi que celle correspondant à l'évaporation de l'eau de la piscine.

Hypothèses

- La puissance électrique du ventilateur est négligée.
- Toutes les canalisations sont parfaitement calorifugées.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- Le régime est permanent.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Pression du mélange :
- Etats thermodynamiques de l'air :

$$P_m = 1 \text{ bar}$$

Point	\hat{T} [°C]	φ —
1	16	0.72
4	30	0.35
6	19	1

- Masse molaire de l'air sec : $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air sec : $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$
- Débit-masse d'air au point 4 : $\dot{M}_4 = 40.37 \text{ kg/s}$
- Taux de renouvellement de l'air : $\beta = \dot{M}_2 / (\dot{M}_2 + \dot{M}_7) = 0.85$
- Masse molaire de la vapeur d'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$

- Chaleur spécifique isobare
de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.86 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)
- Température de l'eau de la piscine : $\hat{T}_p = 25^\circ\text{C}$
- Surenthalpie de la vapeur d'eau saturée
à $\hat{T}_p = 25^\circ\text{C}$: $\hat{h}_v'' = 2547.3 \text{ kJ/kg}$
- Chaleur de vaporisation de l'eau
à $\hat{T}_p = 0.01^\circ\text{C}$: $q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$
- Chaleur de vaporisation de l'eau
à $\hat{T}_p = 25^\circ\text{C}$: $q'_{\text{vap}} = 2442.5 \text{ kJ/kg}$
- Puissance-chaleur cédée à l'atmosphère : $\dot{Q}_a = 120 \text{ kW}$
- Efficacité du récupérateur : $\epsilon = (T_2 - T_1)/(T_5 - T_1) = 0.8$

Questions

- Calculer le taux d'humidité de l'air au point 5.
- Calculer la puissance de chauffage de l'eau de la piscine.
- Calculer la température de l'air au point 5.
- Calculer le débit-masse d'eau condensée dans le récupérateur A.
- Calculer la puissance-chaleur transférée dans le récupérateur A.
- Calculer la puissance de chauffage du réchauffeur C.
- Représenter l'évolution thermodynamique de l'air dans le diagramme h - w de Mollier.

Solution

Calculs préliminaires

Les premier et deuxième membres des équations fondamentales (4.57), appliqués aux canalisations de l'installation, donnent, compte tenu des hypothèses :

$$0 = -v dP$$

$$dP = 0$$

$$P_m = \text{cste}$$

La pression du mélange est donc constante le long de tout le circuit.

Le bilan spatial de masse (3.47), donne, compte tenu de la cinquième hypothèse et du taux de renouvellement w , les relations :

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_2 = \beta \dot{M}_4 = 34.314 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_3 = \dot{M}_4 = 40.37 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_5 = \dot{M}_4 + \dot{M}_{ev}$$

$$\dot{M}_6 = \dot{M}_5 - \dot{M}_7 - \dot{M}_{ec}$$

$$\dot{M}_7 = (1 - \beta) \dot{M}_4 = 6.055 \text{ kg/s}$$

dans lesquelles \dot{M}_{ev} et \dot{M}_{ec} sont respectivement les débits-masse d'eau évaporée dans la piscine et condensée dans le récupérateur A.

Les pressions de saturation aux points 1, 4 et 6 sont, selon la relation approchée (5.161) :

$$P''_{v1} = P''_v(\hat{T}_1) = 0.0182 \text{ bar}$$

$$P''_{v4} = P''_v(\hat{T}_4) = 0.0426 \text{ bar}$$

$$P''_{v6} = P''_v(\hat{T}_6) = 0.022 \text{ bar}$$

Les taux d'humidité correspondants sont alors, selon (7.42) :

$$w_1^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi_1 P''_{v1}}{P_m - \varphi_1 P''_{v1}} = 0.0083 \text{ kg e/kg a}$$

$$w_4^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi_4 P''_{v4}}{P_m - \varphi_4 P''_{v4}} = 0.00944 \text{ kg e/kg a}$$

$$w_6^{**} = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi_6 P''_{v6}}{P_m - \varphi_6 P''_{v6}} = 0.01406 \text{ kg e/kg a}$$

Les débits-masse d'air sont alors :

$$\dot{M}_{a1} = \dot{M}_{a2} = \dot{M}_{a6} = \frac{\dot{M}_1}{1 + w_1^*} = 34.032 \text{ kg a/s}$$

$$\dot{M}_{a3} = \dot{M}_{a4} = \dot{M}_{a5} = \frac{\dot{M}_4}{1 + w_4^*} = 39.992 \text{ kg a/s}$$

$$\dot{M}_{a7} = \dot{M}_{a3} - \dot{M}_{a2} = 5.96 \text{ kg a/s}$$

Taux d'humidité au point 5

Le taux d'humidité de l'air au point 5, étant égal à celui au point 7, est, conformément à la définition (7.4) :

$$w_5^* = w_7^* = \frac{\dot{M}_{e7}}{\dot{M}_{a7}} = \frac{\dot{M}_7 - \dot{M}_{a7}}{\dot{M}_{a7}} = \frac{\dot{M}_7}{\dot{M}_{a7}} - 1 = 0.01597 \text{ kg e/kg a}$$

Puissance de chauffage de l'eau de la piscine

La puissance de chauffage de l'eau de la piscine est donnée par la relation :

$$\dot{Q}_E = \dot{M}_{ev} q'_{\text{vap}}$$

dans laquelle \dot{M}_{ev} désigne le débit-masse d'eau de piscine qui s'évapore.

Le débit-masse d'air au point 5 est, conformément à la définition (7.4) :

$$\dot{M}_5 = (1 + w_5^*) \dot{M}_{a5} = 40.631 \text{ kg/s}$$

Le débit-masse d'eau de piscine qui s'évapore est donc :

$$\dot{M}_{ev} = \dot{M}_5 - \dot{M}_4 = 0.261 \text{ kg e/s}$$

La puissance de chauffage de l'eau de la piscine est finalement, compte tenu des résultats qui précèdent :

$$\dot{Q}_E = 637.97 \text{ kW}$$

Température de l'air au point 5

La température de l'air au point 5 est, selon (7.25) :

$$\hat{T}_5 = \frac{\hat{h}_5^* - w_5^* q_{\text{vap}}}{c_{pa} + w_5^* c_{pv}}$$

Le Premier Principe (1.47), appliqué au local de la piscine, donne, compte tenu des hypothèses, le bilan énergétique :

$$\dot{M}_4 h_4 + \dot{M}_{ev} h_v'' - \dot{M}_5 h_5 - \dot{Q}_a^- = 0$$

En introduisant les débits-masse d'air sec et les surenthalpies, nous obtenons :

$$\dot{M}_{a4} \hat{h}_4^* + \dot{M}_{ev} \hat{h}_v'' - \dot{M}_{a5} \hat{h}_5^* - \dot{Q}_a^- = 0$$

La surenthalpie de l'air au point 4 est, selon (7.25) :

$$\hat{h}_4^* = c_{pa} \hat{T}_4 + w_4^* (q_{\text{vap}} + c_{pv} \hat{T}_4) = 54.32 \text{ kJ/kg a}$$

La surenthalpie de l'air au point 5 est alors :

$$\hat{h}_5^* = \frac{\dot{M}_{a4} \hat{h}_4^* + \dot{M}_{ev} \hat{h}_v'' - \dot{Q}_a^-}{\dot{M}_{a5}} = 67.96 \text{ kJ/kg a}$$

La température de l'air au point 5 est finalement, compte tenu des résultats précédents :

$$\hat{T}_5 = 27.04^\circ\text{C}$$

Débit-masse d'eau condensée

Le débit-masse d'air au point 6 est, conformément à la définition (7.4) :

$$\dot{M}_6 = (1 + w_6'') \dot{M}_{a6} = 34.511 \text{ kg/s}$$

Le débit-masse d'eau condensée dans le récupérateur A est finalement :

$$\dot{M}_{ec} = \dot{M}_5 - \dot{M}_6 - \dot{M}_7 = 0.065 \text{ kg e/s}$$

Puissance-chaleur transférée dans le récupérateur

Le Premier Principe (1.47), appliqué à la conduite 1-2, donne, compte tenu des hypothèses, la puissance-chaleur transférée dans le récupérateur A :

$$\dot{Q}_A = \dot{M}_1 (h_2 - h_1)$$

En introduisant les débits-masse d'air sec et les surenthalpies, nous obtenons, selon (7.25) et avec $w_2^* = w_1^*$:

$$\dot{Q}_A = \dot{M}_{a1} (\hat{h}_2^* - \hat{h}_1^*) = \dot{M}_{a1} (c_{pa} + c_{pv} w_1^*) (T_2 - T_1)$$

La température de l'air au point 2 est, conformément à la définition de l'efficacité du récupérateur :

$$\hat{T}_2 = \hat{T}_1 + \epsilon (\hat{T}_5 - \hat{T}_1) = 24.83^\circ\text{C}$$

La puissance-chaleur transmise dans le récupérateur A est finalement :

$$\dot{Q}_A = 306.99 \text{ kW}$$

Puissance de chauffage du réchauffeur

Le Premier Principe (1.47), appliqué à la conduite 3-4, donne, compte tenu des hypothèses, la puissance de chauffage du réchauffeur C :

$$\dot{Q}_C^+ = \dot{M}_4(h_4 - h_3) = \dot{M}_{a4}(\hat{h}_4^* - \hat{h}_3^*)$$

La surenthalpie de l'air au point 3 est, compte tenu des deuxième et cinquième hypothèses, donnée par la relation (7.47) :

$$\hat{h}_3^* = \frac{\dot{M}_{a2}\hat{h}_2^* + \dot{M}_{a7}\hat{h}_7^*}{\dot{M}_{a2} + \dot{M}_{a7}}$$

La surenthalpie de l'air au point 2 est, selon (7.25) et avec $w_2^* = w_1^*$:

$$\hat{h}_2^* = c_{pa}\hat{T}_2 + w_1^*(q_{vap} + c_{pv}\hat{T}_2) = 46.13 \text{ kJ/kg a}$$

La surenthalpie de l'air au point 7 est, en vertu du Premier Principe (1.47) appliqué à la conduite 5-7 et compte tenu des hypothèses :

$$\hat{h}_7^* = \hat{h}_5^* = 67.96 \text{ kJ/kg a}$$

La surenthalpie de l'air au point 3 est donc finalement :

$$\hat{h}_3^* = 49.37 \text{ kJ/kg a}$$

La puissance de chauffage du réchauffeur C est finalement, compte tenu des résultats qui précèdent :

$$\dot{Q}_C^+ = 197.95 \text{ kW}$$

Evolution thermodynamique de l'air dans le diagramme h - w de Mollier

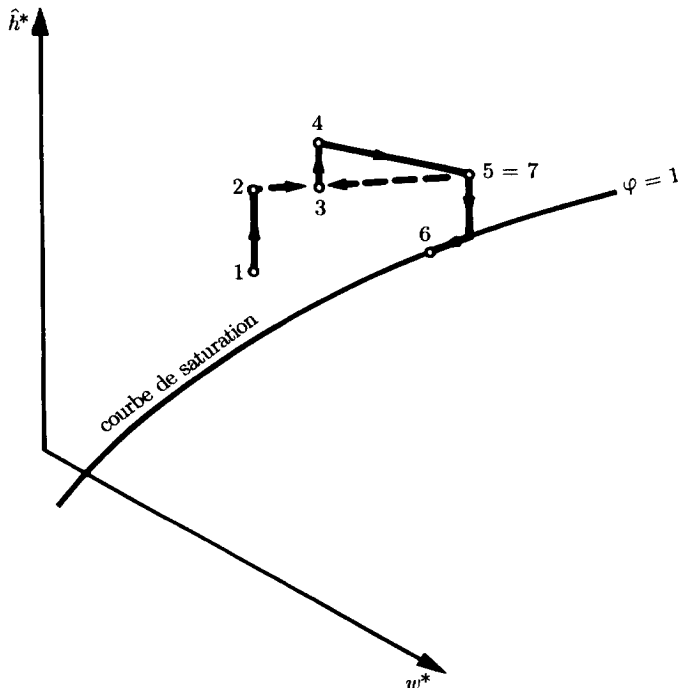


Fig. 7.10

7.H Climatisation d'un bureau en été

Description

Soit une installation de climatisation du type à recyclage, utilisée pour la climatisation d'un bureau en été (fig. 7.11). En régime d'été, le préchauffeur P et l'humificateur H ne sont pas utilisés.

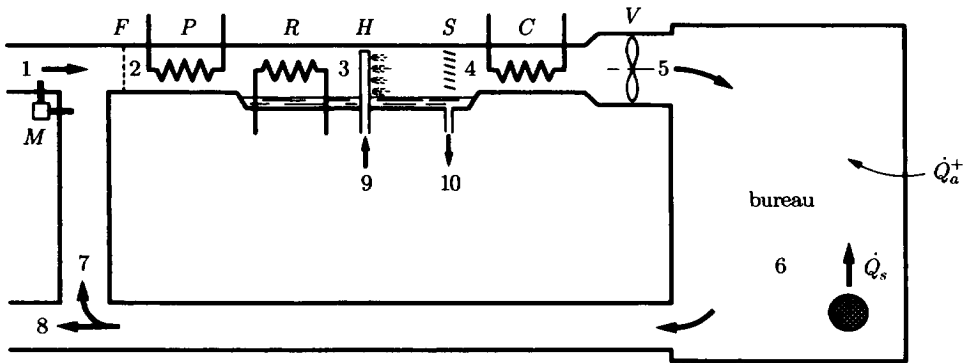


Fig. 7.11

L'air de l'atmosphère (point 1) est mélangé à l'air de recyclage (point 7). Le mélange (point 2) passe préalablement à travers le filtre à poussière F , puis à travers le refroidisseur R où une fraction de vapeur d'eau est condensée et évacuée (point 10). Le mélange (point 3) est ensuite chauffé à l'aide du post-chauffeur C et enfin pulsé (point 5) dans le bureau par le ventilateur V .

L'air du bureau (point 6) est en partie recyclé (point 7), le complément étant évacué dans l'atmosphère (point 8). Le taux de recyclage de l'air est ajusté à l'aide des clapets de réglage M .

L'installation doit compenser la puissance-chaleur \dot{Q}_s provenant des diverses sources thermiques situées dans le bureau (personnes, appareils, éclairage, etc.) ainsi que la puissance-chaleur \dot{Q}_a correspondant aux charges externes (transfert à travers les parois du bureau, rayonnement solaire entrant par les fenêtres, etc.). Elle a pour but de maintenir l'atmosphère du bureau dans l'état thermodynamique caractérisé par la température \hat{T}_6 et l'humidité relative φ_6 .

Hypothèses

- Les sources et les puits d'eau dans le bureau sont négligés.
- La puissance-travail fournie au fluide par le ventilateur V est négligeable.
- Toutes les canalisations sont parfaitement calorifugées.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'écoulement se fait sans dissipation.
- Le régime est permanent.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Pression du mélange :
- Etats thermodynamiques :

$$P_m = 1 \text{ bar}$$

Point	\hat{T} [°C]	φ —
1	30	0.5
4	—	1
6	22	0.6

- Débit-masse d'air pulsé : $\dot{M}_5 = 1.2 \text{ kg/s}$
- Taux de renouvellement de l'air : $\alpha = \dot{M}_7 / (\dot{M}_7 + \dot{M}_1) = 0.8$
- Puissance-chaleur totale à évacuer : $\dot{Q}^+ = \dot{Q}_a^+ + \dot{Q}_s = 5 \text{ kW}$
- Masse molaire de l'air sec : $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$
- Masse molaire de l'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.860 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c_l = 4.20 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur de vaporisation de l'eau à $\hat{T} = 0.01^\circ\text{C}$: $q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)

Questions

- Calculer l'humidité relative, le taux d'humidité et la pression partielle de la vapeur aux points 1, 6 et 5.
- Calculer les débits-masse d'air pur et d'eau pure en chaque point de l'installation.
- Calculer l'humidité relative, le taux d'humidité, la pression partielle de la vapeur et la température aux points 2 et 4.
- Représenter l'évolution thermodynamique du mélange dans le diagramme h - w de Mollier.
- Calculer les puissances-chaleur de refroidissement et de postchauffage.

Solution**Etat thermodynamique aux points 1, 6 et 5**

Point 1 $\varphi_1 = 0.5$ (donnée)

La pression de saturation est, selon la relation (5.161) :

$$P''_{v1} = P''_v(\hat{T}_1) = 0.04255 \text{ bar}$$

La pression partielle de la vapeur est, selon (7.9) :

$$P_{v1} = \varphi_1 P''_{v1} = 0.02128 \text{ bar}$$

Le taux d'humidité est, selon (7.17) :

$$w_1^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{P_{v1}}{P_m - P_{v1}} = 0.01357 \text{ kg e/kg a}$$

Point 6 $\varphi_6 = 0.6$ (donnée)

La pression de saturation est, selon la relation (5.161) :

$$P_{v6} = P''_v(\hat{T}_6) = 0.0265 \text{ bar}$$

35

La pression partielle de la vapeur est, selon (7.9) :

$$P_{v6} = \varphi_6 P''_{v6} = 0.0159 \text{ bar}$$

Le taux d'humidité est, selon (7.17) :

$$w_6^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{P_{v6}}{P_m - P_{v6}} = 0.01009 \text{ kg e/kg a}$$

Point 5

Le taux d'humidité dans le bureau, compte tenu de la première hypothèse ne change pas. Nous avons donc :

$$w_5^* = w_6^* = 0.01009 \text{ kg e/kg a}$$

La pression partielle de la vapeur, selon (7.40), reste également inchangée :

$$P_{v5} = P_{v6} = 0.0159 \text{ bar}$$

Le Premier Principe (1.47), appliqué au bureau, donne, compte tenu des quatrième et sixième hypothèses :

$$\dot{Q}^+ + \dot{M}_5 h_5 - \dot{M}_6 h_6 = \dot{Q}^+ + \dot{M}_5 (h_5 - h_6) = 0$$

En rapportant les enthalpies massiques à un kg d'air et aux états de référence de l'air et de l'eau, la relation précédente devient :

$$\dot{Q}^+ + \dot{M}_{a5} (\hat{h}_5^* - \hat{h}_6^*) = 0$$

66

En tenant compte des relations (7.4) et (7.25), nous avons :

$$\dot{Q}^+ + \frac{\dot{M}_4}{1 + w_5^*} (c_{pa} + w_5^* c_{pv}) (\hat{T}_5 - \hat{T}_6) = 0$$

19-

La température de l'air pulsé dans le bureau est donc finalement :

$$\hat{T}_5 = \hat{T}_6 - \frac{1 + w_5^*}{c_{pa} + w_5^* c_{pv}} \frac{\dot{Q}^+}{\dot{M}_5} = 17.98^\circ \text{C}$$

La pression de saturation est, selon la relation donnée pour P''_v :

$$P''_{v5} = P''_v(\hat{T}_5) = 0.02054 \text{ bar}$$

36'

L'humidité relative est, selon (7.9) :

$$\varphi_5 = \frac{P_{v5}}{P''_{v5}} = 0.770$$

Débits-masse d'air pur et d'eau pure

Point 1 et 7

Le bilan spatial de masse (relation (3.47)) pour l'air pur donne, compte tenu de la sixième hypothèse :

$$\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a7} = \dot{M}_{a2} = \dot{M}_{a3} = \dot{M}_{a4} = \dot{M}_{a5} = \dot{M}_{a6}$$

Les première et quatrième membres de la relation ci-dessus donnent, compte tenu de (7.4) :

$$\frac{1}{1+w_1^*}\dot{M}_1 + \frac{1}{1+w_7^*}\dot{M}_7 = \frac{1}{1+w_5^*}\dot{M}_5$$

En faisant apparaître le taux de recyclage en tenant compte du fait que $w_6^* = w_5^*$, nous avons finalement :

$$\dot{M}_1 = \frac{\dot{M}_5}{(1+w_5^*)/(1+w_1^*) + (\alpha/(1-\alpha))} = 0.24017 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_7 = \frac{\dot{M}_5}{(1+w_5^*)/(1+w_1^*) \cdot ((1-\alpha)/\alpha) + 1} = 0.96066 \text{ kg/s}$$

Les débits-masse d'air et d'eau purs sont, selon (7.4) :

$$\dot{M}_{a1} = \frac{1}{1+w_1^*}\dot{M}_1 = 0.23695 \text{ kg a/s}$$

$$\dot{M}_{e1} = \frac{w_1^*}{1+w_1^*}\dot{M}_1 = 0.00322 \text{ kg e/s}$$

$$\dot{M}_{a7} = \frac{1}{1+w_5^*}\dot{M}_7 = 0.95106 \text{ kg a/s}$$

$$\dot{M}_{e7} = \frac{w_5^*}{1+w_5^*}\dot{M}_7 = 0.0096 \text{ kg e/s}$$

Point 2

Le bilan spatial de masse donne :

$$\dot{M}_2 = \dot{M}_1 + \dot{M}_7 = 1.20083 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_{a2} = \dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a7} = 1.18801 \text{ kg a/s}$$

$$\dot{M}_{e2} = \dot{M}_{e1} + \dot{M}_{e7} = 0.01281 \text{ kg e/s}$$

Point 8

Le bilan spatial de masse donne :

$$\dot{M}_8 = \dot{M}_5 - \dot{M}_7 = 0.23934 \text{ kg/s}$$

Les débits-masse d'air et d'eau purs sont, selon (7.4) et avec $w_8^* = w_5^*$:

$$\dot{M}_{a8} = \frac{1}{1+w_5^*}\dot{M}_8 = 0.23695 \text{ kg a/s}$$

$$\dot{M}_{e8} = \frac{w_5^*}{1+w_5^*}\dot{M}_8 = 0.00239 \text{ kg e/s}$$

Point 10

Le débit-masse d'eau pure, condensée lors du refroidissement, est donné par un bilan spatial de masse, global :

$$\dot{M}_{10} = \dot{M}_1 - \dot{M}_8 = 0.00083 \text{ kg e/s}$$

Point 4, 5 et 6

Le bilan spatial de masse donne, compte tenu des première et sixième hypothèses :

$$\dot{M}_4 = \dot{M}_5 = \dot{M}_6 = \dot{M}_2 - \dot{M}_{10} = 1.2 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_{a4} = \dot{M}_{a5} = \dot{M}_{a6} = \dot{M}_{a2} = 1.188 \text{ kg a/s}$$

$$\dot{M}_{e4} = \dot{M}_{e5} = \dot{M}_{e6} = \dot{M}_{e2} - \dot{M}_{10} = 0.012 \text{ kg e/s}$$

Etat thermodynamique aux points 2 et 4**Point 2**

Le taux d'humidité est donné par (7.4) :

$$w_2^* = \frac{\dot{M}_{e2}}{\dot{M}_{a2}} = 0.01078 \text{ kg e/kg a}$$

La pression partielle de la vapeur est donnée par (7.40) :

$$P_{v2} = \frac{w_2^*}{w_2^* + \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a}} P_m = 0.01698 \text{ bar}$$

La surenthalpie est donnée par (7.47) :

$$\hat{h}_2^* = \frac{\dot{M}_{a1}\hat{h}_1^* + \dot{M}_{a7}\hat{h}_7^*}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a7}} = \frac{\dot{M}_{a1}\hat{h}_1^* + \dot{M}_{a7}\hat{h}_7^*}{\dot{M}_{a2}}$$

En faisant apparaître les températures à l'aide de (7.25) et en prenant :

$$\ell_1 = q_{\text{vap}} + c_{pv}\hat{T}_1 \quad \ell_7 = q_{\text{vap}} + c_{pv}\hat{T}_7$$

nous obtenons la température au point 2 :

$$\begin{aligned} \hat{T}_2 &= \frac{\dot{M}_{a1}(c_{pa}\hat{T}_1 + w_1^*(\ell_1)) + \dot{M}_{a7}(c_{pa}\hat{T}_7 + w_7^*(\ell_7)) - \dot{M}_{a2}w_2^*q_{\text{vap}}}{\dot{M}_{a2}(c_{pa} + w_2^*c_{pv})} \\ &= 23.6^\circ\text{C} \end{aligned}$$

La pression de saturation est, selon la relation (5.161) :

$$P_{v2}'' = P_v''(\hat{T}_2) = 0.02921 \text{ bar}$$

L'humidité relative est, selon (7.9) :

$$\varphi_2 = \frac{P_{v2}}{P_{v2}''} = 0.582$$

Point 4

Le taux d'humidité ne variant pas entre les points 4 et 5, nous avons :

$$w_4^* = w_5^* = 0.01009 \text{ kg e/kg a}$$

La pression partielle de la vapeur est donnée par (7.40) :

$$P_{v4} = \frac{w_4^*}{w_4^* + \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a}} P_m = 0.0159 \text{ bar}$$

Le mélange étant saturé ($\varphi_4 = 1.0$), nous avons, selon (7.9) :

$$P_{v4}'' = P_{v4} = 0.0159 \text{ bar}$$

La température est, selon la relation donnée pour P_v'' :

$$\hat{T}_4 = \hat{T}(P_{v4}'') = 13.9^\circ\text{C}$$

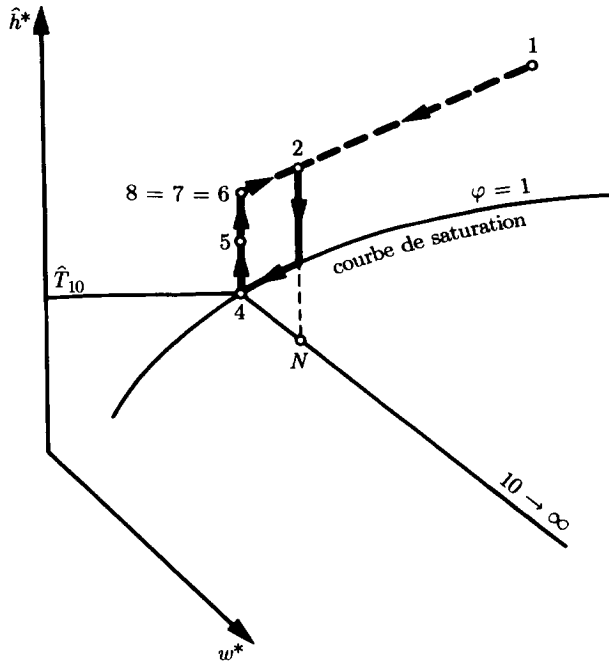
Diagramme h - w de Mollier

Fig. 7.12

Puissances-chaleur

Refroidisseur

Le Premier Principe (1.47), appliqué au refroidisseur R , donne, compte tenu des quatrième et sixième hypothèses, le bilan énergétique :

$$\begin{aligned}\dot{Q}_R^- &= \dot{M}_2 h_2 - (\dot{M}_4 h_4 + \dot{M}_{10} h_{10}) = \dot{M}_2 (h_2 - h_n) \\ &= \dot{M}_{a2} (\hat{h}_2^* - \hat{h}_n^*)\end{aligned}$$

L'enthalpie h_n est celle du mélange après refroidissement (point N dans la figure 7.12).

La surenthalpie du mélange au point 2 est, selon (7.25) :

$$\hat{h}_2^* = c_{pa} \hat{T}_2 + w_2^* (q_{vap} + c_{pv} \hat{T}_2) = 51.198 \text{ kJ/kg a}$$

La surenthalpie du mélange au point N est, selon (7.26) et (7.27) :

$$\hat{h}_n^* = c_{pa} \hat{T}_4 + w_4^* (q_{vap} + c_{pv} \hat{T}_4) + (w_2^* - w_4^*) c_l \hat{T}_4 = 39.526 \text{ kJ/kg a}$$

Nous obtenons finalement la puissance-chaleur de refroidissement :

$$\dot{Q}_R^- = 14 \text{ kW}$$

Postchauffeur

Le Premier Principe (1.47), appliqué au postchauffeur C et au ventilateur V , donne, compte tenu des deuxième, quatrième et sixième hypothèses, le bilan énergétique :

$$\dot{Q}_C^+ = \dot{M}_5 h_5 - \dot{M}_4 h_4 = \dot{M}_4 (h_5 - h_4)$$

$$\dot{Q}_C^+ = \dot{M}_{a4} (\hat{h}_5^* - \hat{h}_4^*)$$

Les surenthalpies sont, selon (7.25) :

$$\hat{h}_4^* = c_{pa} \hat{T}_4 + w_4^* (q_{vap} + c_{pv} \hat{T}_4) = 39.486 \text{ kJ/kg a}$$

$$\hat{h}_5^* = c_{pa} \hat{T}_5 + w_5^* (q_{vap} + c_{pv} \hat{T}_5) = 43.577 \text{ kJ/kg a}$$

Nous obtenons finalement la puissance-chaleur de postchauffage :

$$\dot{Q}_C^+ = 4.86 \text{ kW}$$

7.1 Etat de l'air dans une pièce

Description

A l'aide d'un psychromètre à aspiration d'Assmann on veut déterminer l'humidité relative et le point de rosée de l'air d'une pièce donnée.

Hypothèses

- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.
- Le régime est permanent.

Données

- | | |
|---|--|
| • Pression du mélange : | $P_m = 1 \text{ bar}$ |
| • Température du mélange (bulbe sec) : | $\hat{T} = 20^\circ \text{C}$ |
| • Température du bulbe humide : | $\hat{T}_h = 14^\circ \text{C}$ |
| • Masse molaire de l'air sec : | $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$ |
| • Chaleur spécifique isobare de l'air : | $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$ |
| • Masse molaire de la vapeur d'eau : | $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$ |
| • Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : | $c_{pv} = 1.860 \text{ kJ/(K kg)}$ |
| • Chaleur spécifique de l'eau liquide : | $c_l = 4.20 \text{ kJ/(K kg)}$ |
| • Chaleur de vaporisation de l'eau | |
| à $\hat{T} = 0.01^\circ \text{C}$: | $q_{vap} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$ |
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)

Questions

- Déterminer le taux d'humidité et l'humidité relative de l'air de la pièce.
- Déterminer le point de rosée de l'air de la pièce.

Solution

Sachant que le point correspondant à l'état de l'air se trouve à l'intersection de l'isotherme correspondant au bulbe sec et de l'isotherme correspondant au bulbe humide, il convient de poser l'équation de ces deux droites.

Equation de l'isotherme (bulbe sec)

$$\hat{h}^* = c_{pa}\hat{T} + w^*(q_{vap} + c_{pv}\hat{T})$$

Equation de la prolongation de l'isotherme (bulbe humide)

Compte tenu de l'équation (7.27) :

$$\hat{h}^* = \hat{h}_h^{*''} + (w^* - w^{*''})c_l\hat{T}_h$$

Il convient tout d'abord de déterminer le point $(w_h^{*''}, \hat{h}_h^*)$.

A l'aide de l'équation (5.161), nous avons :

$$P_v''(T_h) = 0.01601 \text{ bar}$$

De l'équation (7.18) nous obtenons :

$$w_h^{*''} = 0.01016 \text{ kg e/kg a}$$

Et finalement, selon (7.26) :

$$\hat{h}_h^{*''} = 39.7571 \text{ kJ/kg a}$$

En combinant l'équation des deux isothermes (bulbe sec et bulbe humide), nous obtenons le taux d'humidité de la pièce :

$$w^* = \frac{\hat{h}_h^{*''} - c_l\hat{T}_h w^{*''} - c_{pa}\hat{T}}{q_{vap} + c_{pv}\hat{T} - c_l\hat{T}_h} = 0.00768 \text{ kg e/kg a}$$

La pression partielle de vapeur de la pièce est, selon (7.17) :

$$P_v = 0.01214 \text{ bar}$$

La pression partielle de vapeur de saturation est donnée par (5.161) :

$$P_v''(\hat{T}) = 0.02343 \text{ bar}$$

A partir de (7.9) on peut en déduire l'humidité relative de la pièce :

$$\varphi = 0.5182$$

Le point de rosée de l'air de la pièce peut être tiré de (5.161), sachant qu'au point de rosée la pression partielle de vapeur de saturation doit correspondre à la pression de vapeur de l'air :

$$\hat{T}_{rosée} = 9.83^\circ\text{C}$$

7.J Caractéristiques de l'air atmosphérique

Description

Il s'agit d'étudier l'influence de l'altitude sur les caractéristiques de l'air atmosphérique.

Hypothèses

- La température et le taux d'humidité ne varient pas avec l'altitude.
- l'air atmosphérique est un mélange d'air sec et de vapeur d'eau.
- l'air sec et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Etat atmosphérique au sol : $P_{m0} = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_0 = 20^\circ\text{C}$
 $\varphi_0 = 0.4$
- Loi de variation de la pression atmosphérique en fonction de l'altitude (voir exercice 5N) : $P_m = P_{m0} (1 - (0.0065/T_0)Z)^{g/1.8733}$
- Masse molaire de l'air sec : $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Masse molaire de la vapeur d'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Calculer le taux d'humidité w^* de l'air atmosphérique.
- Calculer la masse molaire \tilde{m} de l'air atmosphérique.
- Calculer la pression atmosphérique P_{m1} à l'altitude $Z = 2500 \text{ m}$.
- Calculer l'humidité relative w_1^* à la même altitude.

Réponses

- $w^* = 0.006 \text{ kg e/kg a}$
- $\tilde{m} = 28.747 \text{ kg/kmol}$
- $P_{m1} = 0.7418 \text{ bar}$
- $\varphi_1 = 0.30 = 30 \%$

7.K Refroidissement de l'air par humidification

Description

Dans les climats désertiques, l'air ambiant est souvent chaud et très sec. Il est possible de refroidir cet air en le faisant passer à travers un simple humidificateur (fig. 7.13).

L'eau pulvérisée n'est qu'en partie vaporisée. La fraction d'eau non vaporisée est recueillie dans un bac situé à la base du système.

Hypothèses

- La pression du mélange est constante.
- La température de l'eau recueillie dans le bac est égale à celle qu'elle avait avant l'injection.
- L'humidificateur est parfaitement calorifugé.
- Le régime est permanent.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

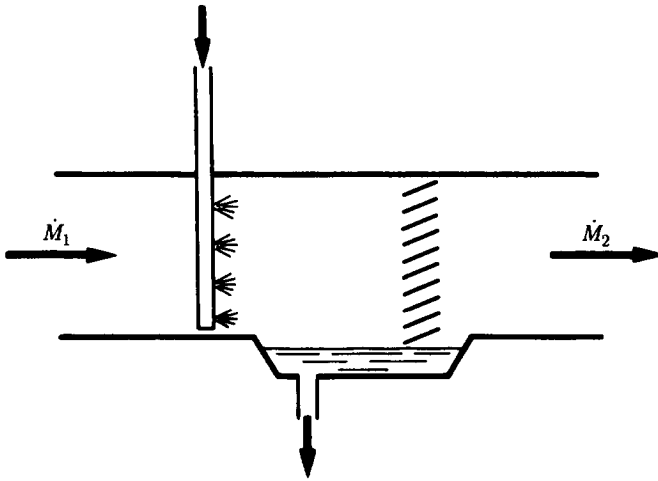


Fig. 7.13

Données

- Pression du mélange : $P_m = 1 \text{ bar}$
- Etat thermodynamique de l'air à l'entrée : $\hat{T}_1 = 35^\circ\text{C}$ $\varphi_1 = 0.1$
- Température de l'air à la sortie : $\hat{T}_2 = 20^\circ\text{C}$
- Masse molaire de l'air sec : $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air sec : $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$
- Température de l'eau à l'entrée : $\hat{T}_l = 30^\circ\text{C}$
- Masse molaire de la vapeur d'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c_l = 4.19 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.86 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur de vaporisation de l'eau à l'état de référence $P_t = 0.006 \text{ bar}$; $\hat{T}_t = 0.01^\circ\text{C}$: $q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)

Questions

- Calculer le taux d'humidité w^* et la surenthalpie \hat{h}_1^* de l'air à l'entrée de l'humidificateur.
- Calculer la quantité d'eau M_e vaporisée par kg d'air M_{a1} passant à travers l'humidificateur. Calculer le taux d'humidité w_2^* , et l'humidité relative φ_1 et la surenthalpie \hat{h}_2^* de l'air à la sortie de l'humidificateur.
- Quelle est la température minimale \hat{T}_2 atteignable par ce procédé ?

Réponses

- $w_1^* = 0.00354 \text{ kg e/kg a}$ $\hat{h}_1^* = 44.3 \text{ kJ/kg a}$
- $M_e/M_{a1} = 0.0063 \text{ kg e/kg a}$
 $w_2^* = 0.00984 \text{ kg e/kg a}$ $\varphi_2 = 0.662$ $\hat{h}_2^* = 45.09 \text{ kJ/kg a}$
- $\hat{T}_2 = 16^\circ\text{C}$ (mélange saturé en eau)

7.L Chambre froide

Description

Considérons une chambre froide destinée au stockage de viande congelée. L'air se trouve dans la chambre à l'état de mélange saturé. A cause des défauts d'étanchéité et des manipulations de service, une certaine quantité d'air atmosphérique pénètre dans la chambre et, corrélativement, la même quantité d'air de la chambre fuit à l'extérieur.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime peut être considéré comme permanent pour une période assez longue.
- L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Etat atmosphérique :

$$P_a = 1 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$$

$$\varphi_a = 20^\circ\text{C}$$
- Etat thermodynamique de l'air dans la chambre :

$$P_c = 1 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_c = -30^\circ\text{C}$$

$$\varphi_c = 1$$
- Débit-masse de l'air atmosphérique entrant dans la chambre :

$$\dot{M} = 0.265 \text{ kg/s}$$
- Chaleur spécifique isobare de l'air :

$$c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$$
- Masse molaire de l'air :

$$\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$$
- Chaleur spécifique de la vapeur d'eau :

$$c_{pv} = 1.86 \text{ kJ/(K kg)}$$
- Chaleur spécifique de la glace :

$$c_s = 2.00 \text{ kJ/(K kg)}$$
- Masse molaire de l'eau :

$$\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)
- Relation approchée pour la loi de sublimation de l'eau, valable entre -40 et 0°C :

$$\ln(P''_v/0.351842) = 18.42 - 6143.89/T$$
 avec P''_v en bar et T en K.
- Chaleur de vaporisation de l'eau à $\hat{T} = 0.01^\circ\text{C}$

$$q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$$
- Chaleur de fusion de l'eau à $\hat{T} = 0.01^\circ\text{C}$

$$q_{\text{fus}} = 333.75 \text{ kJ/kg}$$

Question

- Calculer la puissance-chaleur supplémentaire \dot{Q}_f qu'il faut extraire de l'air de la chambre froide pour compenser l'effet des fuites d'air.

Réponse

- $\dot{Q}_f = 17.64 \text{ kW}$

7.M Climatisation d'un bureau en hiver

Description

Soit une installation de climatisation du type à recyclage, utilisée pour la climatisation d'un bureau en hiver (fig. 7.22 et description § 7.9.1). En régime d'hiver, le refroidisseur R n'est pas utilisé.

Données

- Pression du mélange : $P_m = 1 \text{ bar}$
- Etats thermodynamiques :

Point	\hat{T} [°C]	φ —
1	4	0.8
4	—	1.0
5	22	0.6
6	18	—
9	88	—

- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_a = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(K kg)}$
- Taux de renouvellement de l'air $\beta = \dot{M}_1/(\dot{M}_1 + \dot{M}_7) = 0.2$
- Puissance-chaleur transférée à l'atmosphère : $\dot{Q}_a^- = 16 \text{ kW}$
- Masse molaire de l'eau : $\tilde{m}_v = 18.015 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c_e = 4.20 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur spécifique isobare de la vapeur d'eau : $c_{pv} = 1.860 \text{ kJ/(K kg)}$
- Rapport de débits-masse d'eau dans l'humidificateur : $m = \dot{M}_{10}/\dot{M}_9 = 0.2$
- Chaleur de vaporisation de l'eau à $\hat{T} = 0.01^\circ\text{C}$: $q_{\text{vap}} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau (5.161)
- Puissance-chaleur dégagée par les sources thermiques internes : $\dot{Q}_s = 4 \text{ kW}$

Questions

- Calculer l'humidité relative φ , le taux d'humidité w^* et la pression partielle P_v de la vapeur aux points 1, 5 et 6.
- Calculer les débits-masse \dot{M}_A d'air pur et \dot{M}_e d'eau pure aux points 1, 5, 7, 8, 9 et 10.
- Calculer l'humidité relative φ , le taux d'humidité w^* , la pression partielle P_v de la vapeur et la température \hat{T} aux points 2, 3 et 4.
- Calculer les puissances-chaleur \dot{Q}_P^+ de préchauffage et \dot{Q}_C^+ de postchauffage.

Réponses

- | Point | φ
— | w^*
[kg e/kg a] | P_v
[bar] |
|-------|----------------|----------------------|----------------|
| 1 | 0.8 | 0.00408 | 0.00650 |
| 5 | 0.6 | 0.01009 | 0.01590 |
| 6 | 0.769 | 0.01009 | 0.01590 |

- | Point | \dot{M}_e
[kg e/s] | \dot{M}_A
[kg a/s] |
|-------|-------------------------|-------------------------|
| 1 | 0.00240 | 0.58830 |
| 5 | 0.02954 | 2.92749 |
| 7 | 0.02360 | 2.33920 |
| 8 | 0.00594 | 0.58830 |
| 9 | 0.00442 | — |
| 10 | 0.00088 | — |

- | Point | φ
— | w^*
[kg e/kg a] | P_v
[bar] | \hat{T}
[°C] |
|-------|----------------|----------------------|----------------|-------------------|
| 2 | 0.810 | 0.00888 | 0.01403 | 15.21 |
| 3 | 0.729 | 0.00888 | 0.01403 | 16.85 |
| 4 | 1.0 | 0.01009 | 0.01590 | 13.9 |

- $\dot{Q}_P^+ = 4.88 \text{ kW} \quad \dot{Q}_C^+ = 24.3 \text{ kW}$

Transformations et diagrammes thermodynamiques

8.A Détente adiabate d'un gaz semi-parfait

Description

Une masse d'air M est détendue d'un état initial 1 à un état final 2 dans le système moteur représenté par la figure 8.1.

Hypothèses

- Le cylindre est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La transformation s'effectue sans dissipation.
- La chaleur spécifique isobare de l'air est donnée par un polynôme du type :

$$c_p = \sum_{i=1}^5 a_i T^{i-1}$$

où a_i sont des constantes.

- L'air est assimilable à un gaz semi-parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial : $V_1 = 0.25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
 $P_1 = 100 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 500^\circ \text{C}$
- Volume final : $V_2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Constantes du polynôme de la chaleur spécifique : c_p en $\text{kJ}/(\text{K kg})$
 T en K

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1 057.69	$-462.92 \cdot 10^{-3}$	$1\,182.59 \cdot 10^{-6}$	$-835.11 \cdot 10^{-9}$	$198.8 \cdot 10^{-12}$

Questions

- Calculer la masse d'air.
- Déterminer l'état thermodynamique final (P_2, T_2).
- Calculer l'énergie-travail fournie par la détente.

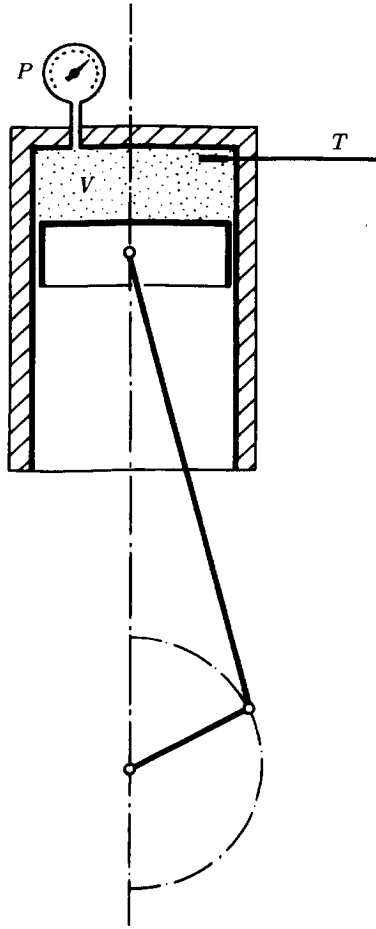


Fig. 8.1

Solution

Masse d'air

L'équation d'état des gaz semi-parfaits (5.72) donne la masse d'air :

$$M = \frac{V_1 P_1}{r T_1} = 11.2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Etat thermodynamique final

Etant donné (2.2) et les première et troisième hypothèses, la transformation 1-2 est isentrope.

La température finale T_2 est, selon le tableau 8.6 (vol. I), et compte tenu de la cinquième hypothèse :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\bar{\gamma}-1}$$

La valeur moyenne du rapport calorifique moyen peut être calculée selon (2.35) et (2.72), à l'aide du processus suivant :

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\bar{c}_p = c_p(\bar{T})$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_p - r}$$

Comme T_2 est fonction de $\bar{\gamma}$ et dépend de T_2 , il faut obligatoirement opérer par approximations successives, ce qui donne :

$$\bar{c}_p = 1\,039.3 \text{ J/(K kg)}$$

$$\bar{\gamma} = 1.3837$$

$$T_2 = 319.56 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 46.41^\circ\text{C}$$

La pression finale P_2 est alors, compte tenu de (5.72) :

$$P_2 = P_1 \frac{V_1}{V_2} \frac{T_2}{T_1} = 4.133 \text{ bar}$$

Energie-travail

Le Premier Principe (équation (1.26) ou (2.3)) donne, compte tenu des deux premières hypothèses, l'énergie-travail :

$$a^- = -\Delta u$$

La chaleur spécifique isochore moyenne est, selon (2.72) :

$$\bar{c}_v = \bar{c}_p - r = 751.1 \text{ J/(K kg)}$$

Il en résulte, compte tenu de (2.58), l'énergie-travail fournie :

$$A^- = M\bar{c}_v(T_1 - T_2) = 3\,815.7 \text{ J}$$

8.B Vidange d'une bouteille d'air comprimé

Description

Il s'agit d'étudier la vidange de la bouteille d'air comprimé faisant l'objet de la figure 8.2.

Hypothèses

- La bouteille est parfaitement calorifugée.
- L'énergie cinétique de l'air est négligée.
- La dissipation est négligée dans la bouteille (système considéré).
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial de l'air : $P_1 = 6 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Pression finale de l'air : $P_2 = 3 \text{ bar}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur spécifique isochore de l'air : $c_v = 0.7205 \text{ kJ/(K kg)}$

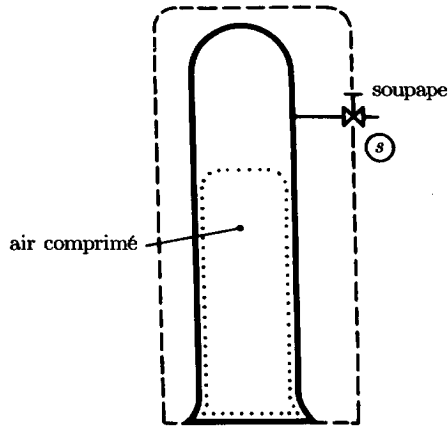


Fig. 8.2

Questions

- Démontrer, en considérant soit le système ouvert, soit le système fermé, indiqués respectivement en traits interrompus et en pointillés dans la figure 8.2, que la détente de l'air dans la bouteille est isentrope.
- Calculer la température finale de l'air dans la bouteille.

Solution

Détente isentrope

Considérons tout d'abord le système ouvert, en régime variable, constitué par la bouteille (frontière en traits interrompus). Le Premier Principe (1.44) donne, compte tenu des deux premières hypothèses, le bilan :

$$dU = h_s dM = h dM$$

$$d(Mu) = Mdu + udM = (u + vP)dM$$

Nous obtenons, en utilisant les équations (5.71) et (5.72) des gaz parfaits et selon (2.74) :

$$\frac{dM}{M} = \frac{1}{vP} du = \frac{c_v}{r} \frac{dT}{T}$$

$$\ln \frac{M}{M_1} = \frac{1}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_1}$$

En considérant le système ouvert, le volume V ne change pas, donc :

$$\frac{M}{M_1} = \frac{P}{P_1} \frac{T_1}{T} = \left(\frac{T}{T_1} \right)^{1/(\gamma-1)}$$

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{P}{P_1} \right)^{\gamma}$$

Ce résultat montre (voir tab. 8.6, vol. I) que la détente de l'air dans la bouteille est isentrope.

Nous aurions pu arriver plus simplement à la même conclusion en considérant un système fermé, constitué par une partie seulement de l'air comprimé (frontière en pointillés). La relation (2.2) donne bien, compte tenu des première et troisième hypothèses :

$$ds = \frac{\delta q^+}{T} + \frac{\delta r}{T} = 0$$

Température finale de l'air dans la bouteille

Le facteur calorifique est, selon (2.76) :

$$\Gamma = \frac{r}{r + c_v} = 0.2857$$

La température finale de l'air dans la bouteille est, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma = 240.48 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = -32.67^\circ \text{C}$$

8.C Alimentation d'une turbine de lancement

Description

Il s'agit de dimensionner une bouteille d'air comprimé, utilisée pour l'alimentation d'une petite turbine de lancement. La turbine fonctionne en circuit ouvert, l'air s'échappant directement dans l'atmosphère (fig. 8.3).

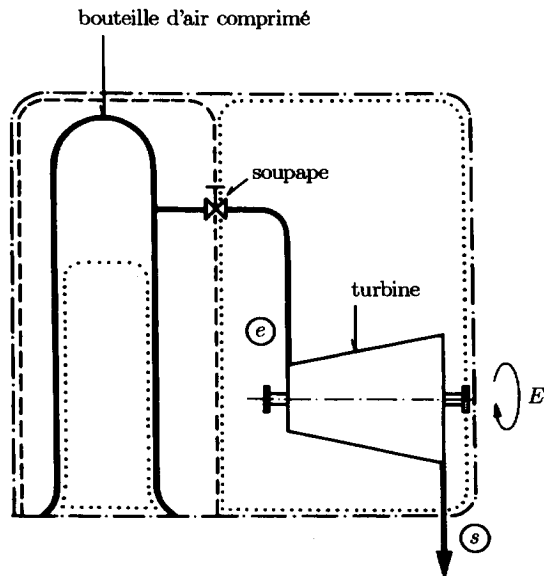


Fig. 8.3

Hypothèses

- La bouteille et la turbine sont parfaitement calorifugées.
- L'énergie cinétique de l'air est négligée.
- La dissipation est négligée dans l'ensemble du système (on admet que la soupape entièrement ouverte est profilée de façon à ne pas créer de pertes de charge).
- La masse de l'air contenu dans la conduite de liaison et dans la turbine est négligeable vis-à-vis de celle de l'air contenu dans la bouteille.
- Le temps de passage de l'air à travers la turbine est négligeable.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial de l'air dans la bouteille : $P_1 = 35 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 16^\circ\text{C}$
- Pression finale de l'air dans la bouteille (pression minimale nécessaire au fonctionnement de la turbine) : $P_2 = 3.5 \text{ bar}$
- Pression atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isochore de l'air : $c_v = 0.7205 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Energie-travail fournie par la turbine : $E^- = 120 \text{ kJ}$

Questions

- Déterminer le volume V de la bouteille.

Solution

Le système constitué par la bouteille seule (frontière en traits interrompus) a déjà fait l'objet de l'exercice 8B. L'étude de ce système a montré que la détente de l'air dans la bouteille est isentrope.

Considérons maintenant le système ouvert constitué par la turbine seule (frontière en pointillés). Etant donné la cinquième hypothèse, nous pouvons admettre que l'écoulement dans la turbine est quasi-permanent. La relation (2.2) montre alors, compte tenu des première et troisième hypothèses, que la détente de l'air dans la turbine est également isentrope.

Remarquons que l'état thermodynamique de l'air à la sortie s de la turbine est constant, car il est déterminé par la pression atmosphérique P_a et l'entropie massique initiale, s_1 .

Le facteur calorifique est, selon (2.72) et (2.76) :

$$\Gamma = \frac{r}{r + c_v} = 0.2857$$

La température finale de l'air dans la bouteille et la température à la sortie de la turbine sont, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 149.77 \text{ K}$$

$$T_s = T_1 \left(\frac{P_a}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 104.70 \text{ K}$$

Les masses d'air contenues dans la bouteille de volume V aux instants initial t_1 et final t_2 sont, selon l'équation d'état des gaz parfaits (5.72) :

$$M_1 = \frac{VP_1}{RT_1}$$

$$M_2 = \frac{VP_2}{RT_2}$$

Considérons enfin le système ouvert, en régime variable, comprenant l'ensemble bouteille-turbine (frontière en traits mixtes). Le Premier Principe (1.46) donne, compte tenu des première, deuxième et quatrième hypothèses, l'accroissement de l'énergie interne entre les instants initial t_1 et final t_2 .

$$\Delta U = M_2 u_2 - M_1 u_1 = -E^- - (M_1 - M_2)h_s$$

En tenant compte des relations ci-dessus, ainsi qu'en utilisant (1.32), (5.71), (2.58) et (2.72), nous obtenons :

$$\begin{aligned} E^- &= M_1(u_1 - h_s) - M_2(u_2 - h_s) \\ &= M_1(u_1 - u_s - v_s P_s) - M_2(u_2 - u_s - v_s P_s) \\ &= M_1(c_v(T_1 - T_s) - rT_s) - M_2(c_v(T_2 - T_s) - rT_s) \\ &= M_1(c_v T_1 - c_p T_s) - M_2(c_v T_2 - c_p T_s) \\ &= V \left(P_1 \left(\frac{c_v}{r} - \frac{c_p}{r} \frac{T_s}{T_1} \right) - P_2 \left(\frac{c_v}{r} - \frac{c_p}{r} \frac{T_s}{T_2} \right) \right) \\ &= \frac{V}{\Gamma} \left(P_1 \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{T_s}{T_1} \right) - P_2 \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{T_s}{T_2} \right) \right) \end{aligned}$$

Le volume de la bouteille est donc :

$$\begin{aligned} V &= \frac{\Gamma E^-}{P_1 \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{T_s}{T_1} \right) - P_2 \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{T_s}{T_2} \right)} \\ &= \frac{\Gamma E^-}{P_1 \left(\frac{1}{\gamma} - \left(\frac{P_a}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right) - P_2 \left(\frac{1}{\gamma} - \left(\frac{P_a}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right)} = 0.0279 \text{ m}^3 = 27.9 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

8.D Détente de la vapeur d'eau dans une turbine

Description

De la vapeur d'eau, à l'état initial 1, est détendue dans une turbine jusqu'à l'état final 2.

Hypothèses

- La transformation 1-2 est une transformation polytrophe.
- La vapeur d'eau est assimilable à un gaz semi-parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial : $P_1 = 15 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 400^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique final : $P_2 = 3 \text{ bar}$ $\hat{T}_2 = 260^\circ\text{C}$
- Diagramme h - s de l'eau :

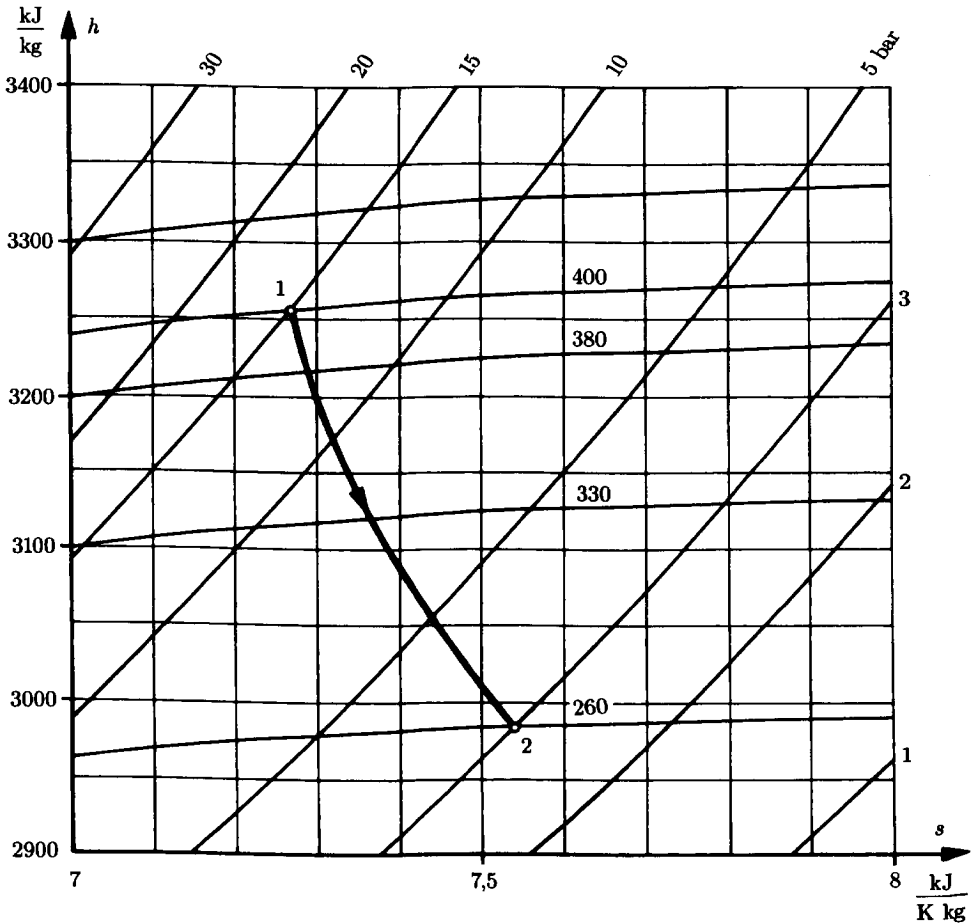


Fig. 8.4

- Constante massique de l'eau : $r = 0.4615 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer le facteur polytrophe moyen $\bar{\gamma}_\sigma$ relatif à la détente.
- Calculer le rendement polytrophe.
- Calculer l'énergie massique \check{p} .

Solution

Facteur polytrope moyen $\bar{\gamma}_\sigma$

Pour une transformation polytrope et un gaz semi-parfait, nous avons, selon le tableau 8.7 (vol. I), la relation :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\bar{\Gamma}_\sigma}$$

$$\bar{\Gamma}_\sigma = \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln(P_2/P_1)} = 0.14487$$

D'où :

$$\bar{\gamma}_\sigma = \frac{1}{1 - \bar{\Gamma}_\sigma} = 1.169$$

La pression et la température moyennes sont, selon (8.2) :

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2} = 9 \text{ bar}$$

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 603.15 \text{ K}$$

Déterminons la chaleur spécifique isobare moyenne à l'aide de trois calculs différents, en remplaçant les dérivées par des rapports d'accroissement finis. Selon les relations générales (2.31) et (2.32), nous obtenons, entre les états thermodynamiques définis par (\bar{P}, T_1) et (\bar{P}, T_2) :

$$\bar{c}_p = \bar{T} \left(\frac{\Delta s}{\Delta T} \right)_{\bar{P}} = 2.154 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$\bar{c}_p = \left(\frac{\Delta h}{\Delta T} \right)_{\bar{P}} = 2.143 \text{ kJ/(K kg)}$$

Selon la relation (2.60), valable seulement pour un gaz parfait ou semi-parfait, nous obtenons, entre les états thermodynamiques initial (P_1, T_1) et final (P_2, T_2) :

$$\bar{c}_p = \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{h_2 - h_1}{T_2 - T_1} = 2 \text{ kJ/(K kg)}$$

L'écart entre cette troisième valeur et les deux premières correspond au fait que l'hypothèse selon laquelle la vapeur d'eau est assimilable à un gaz semi-parfait n'est pas très bonne dans le domaine considéré. Dans l'application qui suit, nous utilisons la valeur moyenne $\bar{c}_p = 2.143 \text{ kJ/(K kg)}$.

Le facteur calorifique moyen est, selon (2.76) :

$$\bar{\Gamma} = \frac{r}{\bar{c}_p} = 0.215$$

Le rendement polytrope est obtenu finalement à partir de (4.233) :

$$\eta_{T\sigma} = \frac{1}{\bar{\Gamma}} \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln(P_2/P_1)} = 0.674$$

Cette valeur représente le rendement polytrope de la turbine quand cette dernière est adiabate et que les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Energie massique \check{p}

L'énergie massique \check{p} est, selon le tableau 8.7 (vol. I) et en vertu de la deuxième hypothèse :

$$\check{p} = \int_1^2 v dP = \frac{v_1 P_1}{\bar{r}_\sigma} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\bar{r}_\sigma} - 1 \right) = -446 \text{ kJ/kg}$$

8.E Changement de phase de l'eau

Description

Soit le système constitué d'un cylindre fermé par un piston (fig. 8.5). L'eau contenue dans le cylindre, à l'état initial 1, est d'abord chauffée de façon isobare jusqu'à la température T_2 (état 2). Elle est ensuite refroidie de façon isochore jusqu'à la pression P_3 (état final 3).

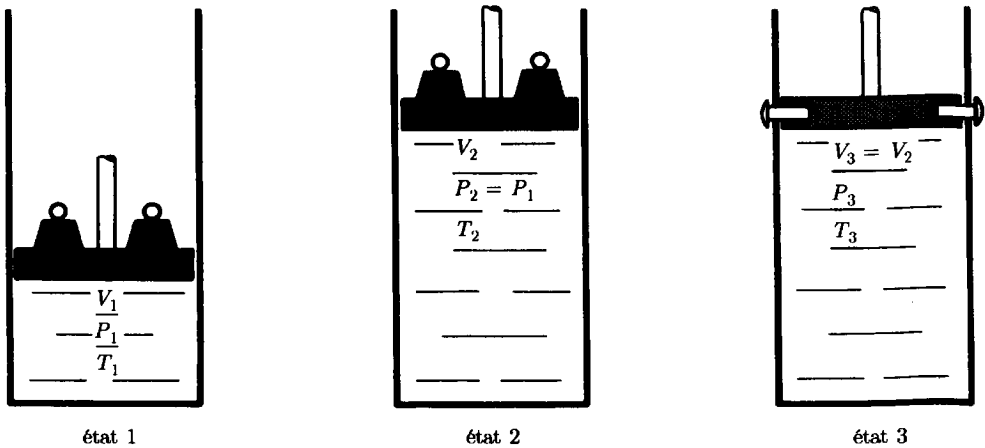


Fig. 8.5

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.

Données

- Etat thermodynamique initial 1 : $P_1 = 10 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 130^\circ \text{C}$
- Température à l'état 2 : $\hat{T}_2 = 200^\circ \text{C}$
- Pression à l'état final 3 : $P_3 = 2 \text{ bar}$

Etat thermodynamique pour $P = 10$ bar :

\hat{T} [°C]	v [m ³ /kg]	h [kJ/kg]
130	0.0010696	546.8
200	0.2059	2 826.8

Etats de saturation :

P [bar]	\hat{T} [°C]	v' [m ³ /kg]	v'' [m ³ /kg]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]
2	120.23	0.0010608	0.8854	504.70	2 706.3
10	179.88	0.0011274	0.1943	762.61	2 776.2

Questions

- Déterminer l'état thermodynamique (v , P , T , u , h) en chaque point.
- Tracer qualitativement les transformations subies par l'eau, dans les diagrammes P - v et T - s .
- Calculer les énergies-travail massiques mises en jeu.
- Calculer les énergies-chaleur massiques mises en jeu.

Solution

Etats thermodynamiques

Etat 1

La température T_1 étant plus petite que la température de saturation correspondant à la pression P_1 , l'eau à l'état 1 est sous forme de liquide sous-refroidi. Le volume et l'enthalpie massiques figurent dans les tables données et l'énergie interne massique est calculée selon (1.148) :

- $v_1 = 0.0010696 \text{ m}^3/\text{kg}$
- $P_1 = 10 \text{ bar}$
- $\hat{T}_1 = 130^\circ\text{C}$
- $u_1 = h_1 - v_1 P_1 = 545.73 \text{ kJ/kg}$
- $h_1 = 546.8 \text{ kJ/kg}$

Etat 2

La température T_2 étant plus grande que la température de saturation correspondant à la pression $P_2 = P_1$, l'eau à l'état 2 est sous forme de vapeur surchauffée. Le volume et l'enthalpie massiques figurent dans les tables données et l'énergie interne massique est calculée selon (1.149) :

- $v_2 = 0.2059 \text{ m}^3/\text{kg}$
- $P_2 = P_1 = 10 \text{ bar}$
- $\hat{T}_2 = 200^\circ\text{C}$
- $u_2 = h_2 - v_2 P_2 = 2 620.90 \text{ kJ/kg}$
- $h_2 = 2 826.8 \text{ kJ/kg}$

Etat 3

Le volume massique $v_3 = v_2$ étant compris entre les volumes massiques de saturation v' et v'' correspondant à la pression P_3 , l'eau à l'état 3 est sous forme de vapeur humide. Le titre du mélange est calculé selon (5.82), la température figure dans la table des états de saturation, l'enthalpie massique est calculée selon (5.84) et l'énergie interne massique selon (1.149) :

$$x_3 = \frac{v_3 - v'}{v'' - v'} = 0.2316$$

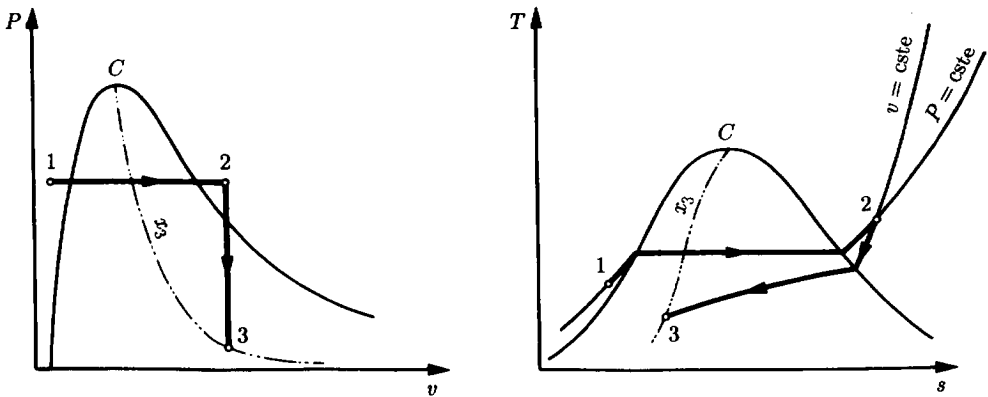
$$v_3 = v_2 = 0.2059 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_3 = 2 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_3 = 120.23^\circ\text{C}$$

$$u_3 = h_3 - v_3 P_3 = 973.48 \text{ kJ/kg}$$

$$h_3 = h' + (h'' - h')x_3 = 1014.7 \text{ kJ/kg}$$

Diagrammes thermodynamiques**Fig. 8.6****Energie-travail massique**

Les équations fondamentales (2.3) donnent, compte tenu des hypothèses :

$$\delta a^- = P dv$$

Pour la première transformation, nous obtenons, par intégration, l'énergie-travail massique :

$${}_1^2 a^- = P_1(v_2 - v_1) = 204.83 \text{ kJ/kg}$$

Pour la deuxième transformation, l'énergie-travail est évidemment nulle :

$${}_2^3 a^- = 0 \text{ kJ/kg}$$

Energie-chaleur massique

Le Premier Principe (équation (1.26) ou (2.3)) donne, après intégration et compte tenu de la première hypothèse :

$$q^+ = \Delta u + a^-$$

Pour le chauffage, nous obtenons l'énergie-chaleur massique reçue :

$${}_1^2q^+ = (u_2 - u_1) + {}_1^2a^- = 2\,280 \text{ kJ/kg}$$

Pour le refroidissement, nous obtenons l'énergie-chaleur massique donnée :

$${}_2^3q^- = -(u_3 - u_2) - {}_2^3a^- = 1\,647.42 \text{ kJ/kg}$$

8.F Déplacement d'un piston par dilatation d'un gaz

Description

Soit un cylindre fermé, séparé en deux compartiments *A* et *B* par un piston mobile (fig. 8.7). Les deux compartiments sont remplis d'air.

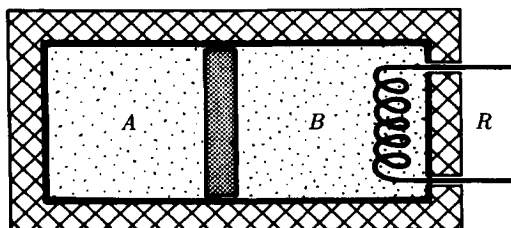


Fig. 8.7

A l'état initial 1, le piston est au repos. On chauffe l'air du compartiment *B* à l'aide d'une résistance électrique *R*, le piston se déplace puis retrouve un état de repos correspondant à l'état d'équilibre final 2.

Hypothèses

- Le cylindre ainsi que le piston sont parfaitement calorifugés.
- La dissipation est négligée dans le compartiment *A*.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- | | |
|--|---|
| • Diamètre du piston : | $D = 0.1 \text{ m}$ |
| • Etat thermodynamique initial : | $V_{a1} = 1 \text{ dm}^3$ |
| | $V_{b1} = 2.5 \text{ dm}^3$ |
| | $P_1 = 1 \text{ bar}$ |
| | $\hat{T}_1 = 15^\circ\text{C}$ |
| • Etat thermodynamique final : | $P_2 = 2.027 \text{ bar}$ |
| • Constante massique de l'air : | $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'air : | $c_v = 0.7205 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |

Questions

- Représenter qualitativement l'évolution de l'état thermodynamique de l'air des compartiments *A* et *B*, dans le diagramme *T-s*.
- Pour l'air du compartiment *A*, calculer le facteur de compression polytrophe α_σ , la température finale et l'énergie-travail.

- Pour l'air du compartiment B , calculer le facteur calorifique polytrophe Γ , la température finale du compartiment B , le facteur polytrophe σ , le facteur de compression polytrophe α_σ , la chaleur spécifique polytrophe et l'énergie chaleur.
- Calculer la variation d'entropie de l'ensemble du système.
- Calculer le déplacement du piston.

Solution

Evolution de l'état thermodynamique de l'air

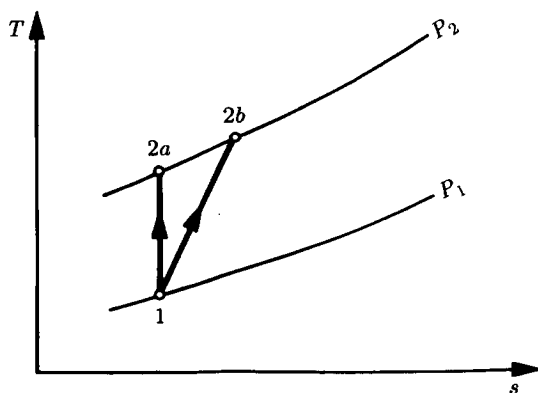


Fig. 8.8

Transformation relative à l'air du compartiment A

La relation (2.2) montre, compte tenu des première et deuxième hypothèses, que l'air du compartiment A subit une transformation isentrope.

$$\Gamma = \frac{r}{r + c_v} = 0.2857$$

Le facteur de compression polytrophe coïncide évidemment avec le facteur de compression isentrope qui est, selon (2.90) :

$$\alpha_{\sigma a} = \alpha_{sa} = \frac{1}{\Gamma} = 3.5$$

La température finale de l'air est alors, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$T_{a2} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma} = 352.62 \text{ K} \quad \hat{T}_{a2} = 79.46^\circ \text{C}$$

Le Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) donne, compte tenu des première et troisième hypothèses :

$$A_a^+ = \Delta U = M_a \Delta u_a$$

La masse M_a est, selon l'équation d'état des gaz parfaits (5.72) :

$$M_a = \frac{V_{a1} P_1}{r T_1} = 1.2041 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Il en résulte, compte tenu de (2.58), l'énergie-travail reçue par l'air :

$$A_a^+ = M_a c_v (T_{a2} - T_1) = 55.9 \text{ J}$$

Le volume final du compartiment A est donné par :

$$V_{a2} = \frac{M_{a2} r T_{a2}}{P_2} = 0.000604 \text{ m}^3$$

Transformation relative à l'air du compartiment B

L'air du compartiment B reçoit de l'énergie-chaleur de l'extérieur et fournit de l'énergie-travail à l'air du compartiment A , par l'intermédiaire du piston. Il subit une transformation polytrophe. Le tableau 8.7 du volume I donne la relation :

$$\frac{T_{b2}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma_\sigma}$$

Le volume final du compartiment B est donné par :

$$V_{b2} = V_{a1} + V_{b1} - V_{a2} = 0.002896 \text{ m}^3$$

La masse contenue dans le compartiment B est donnée, selon (5.72), par :

$$M_b = \frac{P_1 V_{b1}}{r T_1} = 0.003 \text{ kg}$$

En vertu de l'équation des gaz parfaits et semi-parfaits (5.72) :

$$T_{b2} = \frac{P_2 V_{b2}}{M_b r} = 676.7 \text{ K} \quad \hat{T}_{b2} = 403.5^\circ \text{C}$$

Nous en déduisons le facteur calorifique polytrophe Γ_σ et le facteur polytrophe σ :

$$\Gamma_\sigma = \frac{\ln(T_{b2}/T_1)}{\ln(P_2/P_1)} = 1.2083$$

$$\sigma = \frac{1}{\Gamma} \frac{\ln(T_{b2}/T_1)}{\ln(P_2/P_1)} - 1 = 3.2289$$

Le facteur de compression polytrophe est, selon (2.82) :

$$\alpha_{\sigma b} = \frac{1}{\Gamma(1 + \sigma)} = 0.8276$$

La chaleur spécifique polytrophe est, selon (2.80) :

$$c_\sigma = \frac{\sigma r}{\Gamma(1 + \sigma)} = 770.17 \text{ J/(K kg)}$$

L'accroissement d'énergie interne du compartiment B est, selon (2.58) :

$$\Delta U = M_b c_v (T_{b2} - T_{b1}) = 842.7 \text{ J}$$

La quantité de chaleur fournie au compartiment B est donnée, selon (1.22), par :

$$Q^+ = \Delta U_a + \Delta U_b = 898.6 \text{ J}$$

Variation d'entropie du système

En vertu de la propriété d'extensivité de l'entropie, l'augmentation d'entropie est, compte tenu du fait que l'air du compartiment *A* subit une transformation isentrope et selon le tableau 8.7 (vol. I) :

$$\Delta S = \Delta S_a + \Delta S_b = \Delta S_b$$

$$\Delta S = M_b \sigma r \ln \frac{P_2}{P_1} = 1.979 \text{ J/K}$$

Déplacement du piston

Du volume final de l'air du compartiment *B*, on peut calculer le déplacement du piston :

$$x = \frac{V_{b2} - V_{b1}}{(\pi D^2)/4} = 5.05 \text{ cm}$$

8.G Transformations relatives à la détente de l'hélium

Description

Une masse *M* d'hélium est contenue dans un cylindre fermé par un piston (fig. 8.9). L'hélium passe d'un état initial 1 à un état final 2 par les chemins décrits ci-dessous :

Chemin 1-2 :

Détente isotherme du volume V_1 au volume V_2 , par déplacement très lent du piston.

Chemin 1-1'-2 :

Détente adiabate du volume V_1 au volume $V_{1'} = V_2$, par déplacement très lent du piston, suivie d'un chauffage isochore jusqu'à la température $T_2 = T_1$.

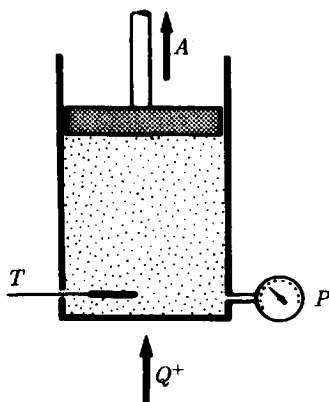


Fig. 8.9

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'hélium est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique initial : $V_1 = 0.1 \text{ m}^3$
 $\hat{T}_1 = 400^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique final : $V_2 = 3V_1$
 $T_2 = T_1$
- Masse molaire : $\tilde{m} = 4.003 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare : $c_p = 5.1931 \text{ kJ/(K kg)}$
- Masse : $M = 1 \text{ kg}$

Questions

- Représenter qualitativement les transformations thermodynamiques de l'hélium dans les diagrammes $P-v$ et $T-s$.
- Calculer les pressions et températures relatives aux états 1, 1' et 2.
- Calculer la variation d'entropie, l'énergie-travail et l'énergie-chaleur pour les deux chemins considérés.

Solution

Représentation qualitative dans les diagrammes $P-v$ et $T-s$

La transformation 1-1' est adiabate. De plus, elle est sans dissipation, le déplacement du piston étant très lent. Selon (2.2), elle est donc isentropie (fig. 8.10).

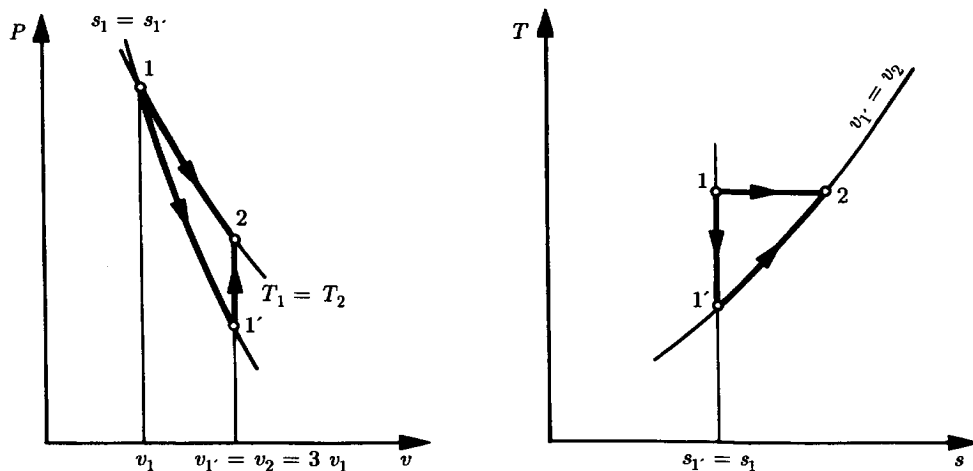


Fig. 8.10

Calculs préliminaires

La constante massique de l'hélium est, selon (5.59) et (5.66) :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 2.0769 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isochore est, selon (2.72) :

$$c_v = c_p - r = 3.1162 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Le rapport calorifique est, selon (2.35) :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.666$$

Pressions et températures

La pression initiale est, selon l'équation d'état des gaz parfaits (5.72) :

$$P_1 = \frac{MrT_1}{V_1} = 139.81 \text{ bar}$$

La pression au point 1' est, selon le tableau 8.6 (vol. I) et avec $V_{1'} = V_2$:

$$P_{1'} = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 22.41 \text{ bar}$$

La pression finale est, selon l'équation d'état (5.72) appliquée aux états 1 et 2 avec $T_1 = T_2$:

$$P_2 = \frac{V_1}{V_2} P_1 = 46.60 \text{ bar}$$

Les températures initiale et finale sont (voir données) :

$$T_2 = T_1 = 673.15 \text{ K}$$

La température au point 1' est, selon l'équation d'état (5.72) et avec $V_{1'} = V_2$:

$$T_{1'} = \frac{V_2 P_{1'}}{Mr} = 323.67 \text{ K} \quad \hat{T}_{1'} = 50.52^\circ \text{C}$$

Variation d'entropie, énergie-travail et énergie-chaleur

Pour le chemin isotherme 1-2, la variation d'entropie est, selon (2.66) :

$${}_1^2\Delta S = -Mr \ln \frac{P_2}{P_1} = 2.282 \text{ kJ/K}$$

Le déplacement du piston étant très lent, la transformation 1-2 s'effectue sans dissipation. L'énergie-chaleur reçue est donc, selon (2.2) :

$${}_1^2Q^+ = T_1 {}_1^2\Delta S = 1535.93 \text{ kJ}$$

La variation d'énergie interne est, selon (2.58) :

$${}_1^2\Delta U = Mc_v(T_2 - T_1) = 0 \text{ kJ}$$

L'énergie-travail donnée est donc, selon le Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) et compte tenu de la première hypothèse :

$${}_1^2A^- = {}_1^2Q^+ = 1535.93 \text{ kJ}$$

Pour le tronçon isentrope et adiabate 1-1', la variation d'entropie et l'énergie-chaleur sont évidemment nulles :

$${}_1^{1'}\Delta S = 0 \text{ kJ/K}$$

$${}_1^{1'}Q^+ = 0 \text{ kJ}$$

En vertu du Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) et compte tenu des hypothèses, nous avons :

$${}_1^{1'}A^- = -{}_1^{1'}\Delta U$$

L'énergie-travail donnée est donc, selon (2.58) :

$${}_1^{1'}A^- = -Mc_v(T_{1'} - T_1) = 1\,088.48 \text{ kJ}$$

Pour le tronçon isochore 1'-2, la variation d'entropie est, selon (2.64) :

$${}_1^{2'}\Delta S = Mc_v \ln \frac{T_2}{T_{1'}} = 2.282 \text{ kJ/K}$$

Le piston étant fixe, l'énergie-travail est évidemment nulle :

$${}_1^{2'}A^- = 0 \text{ kJ}$$

En vertu du Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) et compte tenu des hypothèses, nous avons :

$${}_1^{2'}Q^+ = {}_1^{2'}\Delta U$$

L'énergie-chaleur reçue est donc, selon (2.58) :

$${}_1^{2'}Q^+ = Mc_v(T_2 - T_{1'}) = 1\,088.48 \text{ kJ}$$

Pour le chemin 1-1'-2, la variation d'entropie, l'énergie-travail donnée et l'énergie-chaleur reçue sont donc :

$${}_1^2\Delta S = {}_1^{1'}\Delta S + {}_1^{2'}\Delta S = 2.282 \text{ kJ/K}$$

$${}_1^2A^- = {}_1^{1'}A^- + {}_1^{2'}A^- = 1\,088.48 \text{ kJ}$$

$${}_1^2Q^+ = {}_1^{1'}Q^+ + {}_1^{2'}Q^+ = 1\,088.48 \text{ kJ}$$

Nous constatons que la variation d'entropie est la même pour les chemins 1-2 et 1-1'-2. Elle ne dépend pas du chemin parcouru, mais seulement des états initial 1 et final 2. Cela confirme bien le fait que l'entropie est une **fonction d'état**.

Nous constatons par contre que l'énergie-travail et l'énergie-chaleur mises en jeu entre les états 1 et 2 sont différentes pour les deux chemins. Elles dépendent du chemin parcouru, et pas seulement des états initial 1 et final 2. Cela confirme bien le fait que l'énergie-travail et l'énergie-chaleur sont des **grandeurs de parcours** (sect. 1.4).

8.H Cycle théorique d'un moteur à air chaud

Description

Soit un moteur à air chaud composé d'un cylindre fermé par un piston, susceptible de recevoir de l'énergie-chaleur d'une source chaude, d'en donner à une source froide et de fournir de l'énergie-travail à l'extérieur.

L'air décrit un cycle théorique comportant les transformations suivantes :

- 1-2 : compression adiabate ;
- 2-3 : chauffage isochore, sans dissipation ;
- 3-4 : détente adiabate ;
- 4-1 : refroidissement isochore sans dissipation.

On examinera les deux cas suivants :

Cas I La compression et la détente s'effectuent sans dissipation.

Cas II :

La compression et la détente s'effectuent avec dissipation, les transformations polytropes correspondantes étant caractérisées respectivement par les facteurs polytropes $\eta_{C\sigma} = 1.5$ et $\eta_{D\sigma} = 1.3$.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

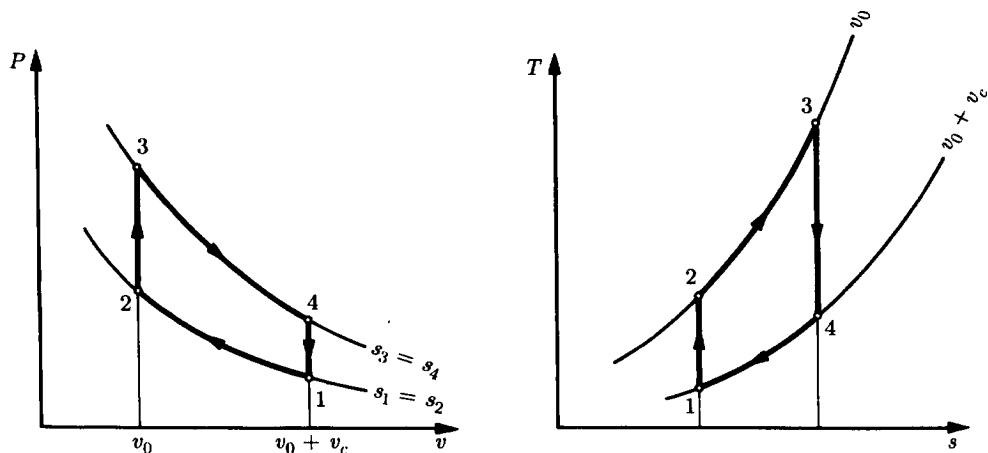
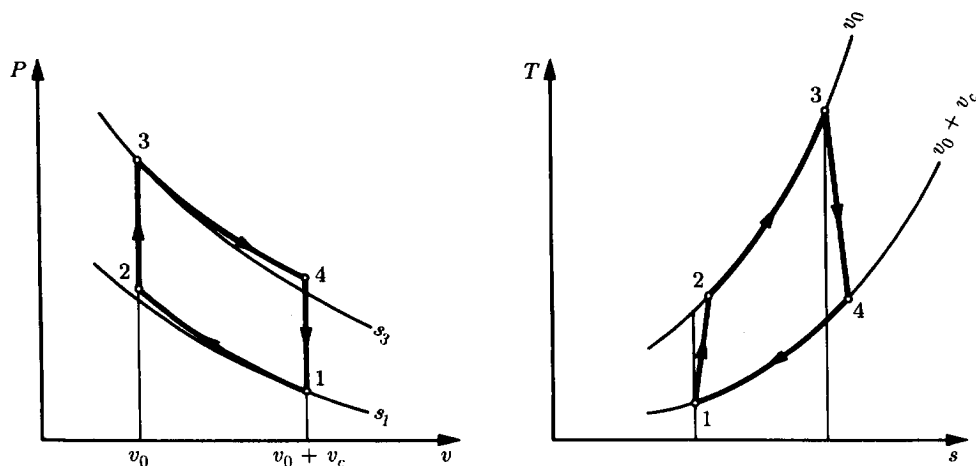
- Cylindrée : $V_c = 2.2 \text{ dm}^3$
- Rapport volumétrique de compression
(V_0 = volume mort) : $\chi = (V_0 + V_c)/V_0 = 8$
- Etat thermodynamique au point 1 : $P_1 = 1.1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 15^\circ\text{C}$
- Masse molaire : $\tilde{m} = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1.00 \text{ kJ/(K kg)}$
- Energie-chaleur massique reçue par l'air : ${}_2^3q^+ = 1960 \text{ kJ/kg}$

Questions

Pour les cas I et II :

- Représenter qualitativement le cycle dans les diagrammes P - v et T - s .
- Calculer la pression et la température en chaque point.
- Calculer l'énergie-travail utile, fournie par le cycle.
- Calculer l'énergie-chaleur cédée lors du refroidissement.
- Calculer l'efficacité motrice définie par la relation :

$$\epsilon_m = \frac{A^-}{{}_2^3Q^+}$$

Solution**Diagrammes thermodynamiques****Cas I****Fig. 8.11****Cas II****Fig. 8.12****Calculs préliminaires**

La constante massique de l'air est, selon (5.59) et (5.66) :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isochore est, selon (2.72) :

$$c_v = c_p - r = 0.712 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Le facteur calorifique est, selon (2.76) :

$$\Gamma = \frac{r}{c_p} = 0.288$$

Pressions et températures

Les volumes sont, conformément aux données :

$$V_1 = V_4 = \frac{\chi}{\chi - 1} V_c = 2.514 \text{ dm}^3$$

$$V_2 = V_3 = \frac{1}{\chi - 1} V_c = 0.314 \text{ dm}^3$$

La pression et la température au point 2 sont, dans le cas général d'une transformation 1-2 polytrophe, selon le tableau 8.7 (vol. I) :

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma_{\sigma c}}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma_{\sigma c}} = T_1 \chi^{\gamma_{\sigma c} - 1}$$

Le Premier Principe (équation (1.26) ou (2.3)) donne, compte tenu des hypothèses et de (2.58) :

$${}^3_2q^+ = {}^3_2\Delta u = c_v(T_3 - T_2)$$

La température au point 3 est donc :

$$T_3 = T_2 + \frac{{}^3_2q^+}{c_v}$$

La pression au point 3 est, selon l'équation d'état des gaz parfaits (5.72) :

$$P_3 = P_2 \frac{T_3}{T_2}$$

La pression et la température au point 4 sont, dans le cas général d'une transformation 3-4 polytrophe, selon le tableau 8.7 (vol. I) :

$$P_4 = P_3 \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{-\gamma_{\sigma d}} = P_3 \chi^{-\gamma_{\sigma d}}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\Gamma_{\sigma d}} = T_3 \chi^{1 - \gamma_{\sigma d}}$$

Cas I

Les transformations 1-2 et 3-4 sont adiabates et sans dissipation. Selon (2.2), elles sont donc isentropes. Les facteurs polytropes correspondants sont, selon (2.21) :

$$\gamma_{\sigma c} = \gamma_{\sigma d} = \gamma$$

$$\Gamma_{\sigma c} = \Gamma_{\sigma d} = \Gamma$$

L'application des relations précédentes donne les résultats suivants :

Point	V [dm ³]	P [bar]	\hat{T} [°C]
1	2.514	1.10	15
2	0.314	20.42	395.6
3	0.314	104.5	3 149.1
4	2.514	5.63	1 201.5

Cas II

L'application des relations précédentes, avec les facteurs polytropes γ_{sc} et γ_{sd} donnés, donne les résultats suivants :

Point	V [dm ³]	P [bar]	\hat{T} [°C]
1	2.514	1.10	15
2	0.314	24.89	541.9
3	0.314	108.98	3 295
4	2.514	7.30	1 639

Energie-travail utile

Le Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) donne, compte tenu des hypothèses et de (2.58), les énergies-travail massiques mises en jeu au cours de la compression et de la détente :

$${}_1^2A^+ = {}_1^2\Delta U = Mc_v(T_2 - T_1)$$

$${}_3^4A^- = -{}_3^4\Delta U = Mc_v(T_3 - T_4)$$

La masse d'air dans le cylindre est calculée à l'aide de l'équation d'état (5.72) :

$$M = \frac{V_1 P_1}{r T_1} = 3.33 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

L'énergie-travail utile, fournie par le cycle, est donc :

$$A^- = {}_3^4A^- - {}_1^2A^+ = Mc_v((T_3 - T_4) - (T_2 - T_1))$$

Nous obtenons finalement :

$$A^- = 3\,715 \text{ J} \quad \text{pour le cas I}$$

$$A^- = 2\,677 \text{ J} \quad \text{pour le cas II}$$

Energie-chaleur cédée

Le Premier Principe (équation (1.22) ou (2.3)) donne, compte tenu des hypothèses et de (2.58), l'énergie-chaleur massique cédée lors du refroidissement :

$${}_4^1Q^- = -{}_4^1\Delta U = Mc_v(T_4 - T_1)$$

Nous obtenons finalement :

$${}_4^1Q^- = 2\,813 \text{ J} \quad \text{pour le cas I}$$

$${}_4^1Q^- = 3\,850 \text{ J} \quad \text{pour le cas II}$$

Efficacité motrice

L'efficacité motrice est, conformément à la définition donnée :

$$\epsilon_m = \frac{A^-}{{}_3^4Q^-}$$

Nous obtenons finalement :

$$\epsilon_m = 0.569 = 56.9 \% \quad \text{pour le cas I}$$

$$\epsilon_m = 0.410 = 41.0 \% \quad \text{pour le cas II}$$

Nous constatons que l'influence de la dissipation affectant le cas II se traduit par une diminution notable de l'efficacité motrice du moteur.

8.1 Cycle théorique d'un moteur Diesel

Description

En 1897, Rudolf Diesel publia les résultats de quatre années d'expériences avec le moteur qu'il avait inventé. Le schéma et le cycle réel de ce moteur sont représentés dans la figure 8.13. On se propose d'étudier le cycle du moteur Diesel en l'assimilant à un cycle théorique de moteur à air chaud, dans lequel la combustion interne est remplacée par un chauffage. La masse d'air contenu dans le cylindre subit les transformations thermodynamiques suivantes :

- 1-2 : compression adiabate ;
- 2-3 : expansion avec chauffage, isobare ;
- 3-4 : détente avec chauffage, isotherme ;
- 4-5 : détente adiabate ;
- 5-1 : refroidissement isochore.

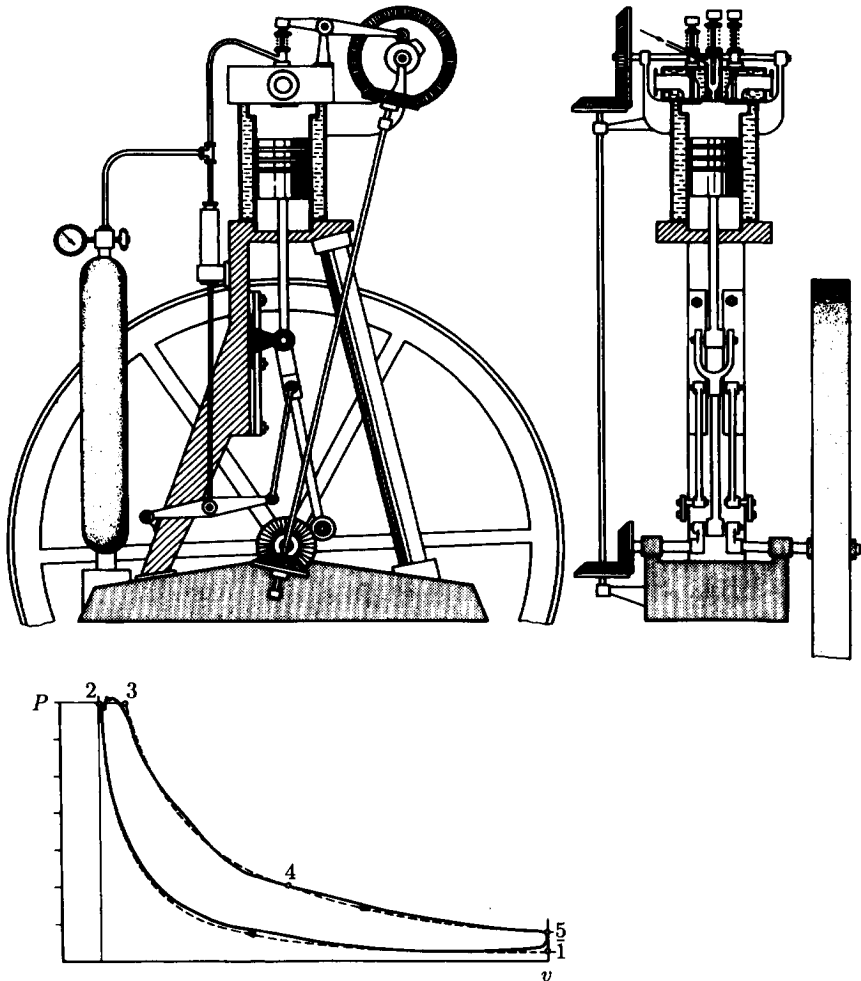


Fig. 8.13

Ce cycle est représenté qualitativement dans le diagramme $P-v$ de la figure 8.14.

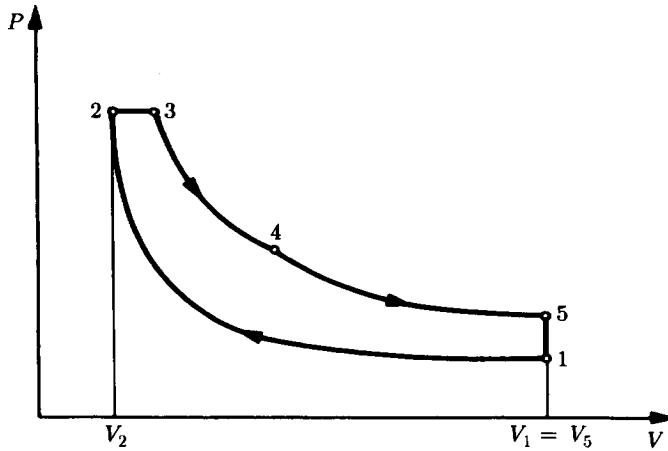


Fig. 8.14

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Toutes les transformations s'effectuent sans dissipation.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- | | |
|---|--|
| • Etat thermodynamique au point 1 : | $P_1 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 27^\circ\text{C}$ |
| • Pression au point 2 : | $P_2 = 35 \text{ bar}$ |
| • Volume massique au point 4 : | $v_4 = 0.4 \text{ m}^3/\text{kg}$ |
| • Masse molaire de l'air : | $\tilde{m} = 28.85 \text{ kg/kmol}$ |
| • Chaleur spécifique isobare de l'air : | $c_p = 1.0087 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Energie-chaleur massique : | ${}_2^3q^+ = 600 \text{ kJ/kg}$ |

Questions

- Déterminer l'état thermodynamique (v , P , T) de tous les points du cycle.
- Calculer la variation d'entropie massique entre les points 3 et 4.
- Calculer l'énergie-travail et l'énergie-chaleur massiques mises en jeu pour chaque transformation et pour le cycle complet.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle théorique, définie par la relation :

$$\epsilon_m = \frac{a^-}{{}_2^4q^+}$$

Solution

Calculs préliminaires

La constante massique de l'air est, selon (5.59) et (5.66) :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 288.18 \text{ J}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isochore est, selon (2.72) :

$$c_v = c_p - r = 720.52 \text{ J/(K kg)}$$

Le rapport et le facteur calorifiques sont, selon (2.35) et (2.36) :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$$

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.2857$$

Etats thermodynamiques

Point 1

$$P_1 = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_1 = 27^\circ \text{C}$$

Le volume massique est, selon l'équation d'état des gaz parfaits (5.71) :

$$v_1 = \frac{rT_1}{P_1} = 0.865 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Point 2

$$P_2 = 35 \text{ bar}$$

La transformation 1-2 est adiabate et sans dissipation. Selon (2.2), elle est donc isentrope.

La température est, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma = 828.86 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 555.71^\circ \text{C}$$

Le volume massique est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$v_2 = \frac{rT_2}{P_2} = 0.0682 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Point 3

La transformation 2-3 étant isobare, la pression est :

$$P_3 = P_2 = 35 \text{ bar}$$

L'équation (1.152) donne, compte tenu de (2.2), (2.60) et de la deuxième hypothèse, les équations :

$$dh = vdP + Tds = Tds = \delta q^+$$

$$c_p dT = \delta q^+$$

La température est, après intégration de l'équation ci-dessus :

$$T_3 = T_2 + \frac{\frac{3}{2}q^+}{c_p} = 1423.66 \text{ K} \quad \hat{T}_3 = 1150.51^\circ \text{C}$$

Le volume massique est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$v_3 = \frac{rT_3}{P_3} = 0.1172 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Point 4

La transformation 3-4 étant isotherme, la température est :

$$T_4 = T_3 = 1\,423.66\text{ K} \quad \hat{T}_4 = 1\,150.51\text{ °C}$$

La pression est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$P_4 = \frac{rT_4}{v_4} = 10.257\text{ bar}$$

Point 5

La transformation 5-1 étant isochore, le volume massique est :

$$v_5 = v_1 = 0.865\text{ m}^3/\text{kg}$$

La transformation 4-5 est adiabate et sans dissipation. Selon (2.2), elle est donc isentrope.

La pression est, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$P_5 = P_4 \left(\frac{v_4}{v_5} \right)^\gamma = 3.484\text{ bar}$$

La température est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$T_5 = \frac{v_5 P_5}{r} = 1\,045.8\text{ K} \quad \hat{T}_5 = 772.63\text{ °C}$$

Variation d'entropie massique entre les points 3 et 4

La variation d'entropie est, selon (2.66), et après intégration :

$${}_3^4\Delta s = r \ln \frac{P_3}{P_4} = 353.71\text{ J/(K kg)}$$

Energies-travail et énergies-chaleur

Les équations fondamentales (2.3) donnent, en tenant compte des hypothèses et de (2.58), les équations :

$$\delta a^- = P dv = -du + \delta q^+ = -c_v dT + \delta q^+$$

Appliquons ces équations à toutes les transformations du cycle.

Transformation 1-2

La transformation étant adiabate, nous avons :

$${}_1^2a^+ = c_v(T_2 - T_1) = 380.94\text{ kJ/kg}$$

$${}_1^2q^+ = 0\text{ kJ/kg}$$

Transformation 2-3

La transformation étant isobare, nous avons :

$${}_2^3a^- = P_2(v_3 - v_2) = 171.42\text{ kJ/kg}$$

$${}_2^3q^+ = 600\text{ kJ/kg}$$

Transformation 3-4

La transformation étant isotherme, nous obtenons, compte tenu de l'équation d'état (5.71) et de (2.58) :

$${}_3^4a^- = rT_3 \ln \frac{v_4}{v_3} = 503.57\text{ kJ/kg}$$

$${}_3^4q^+ = {}_3^4a^- = 503.57\text{ kJ/kg}$$

Transformation 4-5

La transformation étant adiabate, nous avons :

$${}^5_4a^- = c_v(T_4 - T_5) = 272.28 \text{ kJ/kg}$$

$${}^5_4q^+ = 0 \text{ kJ/kg}$$

Transformation 5-1

La transformation étant isochore, nous avons :

$${}^1_5a^+ = 0 \text{ kJ/kg}$$

$${}^1_5q^- = c_v(T_5 - T_1) = 537.24 \text{ kJ/kg}$$

Pour le cycle complet, l'énergie-travail et l'énergie-chaleur sont :

$$a^- = {}^3_2a^- + {}^4_3a^- + {}^5_4a^- - {}^2_1a^+ = 566.3 \text{ kJ/kg}$$

$$q^+ = {}^3_2q^+ + {}^4_3q^+ - {}^1_5q^- = 566.3 \text{ kJ/kg}$$

Efficacité motrice

L'efficacité motrice du cycle est, conformément à la définition donnée :

$$\epsilon_m = \frac{a^-}{{}^3_2q^+ + {}^4_3q^+} = 0.513 = 51.3 \%$$

8.J Transformations thermodynamiques typiques

Description

Considérons les transformations qui suivent :

Cas I Chauffage isochore d'une vapeur humide à titre proche de 0.5.

Cas II :

Condensation isobare d'une vapeur surchauffée jusqu'à l'état de liquide sous-refroidi.

Cas III Détente isotherme d'un fluide à l'état critique.

Cas IV Détente isenthalpe d'un liquide saturé à travers une vanne.

Cas V :

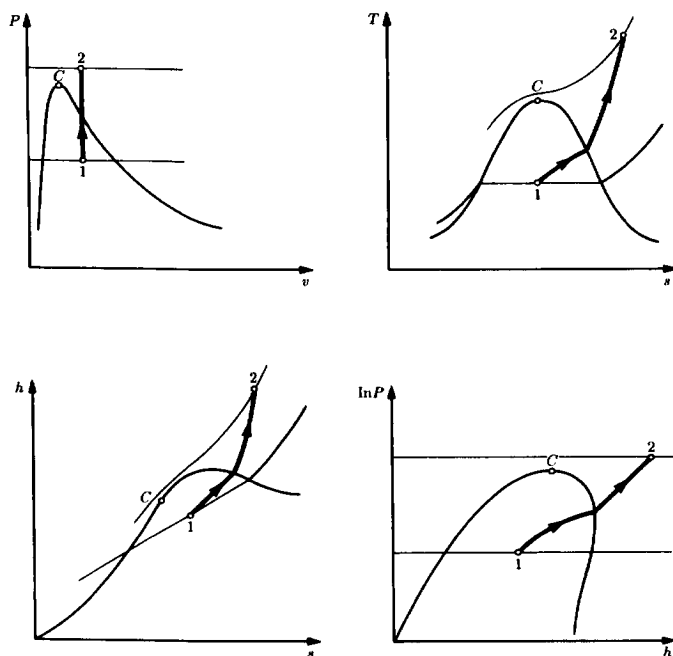
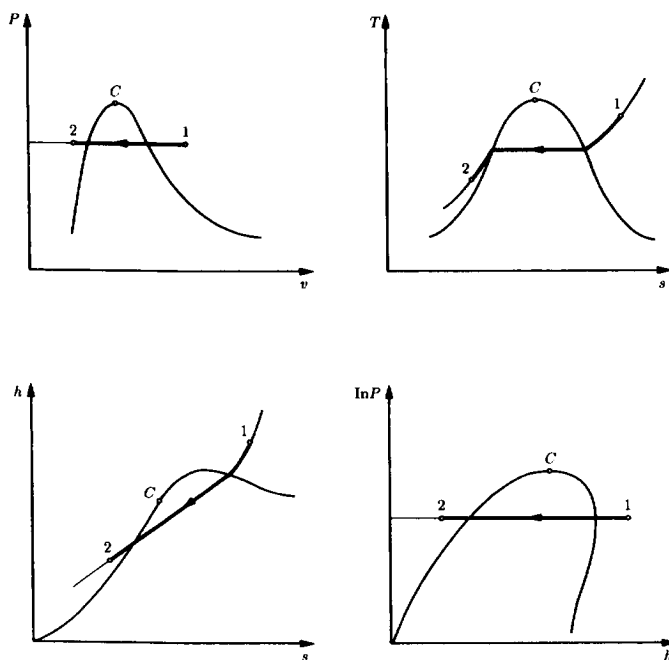
Détente adiabate et sans dissipation d'une vapeur surchauffée à travers une turbine à condensation.

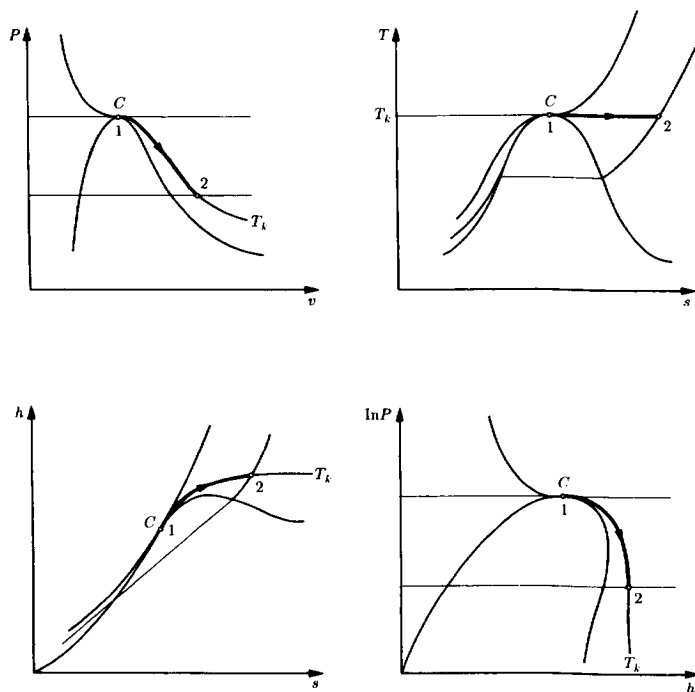
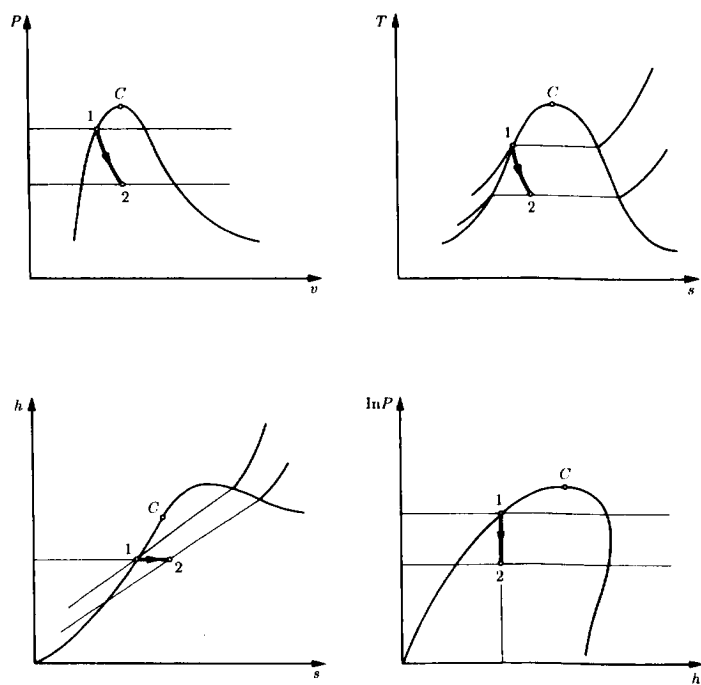
Hypothèse

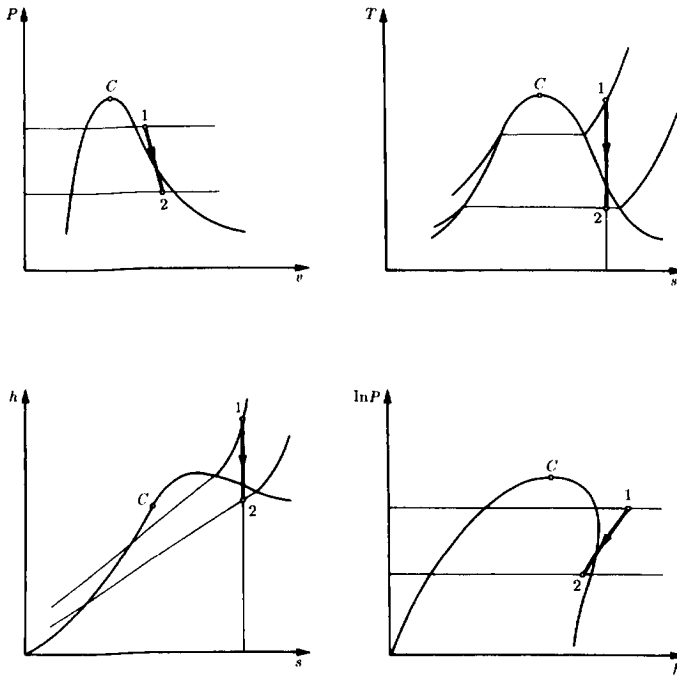
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Questions

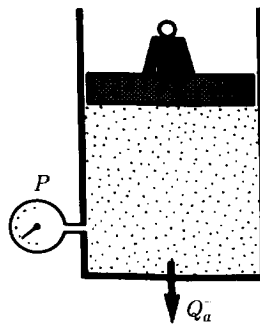
- Pour chacun des cas, représenter qualitativement l'évolution thermodynamique du fluide dans les diagrammes $P-v$, $T-s$, $h-s$ et $\ln P-h$.

Solution**Cas I Chauffage isochore****Fig. 8.15****Cas II Condensation isobare****Fig. 8.16**

Cas III Détente isotherme**Fig. 8.17****Cas IV Détente isenthalpe****Fig. 8.18**

Cas V Détente isentrope**Fig. 8.19****8.K Condensation d'un fluide frigorigène****Description**

Soit un système constitué d'un cylindre fermé par un piston (fig. 8.20).

**Fig. 8.20**

Le cylindre contient du R134a, initialement à l'état de vapeur surchauffée. Le fluide est refroidi, de façon isobare, jusqu'à l'état de liquide saturé.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.

Données

- Etat thermodynamique initial : $P_1 = 6 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 60^\circ\text{C}$
- Etats surchauffés pour $P = 6 \text{ bar}$:

\hat{T} [°C]	v [m ³ /kg]	h [kJ/kg]
50	0.039633	438.281
60	0.041364	447.985
70	0.043045	457.733

- Etats de saturation :

P [bar]	\hat{T} [°C]	v' [m ³ /kg]	v'' [m ³ /kg]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]
6	21.72	0.00082	0.0343	229.683	410.571

Questions

- Calculer l'énergie-travail massique mise en jeu.
- Calculer l'énergie-chaleur massique mise en jeu.

Réponses

- $a^+ = 24.326 \text{ kJ/kg}$
- $q^- = 218.302 \text{ kJ/kg}$

8.1 Changements de phase du dioxyde de carbone

Description

Il s'agit, d'une part, d'évaluer certaines grandeurs thermodynamiques relatives au dioxyde de carbone (CO₂) et, d'autre part, de déterminer l'évolution de l'état thermodynamique de ce fluide au cours de différentes détente au travers de vannes ou de turbines.

Les valeurs thermodynamiques nécessaires pour les calculs seront tirées du diagramme de la figure 8.21.

Hypothèses

- Les détente au travers des vannes sont adiabates.
- Les détente au travers des turbines sont adiabates et sans dissipation.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.

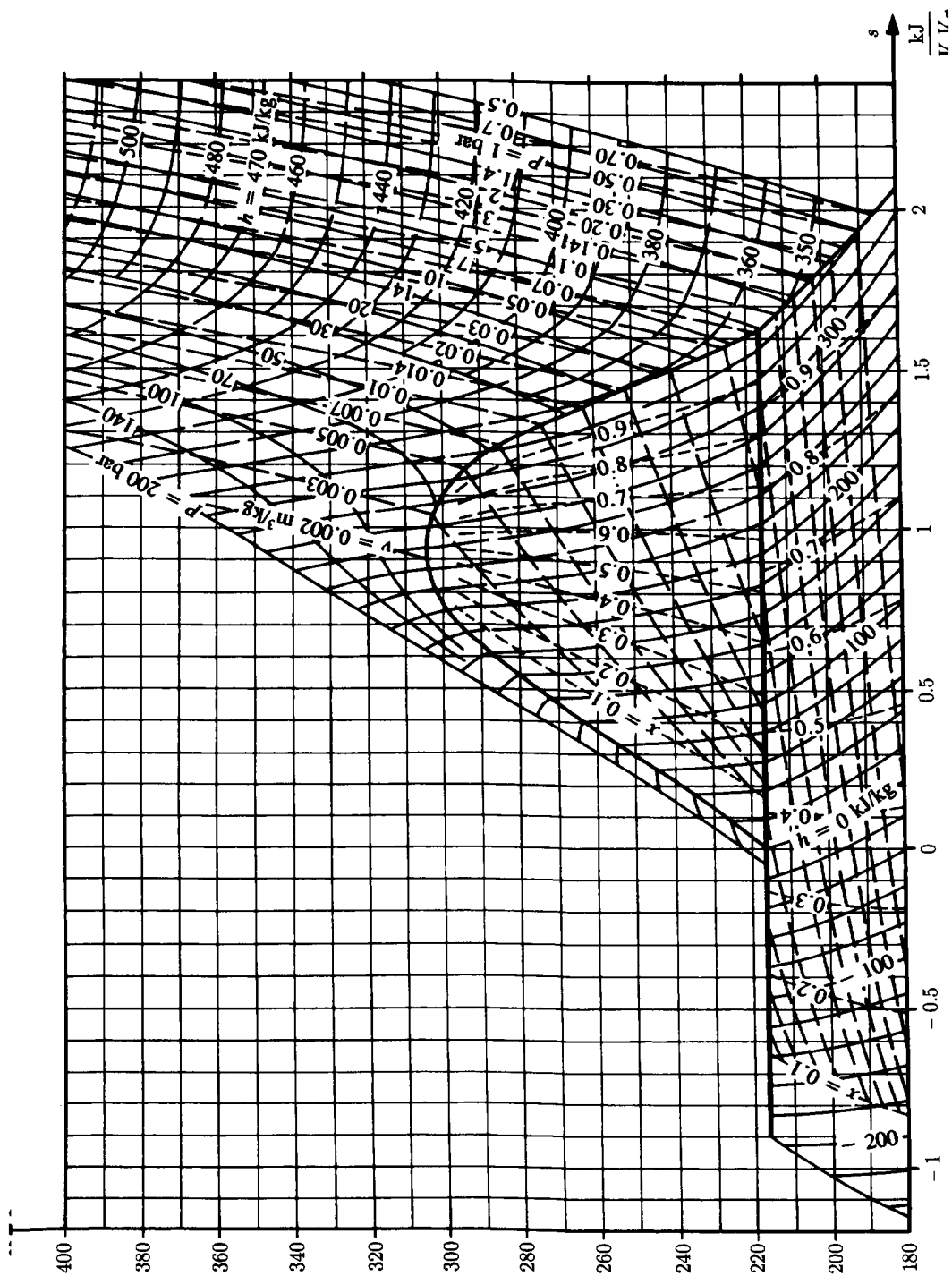


Fig. 8.21

Donnée

- Diagramme T - s relatif au dioxyde de carbone (fig. 8.21).

Questions

- Déterminer la chaleur de vaporisation q_{vap} à la température de 220 K.
- Déterminer la chaleur de sublimation q_{sub} à la pression de 1 bar.
- Déterminer la chaleur spécifique isobare moyenne \bar{c}_p du dioxyde de carbone gazeux entre les températures de 220 et 320 K, à la pression de 1 bar.
- Déterminer la pression dans un réservoir contenant un mélange en équilibre de liquide et de gaz à la température de 295 K.
- Quel est l'état thermodynamique à la sortie du réservoir précédent si le liquide saturé est détendu à travers une vanne, jusqu'à la pression de 1 bar ?
- Quelle est la température T_{2v} du dioxyde de carbone gazeux initialement à la pression de 140 bar et à la température de 370 K, après détente au travers d'une vanne, jusqu'à la pression de 10 bar ?
- Quelle serait la température T_{2t} si la détente précédente était réalisée au travers d'une turbine ?

Réponses

- $q_{\text{vap}} = 346 \text{ kJ/kg}$
- $q_{\text{sub}} = 574 \text{ kJ/kg}$
- $\bar{c}_p = 0.83 \text{ kJ/(K kg)}$
- $P = 60 \text{ bar}$
- Formation de neige carbonique ; titre théorique du mélange solide-gaz :
 $x = 0.725$
- $T_{2v} = 262 \text{ K}$ (la détente dans la vanne est isenthalpe)
- $T_{2t} = 233 \text{ K}$ (la détente dans la turbine est isentrope)

8.M Production d'air comprimé

Description

On veut produire industriellement, en régime continu, de l'air comprimé à partir de l'air atmosphérique.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat atmosphérique :
 $P_a = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Pression de l'air comprimé :
 $P_2 = 10 \text{ bar}$
- Masse molaire de l'air :
 $\tilde{m} = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air :
 $c_p = 1.0087 \text{ kJ/(K kg)}$

Questions

- Calculer l'énergie massique \check{p} pour les deux cas qui suivent.
Cas I Transformation isotherme.
Cas II Transformation adiabate.

Réponses

- Cas I $\check{p}_t = \int_1^{2t} v dP = 194.52 \text{ kJ/kg}$
- Cas II $\check{p}_s = \int_1^{2s} v dP = 275.18 \text{ kJ/kg}$

8.N Transformation au cours d'un cycle

Description

Un gaz, parcourant un cycle, subit les transformations thermodynamiques suivantes :

- compression isotherme d'un état 1 à un état 2 de telle manière que son volume soit réduit d'un facteur 8,
- chauffage isobare de l'état 2 à un état 3,
- détente adiabate de l'état 3 à l'état 1.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- Le gaz est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique 1 : $P_1 = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 27^\circ\text{C}$
- Constante massique du gaz : $r = 0.5 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare du gaz : $c_p = 1.25 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Représenter qualitativement les transformations thermodynamiques dans un diagramme P - v .
- Calculer la température maximale T_{\max} et la pression maximale P_{\max} du cycle.
- Calculer l'énergie-travail massique utile a^- , fournie par le gaz parcourant le cycle.

Réponses

•

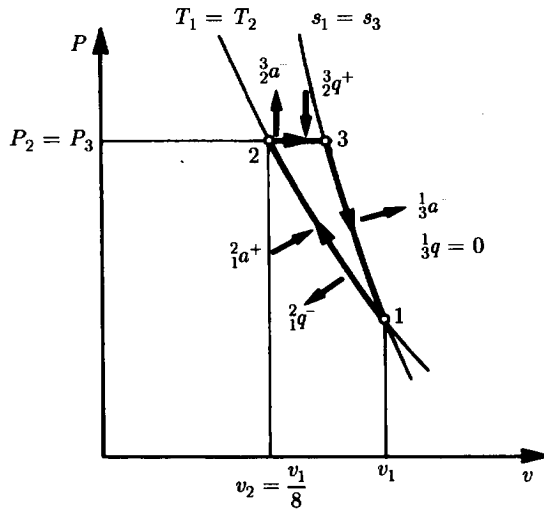


Fig. 8.22

- $T_{\max} = T_3 = 689.56 \text{ K}$ $\hat{T}_{\max} = \hat{T}_3 = 416.41 \text{ }^\circ\text{C}$
 $P_{\max} = P_2 = P_3 = 8 \text{ bar}$
- $a^- = {}^3_2a^- + {}^1_3a^- - {}^2_1a^+ = 174.7 \text{ kJ/kg}$

Exemples simples d'application des Premier et Deuxième Principes

9.A Transformation d'énergie mécanique en énergie interne (expérience de Joule)

Description et développement

(Voir section 9.1)

Données

- Etat thermodynamique initial de l'air : $P_1 = 10 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isochore de l'air : $c_v = 0.7205 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse de l'air : $M = 2 \text{ kg}$
- Energie-travail reçue par l'air : $A^+ = 60 \text{ kJ}$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique final de l'air (P_2, T_2).
- Calculer la variation d'énergie interne massique Δu de l'air.
- Calculer la variation d'entropie massique Δs de l'air.

Réponses

- $P_2 = 11.42 \text{ bar}$ $\hat{T}_2 = 61.64^\circ\text{C}$
- $\Delta u = 30 \text{ kJ/kg}$
- $\Delta s = 0.0957 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

9.B Détente sans transfert-travail (expérience de Gay-Lussac – Joule)

Description et développement

(Voir section 9.2)

Données

- Volume du compartiment A : $V_A = 10 \text{ dm}^3$
- Volume du compartiment B : $V_B = 5 \text{ dm}^3$
- Etat thermodynamique initial de l'air : $P_1 = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique final de l'air (P_2, T_2).
- Calculer la variation d'entropie massique Δs de l'air.

Réponses

- $P_2 = 0.67 \text{ bar}$ $\hat{T}_2 = \hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- $\Delta s = 0.1169 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

9.C Détente avec transfert-travail**Description**

(Voir section 9.3)

Données

- Etat thermodynamique de l'air atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Facteur calorifique de l'air : $\gamma = 1.4$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique final de l'air (P_2, T_2).
- Calculer la variation d'énergie interne massique Δu de l'air.
- Calculer la variation d'entropie massique Δs de l'air.

Réponses

- $P_2 = P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_2 = 137.25^\circ\text{C}$
- $\Delta u = 84.486 \text{ kJ/kg}$
- $\Delta s = 0.3394 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

9.D Transformations d'énergie

Description et développement

(Voir section 9.4)

Données

- Hauteur de chute : ${}^2_1\Delta\bar{Z} = 10 \text{ m}$
- Etat thermodynamique initial de l'air : $P_1 = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1.0087 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Calculer l'énergie-travail massique ${}^2_1a^+$ reçue par l'air, au cours de la transformation 1-2.
- Calculer l'énergie cinétique massique $\bar{C}_3^2/2$ de l'air, à l'état 3.
- Calculer les variations d'énergie interne massique ${}^4_3\Delta u$ et d'entropie massique ${}^4_3\Delta s$ de l'air, au cours de la transformation 3-4.
- Calculer l'état thermodynamique final de l'air caractérisé par (P_4, T_4) .

Réponses

- ${}^2_1a^+ = 98.1 \text{ J/kg}$
- $\bar{C}_2^3/2 = 98.1 \text{ J/kg}$
- ${}^4_3\Delta u = 98.1 \text{ J/kg}$ ${}^4_3\Delta s = 0.3346 \text{ J}/(\text{K kg})$
- $P_4 = 1.0005 \text{ bar}$ $\hat{T}_4 = 20.14^\circ\text{C}$

9.E Evolution d'un système hétérogène

Description et développement

(Voir section 9.5)

Données

- Etat thermodynamique initial de l'oxygène : $P_1 = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 15^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isochore de l'oxygène : $c_{v,g} = 0.6496 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse d'oxygène : $M_g = 2 \text{ kg}$
- Altitude du pendule en acier à l'état initial : $\bar{Z}_{s1} = 1 \text{ m}$
- Altitude du pendule en acier à l'état final : $\bar{Z}_{s2} = 0.25 \text{ m}$
- Chaleur spécifique de l'acier : $c_s = 0.452 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Masse du pendule en acier : $M_s = 20 \text{ kg}$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique final de l'oxygène (P_2, T_2).
- Calculer la variation d'entropie ΔS du système.

Réponses

- $P_2 = 1.00005 \text{ bar}$ $\hat{T}_2 = 15.01^\circ\text{C}$
- $\Delta S = 0.5107 \text{ J/K}$

9.F Transfert-chaleur entre deux corps**Description et développement**

(Voir section 9.6)

Données

- | | |
|--|---|
| • Température initiale du gaz α (oxygène) : | $\hat{T}_{\alpha 1} = 100^\circ\text{C}$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'oxygène : | $c_{v\alpha} = 0.6496 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Masse de l'oxygène : | $M_\alpha = 2 \text{ kg}$ |
| • Température initiale du gaz β (azote) : | $\hat{T}_{\beta 1} = 20^\circ\text{C}$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'azote : | $c_{v\beta} = 0.7420 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Masse de l'azote : | $M_\beta = 1 \text{ kg}$ |

Questions

- Calculer la température d'équilibre T_2 à l'état final
- Calculer la variation d'entropie ΔS du système.

Réponses

- $T_2 = 344.07 \text{ K}$ $\hat{T}_2 = 70.92^\circ\text{C}$
- $\Delta S = 13.43 \text{ J/K}$

Energétique thermodynamique

10.A Resurchauffeur d'une centrale nucléaire

Description

Soit un resurchauffeur faisant partie de l'équipement d'une centrale nucléaire (fig. 10.1). Cet appareil est destiné au transfert d'une puissance-chaleur entre le dioxyde de carbone provenant du réacteur nucléaire et l'eau provenant du turbogroupe.

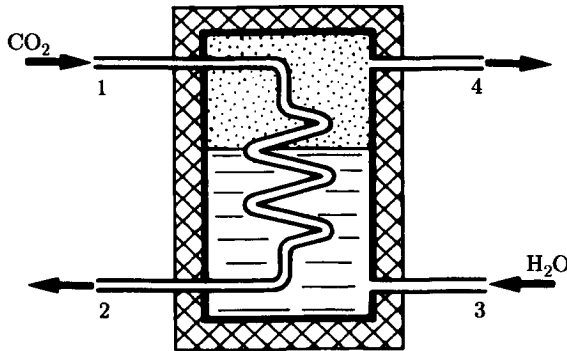


Fig. 10.1

Hypothèses

- Le resurchauffeur est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- Le dioxyde de carbone est assimilable à un gaz semi-parfait.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 27^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques du dioxyde de carbone :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	25.5	400	578.9	5.031
2	25.0	220	384.3	4.700

- Relation approchée de la chaleur spécifique isobare du dioxyde de carbone :
 $c_{p\text{CO}_2} = 808.8 + 0.4807 T$ avec $c_{p\text{CO}_2}$ en J/(K kg) et T en K
- Débit-masse de dioxyde de carbone : $\dot{M}_{\text{CO}_2} = 8\,900 \text{ kg/s}$
- Etats thermodynamiques de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
3	35	90	379.6	1.1900
4	33	390	3 204.6	6.8408

Questions

- Calculer le débit-masse d'eau.
- Calculer l'exergie-transformation reçue par le système au niveau du dioxyde de carbone.
- Calculer l'exergie-chaleur donnée par le dioxyde de carbone.
- Calculer l'exergie-transformation donnée par le système au niveau de l'eau.
- Calculer la perte exergétique due à la dissipation dans le dioxyde de carbone, la perte exergétique globale et le rendement exergétique du resurchauffeur.

Solution

Débit-masse d'eau

Le Premier Principe (1.45), appliqué au resurchauffeur, donne, compte tenu des trois premières hypothèses :

$$\dot{M}_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{h_1 - h_2}{h_4 - h_3} \dot{M}_{\text{CO}_2} = 613.1 \text{ kg/s}$$

Exergie-transformation reçue par le système

L'exergie-transformation reçue par le système est, selon (10.69) et (10.93) :

$$\dot{E}_y^+ \text{CO}_2 = \dot{M}_{\text{CO}_2} (k_1 - k_2) = \dot{M}_{\text{CO}_2} ((h_1 - h_2) - T_a (s_1 - s_2)) = 847.7 \text{ MW}$$

Exergie-chaleur donnée par le dioxyde de carbone

L'exergie-chaleur donnée par le dioxyde de carbone est, selon (10.90) :

$$\dot{E}_q^- \text{CO}_2 = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_a}{T_{\text{CO}_2}} \right) \delta \dot{Q} = \dot{Q} - T_a \int_1^2 \frac{\delta \dot{Q}}{T_{\text{CO}_2}}$$

L'exergie-chaleur transférée du dioxyde de carbone à l'eau est, selon le Premier Principe appliqué au réseau du dioxyde de carbone :

$$\dot{Q} = \dot{M}_{\text{CO}_2} (h_1 - h_2) = 1\,731.9 \text{ MW}$$

Nous avons, selon (2.60) et (4.57) :

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{\delta \dot{Q}}{T_{\text{CO}_2}} &= -\dot{M}_{\text{CO}_2} \int_1^2 \frac{dh_{\text{CO}_2}}{T_{\text{CO}_2}} = -\dot{M}_{\text{CO}_2} \int_1^2 \frac{c_{p\text{CO}_2} dT_{\text{CO}_2}}{T_{\text{CO}_2}} \\ &= \dot{M}_{\text{CO}_2} \left(808.8 \ln \frac{T_1}{T_2} + 0.4807 (T_1 - T_2) \right) = 3.01 \text{ MW/K} \end{aligned}$$

L'exergie-chaleur donnée par le dioxyde de carbone est finalement :

$$\dot{E}_q^- \text{CO}_2 = 828.5 \text{ MW}$$

Exergie-transformation donnée par le système

L'exergie-transformation donnée par le système est, selon (10.69) et (10.93) :

$$\dot{E}_y^- \text{H}_2\text{O} = \dot{M}_{\text{H}_2\text{O}}(k_4 - k_3) = \dot{M}_{\text{H}_2\text{O}}((h_4 - h_3) - T_a(s_4 - s_3)) = 692.1 \text{ MW}$$

Pertes exergetique et rendement exergetique

Le bilan exergetique (relation (10.43)), relatif au réseau du dioxyde de carbone, donne la perte exergetique due à la dissipation dans le dioxyde de carbone :

$$\dot{L}_{r\text{CO}_2} = \dot{E}_y^+ \text{CO}_2 - \dot{E}_q^- \text{CO}_2 = 19.2 \text{ MW}$$

Le bilan exergetique relatif à l'ensemble du système donne la perte exergetique globale :

$$\dot{L} = \dot{E}_y^+ \text{CO}_2 - \dot{E}_y^- \text{H}_2\text{O} = 155.6 \text{ MW}$$

Le rendement exergetique du resurchauffeur est, selon (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_y^- \text{H}_2\text{O}}{\dot{E}_y^+ \text{CO}_2} = 0.816 = 81.6 \%$$

10.B Chambre froide d'une installation frigorifique

Description

Soit une chambre froide d'installation frigorifique, comprenant un évaporateur (fig. 10.2).

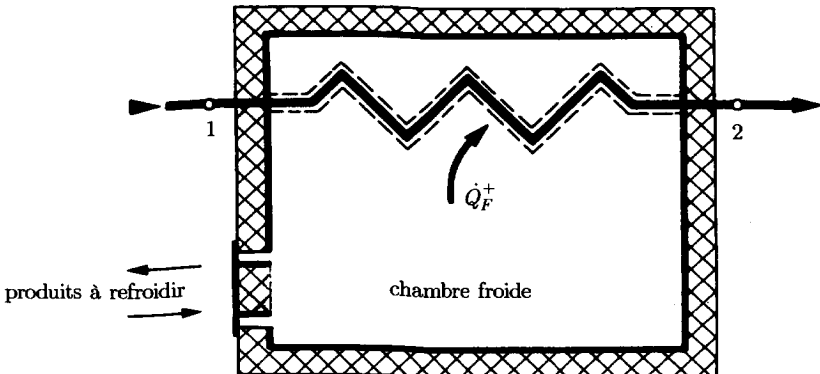


Fig. 10.2

Le fluide de travail (R134a) entre au point 1 sous forme de mélange humide et sort au point 2 sous forme de vapeur surchauffée, permettant d'extraire la puissance-chaleur \dot{Q}_F^+ des produits à refroidir situés dans la chambre froide.

Hypothèses

- La chambre froide est parfaitement calorifugée.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligeable pendant le changement de phase.
- Le régime est permanent.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 27^\circ\text{C}$
- Température de l'air de la chambre froide : $\hat{T}_f = -15^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques du R134a :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	x —
1	—	−26	—	—	0.267
2	1	−18	389.12	1.7735	—

- Etats de saturation du R134a :

P [bar]	\hat{T} [°C]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/(K kg)]	s'' [kJ/(K kg)]
1.0097	−26	165.71	382.73	0.8687	1.7473

- Débit-masse du R134a : $\dot{M} = 0.5 \text{ kg/s}$

Questions

- Calculer la puissance-chaleur transférée de l'air de la chambre froide au R134a.
- Calculer l'exergie-transformation du R134a.
- Calculer l'exergie-chaleur fournie par le R134a.
- Calculer l'exergie-chaleur fournie aux produits à refroidir.
- Déterminer la nature et la répartition des pertes exergetiques de l'évaporateur.
- Calculer le rendement exergetique de la chambre froide.

Solution

Calculs préliminaires

L'enthalpie massique, l'entropie massique et la coenthalpie massique non indiquées dans les données sont, selon (5.84) :

$$h_1 = h' + (h'' - h')x_1 = 223.65 \text{ kJ/kg}$$
$$s_1 = s' + (s'' - s')x_1 = 1.1033 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$k_1 = h_1 - T_a s_1 = -107.51 \text{ kJ/kg}$$

$$k_2 = h_2 - T_a s_2 = -143.21 \text{ kJ/kg}$$

Puissance-chaleur

Considérons le système délimité par la frontière indiquée en traits pointillés dans la figure 10.2.

La puissance-chaleur transférée de l'air de la chambre froide au R134a est, compte tenu des première, deuxième et quatrième hypothèses, selon (4.186) :

$$\dot{Q}_F^+ = \dot{M}(h_2 - h_1) = 82.73 \text{ kW}$$

Exergie-transformation

L'exergie-transformation du R134a est, compte tenu des deuxième et quatrième hypothèses, selon (10.111) :

$$\dot{E}_{yE}^+ = \dot{M}(k_1 - k_2) = 17.853 \text{ kW}$$

Exergie-chaleur

La figure 10.3 représente l'évolution de l'état thermodynamique du R134a dans le diagramme T - s .

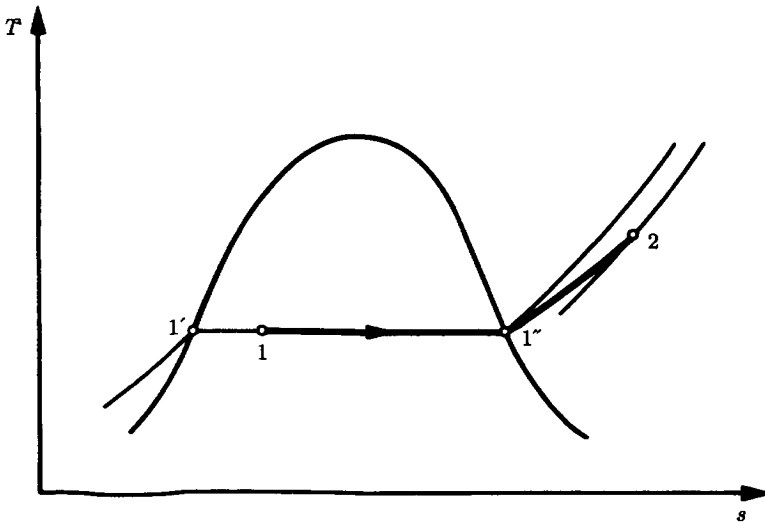


Fig. 10.3

L'exergie-chaleur **fournie** par le R134a est, selon (10.90) :

$$\dot{E}_{qE} = - \int_1^2 \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) \delta \dot{Q} = \int_1^{1''} \left(\frac{T_a}{T_1} - 1\right) \delta \dot{Q} + \int_{1''}^2 \left(\frac{T_a}{T} - 1\right) \delta \dot{Q}$$

Pour simplifier, nous remplaçons entre les points 1'' et 2, la température variable T par une température constante égale à la moyenne $\bar{T} = (T_1 + T_2)/2$.

$$\dot{E}_{qE} = \left(\frac{T_a}{T_1} - 1\right) \dot{Q}_{1''} + \left(\frac{T_a}{\bar{T}} - 1\right) \dot{Q}_{1''2}$$

L'exergie-chaleur **fournie** par le R134a est finalement, compte tenu de (4.186) :

$$\dot{E}_{qE} = \dot{M} \left(\left(\frac{T_a}{T_1} - 1 \right) (h_{1''} - h_1) + \left(\frac{T_a}{T} - 1 \right) (h_2 - h_{1''}) \right) = 17.679 \text{ kW}$$

Exergie-chaleur

L'exergie-chaleur **fournie** aux produits à refroidir est, selon (10.90) :

$$\dot{E}_{qF}^- = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \dot{Q}_F^+ = 13.460 \text{ kW}$$

Pertes exergetiques

Les pertes exergetiques dans l'évaporateur se composent de la perte par dissipation dans le circuit R134a et de la perte par transfert-chaleur avec chute de température.

La perte par dissipation est donnée par le bilan exergetique (10.43) :

$$\dot{L}_{rf} = \dot{E}_{yE}^+ - \dot{E}_{qE} = 0.174 \text{ kW}$$

La perte par transfert-chaleur avec chute de température est donnée également par le bilan exergetique (10.43) :

$$\dot{L}_t = \dot{E}_{qE} - \dot{E}_{qF}^- = 4.219 \text{ kW}$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique de l'évaporateur est, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{qF}^-}{\dot{E}_{yE}^+} = 0.754 = 75.4 \%$$

10.C Condenseur d'une installation motrice à vapeur

Description

Soit le condenseur de la centrale nucléaire à vapeur de Leibstadt (Suisse), représenté par le schéma de la figure 10.4.

Le condenseur comporte les deux réseaux qui suivent :

- 1 + 2-3 : Réseau principal (circuit vapeur). La vapeur humide provenant de la turbine (point 1) et les condensats provenant des réchauffeurs (point 2) sont mélangés dans le condenseur. Le mélange humide donne la puissance-chaleur \dot{Q} au circuit eau et sort sous forme de condensat (point 3).
- 4-5 : Réseau de refroidissement (circuit eau). L'eau provenant de la tour de refroidissement (point 4) reçoit la puissance-chaleur \dot{Q} du circuit vapeur et retourne à la tour (point 5).

Hypothèses

- Le condenseur est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligées.
- Le régime est permanent.
- L'influence de la pression sur l'enthalpie est négligée pour l'eau de refroidissement.

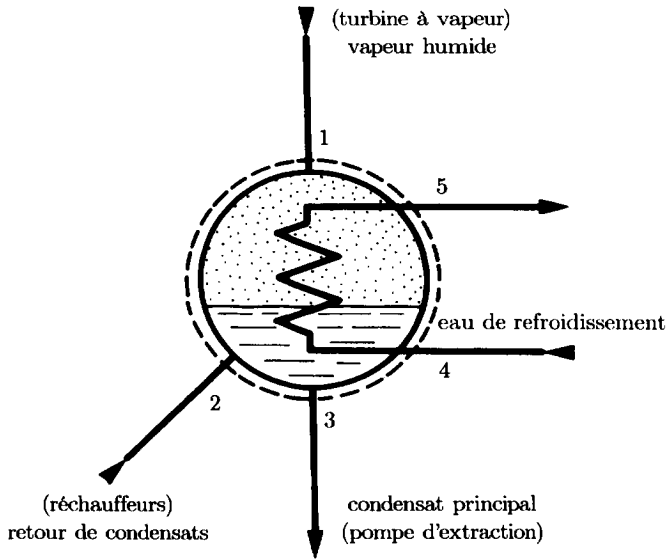


Fig. 10.4

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_a = 8^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques et débits-masse :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	x —	\dot{M} [kg/s]
1	0.097	45.2	2 333.8	7.3769	0.895	925.6
2	0.097	45.2	268.2	0.8893	0.09	120
3	0.097	45.2	189.3	0.6413	0.0	1 045.6
4	2.201	24.6	103.4	0.3609	-	31 913.0
5	1.853	39.6	165.9	0.5664	-	31 913.0

Questions

- Calculer la puissance-chaleur transférée du circuit vapeur au circuit eau.
- Calculer l'exergie-transformation reçue par le condenseur au niveau du circuit vapeur.
- Calculer l'exergie-chaleur donnée par le circuit vapeur.
- Calculer l'exergie-chaleur reçue par le circuit eau.
- Calculer l'exergie-transformation donnée par le condenseur au niveau du circuit eau.
- Déterminer la nature et la répartition des pertes exergetiques du condenseur.
- Calculer le rendement exergetique du condenseur.

Solution

Puissance-chaleur transférée du circuit vapeur au circuit eau

Le bilan énergétique (10.7) du circuit vapeur, donne, compte tenu des deuxième et troisième hypothèses et selon (10.6), la puissance-chaleur transférée du circuit vapeur au circuit eau :

$$\dot{Q} = \dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_2 h_2 - \dot{M}_3 h_3 = 1\,994.417 \text{ MW}$$

Exergie-transformation reçue par le condenseur

L'exergie-transformation reçue par le condenseur au niveau du circuit vapeur est, conformément à la définition (10.93) et compte tenu des deuxième et troisième hypothèses :

$$\dot{E}_{y \text{ vap}}^+ = \dot{M}_1 k_1 + \dot{M}_2 k_2 - \dot{M}_3 k_3$$

Les coenthalpies aux points 1, 2 et 3 sont, selon la définition (10.69) :

$$k_1 = h_1 - T_a s_1 = 259.78 \text{ kJ/kg}$$

$$k_2 = h_2 - T_a s_2 = 18.17 \text{ kJ/kg}$$

$$k_3 = h_3 - T_a s_3 = 9 \text{ kJ/kg}$$

Nous obtenons finalement l'exergie-transformation reçue par le condenseur au niveau du circuit vapeur :

$$\dot{E}_{y \text{ vap}}^+ = 233.229 \text{ MW}$$

Exergie-chaleur donnée par le circuit vapeur

L'exergie-chaleur donnée par le circuit vapeur est, selon la définition (10.90) :

$$\dot{E}_{q \text{ vap}} = \left(1 - \frac{T_a}{T_1}\right) \dot{Q} = 233.053 \text{ MW}$$

Exergie-chaleur reçue par le circuit eau

L'exergie-chaleur reçue par le circuit eau est donnée, selon la définition (10.90), par la relation :

$$\dot{E}_{qe} = \int_4^5 \left(1 - \frac{T_a}{T_e}\right) \delta \dot{Q}$$

dans laquelle T_e désigne la température de l'eau de refroidissement variant de T_4 à T_5 .

L'exergie-chaleur élémentaire reçue par l'eau de refroidissement est, selon (5.159) et (4.181), compte tenu des deuxième et quatrième hypothèses :

$$\delta \dot{Q} = \dot{M}_4 dh_e = \dot{M}_4 \bar{c}_e dT_e$$

La chaleur spécifique moyenne de l'eau de refroidissement est :

$$\bar{c}_e = \frac{h_5 - h_4}{T_5 - T_4} = 4.167 \text{ kJ/(K kg)}$$

L'exergie-chaleur reçue par le circuit eau est finalement :

$$\dot{E}_{qe} = \dot{Q} - \dot{M}_4 \bar{c}_e T_a \ln \frac{T_5}{T_4} = 156.959 \text{ MW}$$

Exergie-transformation donnée par le condenseur

L'exergie-transformation donnée par le condenseur au niveau du circuit eau est, selon la définition (10.93), compte tenu des deuxième et troisième hypothèses :

$$\dot{E}_{ye}^- = \dot{M}_4(k_5 - k_4)$$

Les coenthalpies aux points 4 et 5 sont, conformément à la définition (10.69) :

$$k_4 = h_4 - T_a s_4 = 1.933 \text{ kJ/kg}$$

$$k_5 = h_5 - T_a s_5 = 6.66 \text{ kJ/kg}$$

Nous obtenons finalement l'exergie-transformation donnée par le condenseur au niveau du circuit eau :

$$\dot{E}_{ye}^- = 150.747 \text{ MW}$$

Pertes exergetiques

La perte exergetique globale est, selon (10.251) :

$$\dot{L} = \dot{E}_{y \text{ vap}}^+ - \dot{E}_{ye}^- = 82.482 \text{ MW}$$

Cette perte exergetique est répartie comme suit (voir § 10.5.2) :

- Perte exergetique due à la dissipation dans le circuit vapeur, donnée par (10.236) :

$$\dot{L}_{r \text{ vap}} = \dot{E}_{y \text{ vap}}^+ - \dot{E}_{q \text{ vap}} = 0.176 \text{ MW}$$

- Perte exergetique due au transfert-chaleur avec chute de température du circuit vapeur au circuit eau, donnée par (10.240) :

$$\dot{L}_t = \dot{E}_{q \text{ vap}} - \dot{E}_{qe} = 76.094 \text{ MW}$$

- Perte exergetique due à la dissipation dans le circuit eau, donnée par (10.243) :

$$\dot{L}_{re} = \dot{E}_{qe} - \dot{E}_{ye}^- = 6.212 \text{ MW}$$

Nous constatons que la perte exergetique la plus importante est celle due au transfert-chaleur avec chute de température.

La somme des trois pertes exergetiques est bien égale à la perte exergetique globale, selon (10.251) :

$$\dot{L} = \dot{L}_{r \text{ vap}} + \dot{L}_t + \dot{L}_{re} = 82.482 \text{ MW}$$

Rendement exergetique du condenseur

Le rendement exergetique du condenseur est, selon (10.232) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{ye}^-}{\dot{E}_{y \text{ vap}}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_{y \text{ vap}}^+} = 0.646 = 64.6 \%$$

10.D Réchauffeurs à mélange et à surface

Description

Soit un réchauffeur à mélange et un réchauffeur à surface, utilisés dans des centrales à vapeur à soutirage (fig. 10.5).

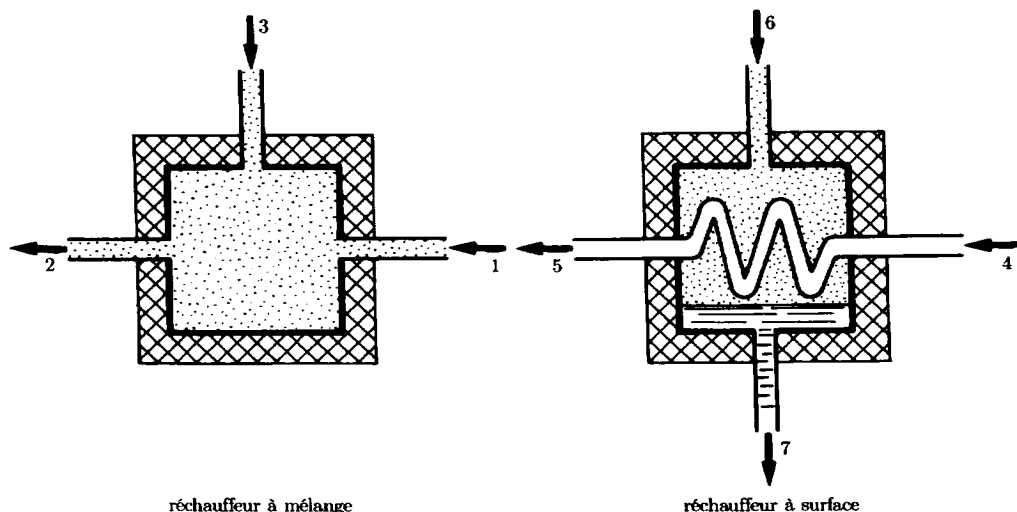


Fig. 10.5

Dans le réchauffeur à mélange, l'eau d'alimentation arrivant au point 1 est mélangée avec de la vapeur de soutirage injectée au point 3. Le mélange sort au point 2 sous forme liquide.

Dans le réchauffeur à surface, l'eau d'alimentation arrivant au point 4 est chauffée jusqu'au point 5 par la vapeur de soutirage injectée au point 6. La vapeur de soutirage se refroidit, se condense et sort au point 7.

Hypothèses

- Les transformations sont isobares.
- Les réchauffeurs sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.

Données

- Etat atmosphérique :
- Etats thermodynamiques :

$$P_a = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_a = 15^\circ\text{C}$$

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s —
1	25	30	127.90	0.4357
3	25	230	2 820.10	6.2920
4	25	30	127.90	0.4357
6	6	230	2 915.00	7.0999
7	6	158.84	670.42	1.9308

- Etats thermodynamiques de l'eau liquide à 25 bar :

\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
140	590.5	1.7368
150	633.4	1.8394
160	676.6	1.9402

- Débit-masse d'eau d'alimentation : $\dot{M}_1 = \dot{M}_4 = 25 \text{ kg/s}$
- Débit-masse de vapeur de soutirage : $\dot{M}_3 = \dot{M}_6 = 6 \text{ kg/s}$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique de l'eau aux points 2 et 5.
- Calculer la perte exergetique et le rendement de chacun des réchauffeurs.

Solution

Etat thermodynamique aux points 2 et 5

Point 2

Le Premier Principe (1.45) donne, compte tenu du bilan spatial de masse (3.47) et des deuxième, troisième et quatrième hypothèses :

$$h_2 = \frac{\dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_3 h_3}{\dot{M}_1 + \dot{M}_3} = 648.97 \text{ kJ/kg}$$

La pression est :

$$P_2 = P_1 = 25 \text{ bar}$$

La température et l'entropie massique sont calculées par interpolation entre les valeurs figurant dans les tables :

$$\hat{T}_2 = 153.6^\circ\text{C}$$

$$s_2 = 1.8757 \text{ kJ/(K kg)}$$

Point 5

De façon analogue à ce qui précède, nous obtenons :

$$h_5 = h_4 + \frac{\dot{M}_6}{\dot{M}_4} (h_6 - h_7) = 666.6 \text{ kJ/kg}$$

$$P_5 = P_4 = 25 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_5 = 157.7^\circ\text{C}$$

$$s_5 = 1.9169 \text{ kJ/(K kg)}$$

Perte exergetique et rendement des réchauffeurs

Réchauffeur à mélange

Le bilan exergetique (10.43) donne, compte tenu des deuxième, troisième et quatrième hypothèses :

$$\dot{L} = \dot{E}_y^+ = \dot{M}_1 k_1 + \dot{M}_3 k_3 - \dot{M}_2 k_2$$

Comme au paragraphe 10.5.3, considérons deux écoulements juxtaposés de débits-masse \dot{M}_1 et \dot{M}_3 . Nous pouvons décomposer l'exergie-transformation comme suit :

$$\dot{E}_y^+ = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^-$$

$$\dot{E}_{y\alpha}^+ = \dot{M}_3(k_3 - k_2)$$

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{M}_1(k_2 - k_1)$$

En tenant compte de la définition (10.69), nous obtenons :

$$\dot{E}_{y\alpha}^+ = \dot{M}_3((h_3 - h_2) - T_a(s_3 - s_2)) = 5391.5 \text{ kW}$$

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{M}_1((h_2 - h_1) - T_a(s_2 - s_1)) = 2653.1 \text{ kW}$$

Les pertes exergetiques sont alors :

$$\dot{L} = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^- = 2738.3 \text{ kW}$$

Le rendement exergetique est, selon (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{y\beta}^-}{\dot{E}_{y\alpha}^+} = 0.492 = 49.2 \%$$

Réchauffeur à surface

Le bilan exergetique (10.43) donne, compte tenu des deuxième, troisième et quatrième hypothèses :

$$\dot{L} = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^-$$

$$\dot{E}_{y\alpha}^+ = \dot{M}_6(k_6 - k_7)$$

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{M}_4(k_5 - k_4)$$

En tenant compte de la définition (10.69) nous obtenons :

$$\dot{E}_{y\alpha}^+ = \dot{M}_6((h_6 - h_7) - T_a(s_6 - s_7)) = 4530.6 \text{ kW}$$

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{M}_4((h_5 - h_4) - T_a(s_5 - s_4)) = 2797.5 \text{ kW}$$

Les pertes exergetiques sont alors :

$$\dot{L} = 1733.1 \text{ kW}$$

Le rendement exergetique est, selon (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{y\beta}^-}{\dot{E}_{y\alpha}^+} = 0.617 = 61.7 \%$$

10.E Turbine haute pression de la centrale de Leibstadt

Description

Considérons la turbine à vapeur haute pression de la centrale de Leibstadt (Suisse), comportant deux soutirages de vapeur et fournissant la puissance-travail \dot{E}^- (fig. 10.6).

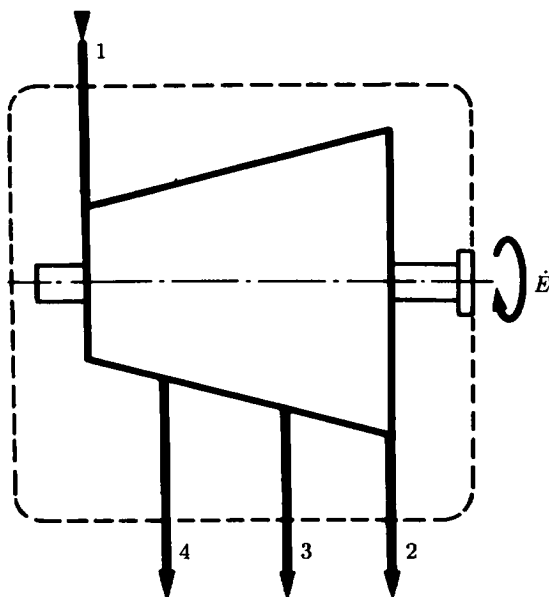


Fig. 10.6

Hypothèses

- La turbine est parfaitement calorifugée.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Les débits de fuite aux labyrinthes sont négligeables.
- Le régime est permanent.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_a = 8^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	x —	\dot{M} [kg/s]
1	67.23	283.1	2 769.8	5.8236	1	1 482.092
2	10.7	182.8	2 503.8	5.9566	0.863	1 365.588
3	24.6	223.1	2 618.0	5.8915	0.9	61.019
4	16.2	202.0	2 559.7	5.9240	0.88	55.485

Questions

- Calculer la perte exergétique de la turbine.
- Calculer le rendement exergétique de la turbine.

Solution

Perte exergétique

La perte exergétique est, selon le bilan exergétique (10.43) :

$$\dot{L} = \dot{E}_y^+ - \dot{E}^-$$

L'exergie-transformation reçue par le système au niveau de la vapeur est, compte tenu des trois dernières hypothèses et selon (10.103) :

$$\dot{E}_y^+ = \sum_j k_j \dot{M}_j^+ = \dot{M}_1 k_1 - \dot{M}_2 k_2 - \dot{M}_3 k_3 - \dot{M}_4 k_4$$

La puissance-travail donnée par le système au niveau du rotor est exprimée, en vertu du Premier Principe (1.47) et compte tenu des hypothèses, par le bilan énergétique :

$$\dot{E}^- = \sum_j h_j \dot{M}_j^+ = \dot{M}_1 h_1 - \dot{M}_2 h_2 - \dot{M}_3 h_3 - \dot{M}_4 h_4 = 384.166 \text{ MW}$$

La perte exergétique est donc, conformément à la définition (10.69) :

$$\dot{L} = T_a \sum_j s_j \dot{M}_j^- = T_a (\dot{M}_2 s_2 + \dot{M}_3 s_3 + \dot{M}_4 s_4 - \dot{M}_1 s_1) = 53.794 \text{ MW}$$

Rendement exergétique

Le rendement exergétique de la turbine est, conformément à la définition (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_y^+} = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}^- + \dot{L}} = 0.877 = 87.7 \%$$

10.F Compresseur paraïsotherme d'une installation frigorifique

Description

Soit le compresseur paraïsotherme d'une installation frigorifique, représenté par le schéma de la figure 10.7.

Le compresseur comporte les deux réseaux qui suivent :

- 1-2 : Réseau frigorifique. Le fluide frigorigène parcourt le corps basse pression BP, le refroidisseur R et le corps haute pression HP. Il reçoit la puissance-travail \dot{E}^+ et donne la puissance-chaleur \dot{Q} .
- 3-4 : Réseau de refroidissement (circuit air). L'air parcourt le refroidisseur R et reçoit la puissance-chaleur \dot{Q} .

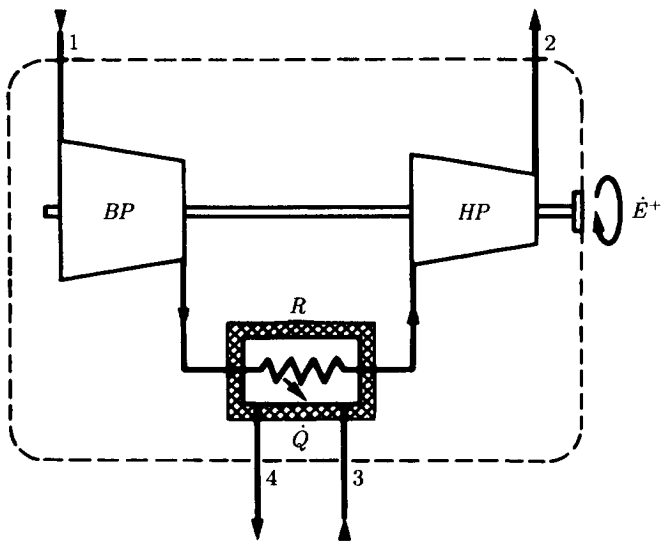


Fig. 10.7

Hypothèses

- Le compresseur est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_a = 10^\circ\text{C}$

- Etats thermodynamiques du fluide frigorigène :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	2.6	0	353.42	1.5726
2	4.8	20	362.48	1.5661

- Débit-masse de fluide frigorigène : $\dot{M}_F = 0.5 \text{ kg/s}$
- Etats thermodynamiques de l'air :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]
3	1.0005	10
4	1	20

- Constante massique de l'air : $r_A = 0.288 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pA} = 1.054 \text{ kJ/(K kg)}$
- Puissance-travail reçue : $\dot{E}^+ = 15 \text{ kW}$

Questions

- Calculer le débit-masse d'air.
- Calculer la puissance-chaleur transférée du circuit de fluide frigorigène au circuit air.
- Indiquer qualitativement la nature des pertes exergétiques du compresseur.
- Calculer la perte exergétique due à la dissipation dans le circuit air.
- Calculer la perte exergétique globale du compresseur.
- Calculer le rendement exergétique du compresseur.

Solution

Débit-masse d'air

Le bilan énergétique (10.7) du système limité par la frontière indiquée dans la figure 10.7 donne, compte tenu des hypothèses ainsi que selon (2.60) et (10.6) :

$$\dot{E}^+ = \dot{M}_F(h_2 - h_1) + \dot{M}_A(h_4 - h_3) = \dot{M}_F(h_2 - h_1) + \dot{M}_A c_{pA}(T_4 - T_3)$$

Le débit-masse d'air est donc :

$$\dot{M}_A = \frac{\dot{E}^+ - \dot{M}_F(h_2 - h_1)}{c_{pA}(T_4 - T_3)} = 0.993 \text{ kg/s}$$

Puissance-chaleur transférée du circuit de fluide frigorigène au circuit air

Le bilan énergétique (10.7) du refroidisseur R donne, compte tenu des hypothèses, la puissance-chaleur transférée du circuit de fluide frigorigène au circuit air :

$$\dot{Q} = \dot{M}_A c_{pA}(T_4 - T_3) = 10.47 \text{ kW}$$

Pertes exergétiques

La perte exergétique globale du compresseur est répartie comme suit :

- Corps BP :
 - perte exergétique due à la dissipation dans le fluide frigorigène.
- Refroidisseur R :
 - perte exergétique due à la dissipation dans le fluide frigorigène ;
 - perte exergétique due au transfert-chaleur, avec chute de température, entre le fluide frigorigène et l'air ;
 - perte exergétique due à la dissipation dans l'air.
- Corps HP :
 - perte exergétique due à la dissipation dans le fluide frigorigène.

Perte exergétique due à la dissipation dans le circuit air

La perte exergétique due à la dissipation dans le circuit air est, selon (10.243) :

$$\dot{L}_{rA} = \dot{E}_{qA}^+ - \dot{E}_{yA}^-$$

L'exergie-chaleur reçue par le circuit air est donnée, conformément à la définition (10.90), par la relation :

$$\dot{E}_{qA}^+ = \int_3^4 \left(1 - \frac{T_a}{T_A} \right) \delta \dot{Q}$$

dans laquelle T_A désigne la température de l'air variant de T_3 à T_4 .

La puissance-chaleur élémentaire reçue par l'air est, selon (2.60) et (4.181), compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$\delta\dot{Q} = \dot{M}_A dh_A = \dot{M}_A c_{pA} dT_A$$

L'exergie-chaleur reçue par le circuit air est finalement :

$$\dot{E}_{qA}^+ = \dot{Q} - \dot{M}_A c_{pA} T_a \ln \frac{T_4}{T_3} = 0.18 \text{ kW}$$

L'exergie-transformation donnée par le refroidisseur R au niveau du circuit air est, conformément à la définition (10.93), compte tenu des deuxième et troisième hypothèses :

$$\dot{E}_{yA}^- = \dot{M}_A (k_4 - k_3)$$

La variation de coenthalpie massique de l'air entre les points 3 et 4 est, conformément à la définition (10.69), compte tenu de la dernière hypothèse, ainsi que selon (2.60) et (2.66) :

$$k_4 - k_3 = c_{pA} (T_4 - T_3) - T_a \left(c_{pA} \ln \frac{T_4}{T_3} - r_A \ln \frac{P_4}{P_3} \right) = 0.141 \text{ kJ/kg}$$

L'exergie-transformation est donc :

$$\dot{E}_{yA}^- = 0.14 \text{ kW}$$

Nous obtenons finalement la perte exergétique due à la dissipation dans le circuit air :

$$\dot{L}_{rA} = 0.04 \text{ kW} = 40 \text{ W}$$

Perte exergétique globale

La perte exergétique globale du compresseur est, en vertu du bilan exergétique (10.43) et compte tenu de la première hypothèse :

$$\dot{L} = \dot{E}^+ - \dot{E}_{yF}^- - \dot{E}_{yA}^-$$

L'exergie-transformation donnée par le compresseur au niveau du circuit frigorigène est, conformément à la définition (10.93), compte tenu des deuxième et troisième hypothèses :

$$\dot{E}_{yF}^- = \dot{M}_F (k_2 - k_1)$$

Les coenthalpies massiques du fluide frigorigène aux points 1 et 2 sont, conformément à la définition (10.69) :

$$k_1 = h_1 - T_a s_1 = -91.8617 \text{ kJ/kg}$$

$$k_2 = h_2 - T_a s_2 = -80.9612 \text{ kJ/kg}$$

L'exergie-transformation est donc :

$$\dot{E}_{yF}^- = 5.45 \text{ kW}$$

Nous obtenons finalement la perte exergétique globale du compresseur :

$$\dot{L} = 9.41 \text{ kW}$$

Rendement exergetique du compresseur

Le rendement exergetique du compresseur est, selon (10.165) et (10.166) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{yF}^- + \dot{E}_{yA}^-}{\dot{E}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}^+} = 0.373 = 37.3 \%$$

10.G Compresseur refroidi

Description

Pour obtenir de l'air comprimé à une pression et une température déterminées, on utilise un compresseur et un transmetteur d'énergie thermique utilisant l'eau comme fluide de refroidissement (fig. 10.8).

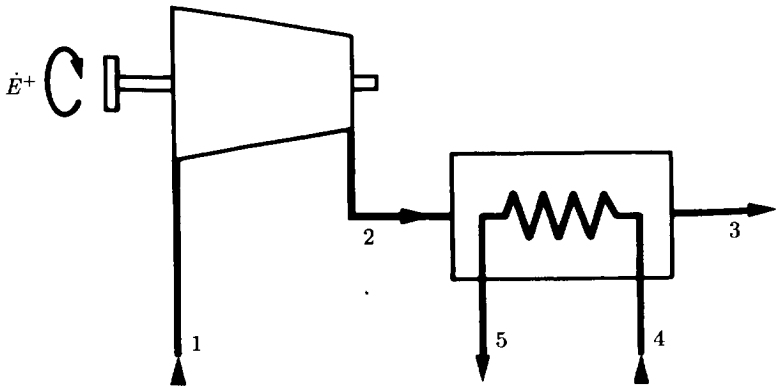


Fig. 10.8

Hypothèses

- Le compresseur et le transmetteur d'énergie thermique sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée dans le transmetteur d'énergie thermique.
- Le régime est permanent.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat atmosphérique :
- Etats thermodynamiques de l'air :

$$P_a = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_a = 15^\circ\text{C}$$

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]
1	1	15
2	4	—
3	4	35

- Constante massique de l'air : $r = 0.287 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1.005 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Débit-masse d'air : $\dot{M}_a = 0.5 \text{ kg/s}$
- Puissance-travail reçue par l'air : $\dot{E}^+ = 100 \text{ kW}$
- Température de l'eau au point 4 : $\hat{T}_4 = 15^\circ\text{C}$
- Température de l'eau au point 5 : $\hat{T}_5 = 22^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c = 4.18 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer la température de l'air à la sortie du compresseur.
- Calculer le rendement isentrope du compresseur.
- Calculer la perte et le rendement exergétiques du compresseur.
- Calculer le débit-masse d'eau de refroidissement.
- Calculer la perte et le rendement exergétiques du transmetteur d'énergie thermique.
- La perte et le rendement exergétiques du système.

Solution

Température à la sortie du compresseur

Le Premier Principe (1.45), appliqué au compresseur, donne, compte tenu des première, deuxième et quatrième hypothèses :

$$\dot{E}^+ = \dot{M}_a(h_2 - h_1)$$

Cette relation devient, selon (2.60) :

$$\dot{E}^+ = \dot{M}_a c_p (T_2 - T_1)$$

Nous en déduisons la température à la sortie du compresseur :

$$T_2 = T_1 + \frac{\dot{E}^+}{\dot{M}_a c_p} = 487.15 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 214^\circ\text{C}$$

Rendement isentrope du compresseur

Le rendement isentrope du compresseur est donné par (4.236) :

$$\eta_{Cs} = \frac{\pi^\Gamma - 1}{\tau - 1}$$

Le facteur calorifique est, selon (2.76) :

$$\Gamma = \frac{r}{c_p} = 0.286$$

Nous obtenons le rendement isentrope :

$$\eta_{Cs} = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^\Gamma - 1}{\frac{T_2}{T_1} - 1} = 0.703$$

Perte et rendement exergetiques du compresseur

La perte exergetique est, selon (2.66) et (10.290) :

$$\dot{L}_C = \dot{M}_a T_a \left(-r \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \right) = 18.71 \text{ kW}$$

Le rendement exergetique est, selon (10.165) :

$$\eta_C = 1 - \frac{\dot{L}_C}{\dot{E}^+} = 0.813 = 81.3 \%$$

Débit-masse d'eau de refroidissement

Le Premier Principe (1.45), appliqué au transmetteur d'énergie thermique, donne, compte tenu des première, deuxième et quatrième hypothèses :

$$\dot{M}_e (h_5 - h_4) = \dot{M}_a (h_2 - h_3)$$

Cette relation donne, selon (2.60), (5.159) et (4.57) :

$$\dot{M}_e c (T_5 - T_4) = \dot{M}_a c_p (T_2 - T_3)$$

Nous en déduisons le débit-masse d'eau de refroidissement :

$$\dot{M}_e = \frac{c_p (T_2 - T_3)}{c (T_5 - T_4)} \dot{M}_a = 3.07 \text{ kg/s}$$

Perte et rendement exergetiques du transmetteur d'énergie thermique

La perte exergetique est, selon le bilan exergetique (10.43) et compte tenu de la première hypothèse :

$$\dot{L}_E = \dot{E}_{yA}^+ - \dot{E}_{ye}^-$$

Les exergies-transformation sont, selon (10.69) et (10.93) :

$$\dot{E}_{yA}^+ = \dot{M}_a (k_2 - k_3) = \dot{M}_a ((h_2 - h_3) - T_a (s_2 - s_3))$$

$$\dot{E}_{ye}^- = \dot{M}_e (k_5 - k_4) = \dot{M}_e ((h_5 - h_4) - T_a (s_5 - s_4))$$

Ces relations deviennent, selon (2.60), (2.66), (3.173) et (5.159) :

$$\dot{E}_{yA}^+ = \dot{M}_a \left(c_p (T_2 - T_3) - T_a c_p \ln \frac{T_2}{T_3} \right) = 23.63 \text{ kW}$$

$$\dot{E}_{ye}^- = \dot{M}_e \left(c (T_5 - T_4) - T_a c \ln \frac{T_5}{T_4} \right) = 1.08 \text{ kW}$$

Nous obtenons finalement la perte exergetique :

$$\dot{L}_E = \dot{E}_{yA}^+ - \dot{E}_{ye}^- = 22.56 \text{ kW}$$

Le rendement exergetique est, selon (10.165) :

$$\eta_E = \frac{\dot{E}_{ye}^-}{\dot{E}_{yA}^+} = 0.045 = 4.5 \%$$

Perte et rendement exergetiques du système

La perte exergetique du système est donnée par la somme des pertes exergetiques de chacun des éléments :

$$\dot{L} = \dot{L}_C + \dot{L}_E = 41.27 \text{ kW}$$

Le rendement exergetique est alors, selon (10.165) :

$$\eta = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}^+} = 0.587 = 58.7 \%$$

10.H Installation de production d'air liquide

Description

Considérons l'installation de production d'air liquide, utilisant le procédé Linde, représentée par le schéma de la figure 10.9.

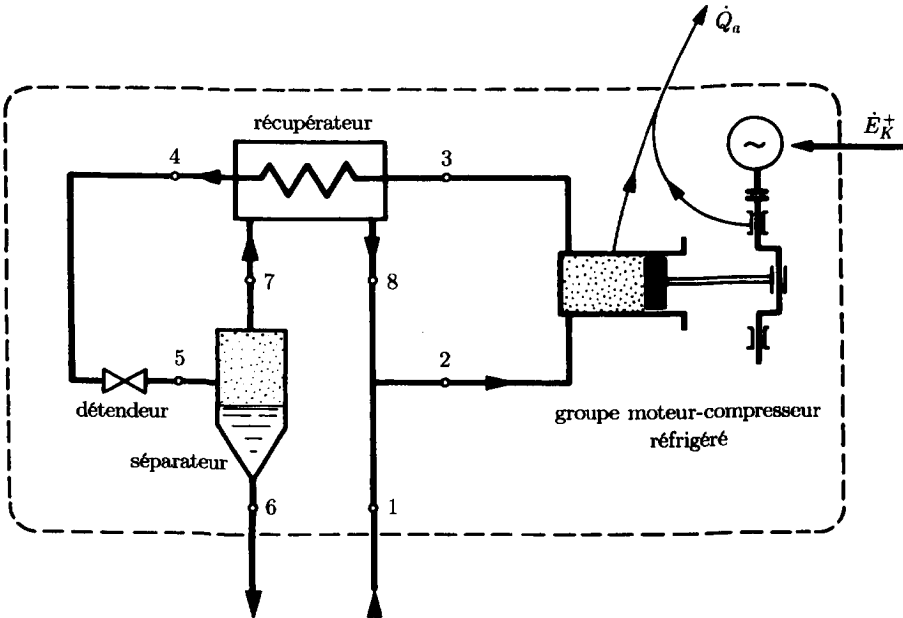


Fig. 10.9

L'air parcourant l'installation subit les transformations suivantes :

- 1 + 8-2 : mélange entre l'air atmosphérique admis à l'état 1 et l'air provenant du récupérateur à l'état 8 ;
- 2-3 : compression isotherme dans le compresseur refroidi, à plusieurs étages ;
- 3-4 : refroidissement, dans le récupérateur, par la vapeur d'air venant du séparateur ;
- 4-5 : détente de type Joule-Thomson, dans la vanne ;
- 5-6 + 7 : obtention, dans le séparateur, d'air liquide saturé (état 6) et de vapeur d'air saturée (état 7) ;
- 7-8 : chauffage, dans le récupérateur, de la vapeur d'air, par l'air comprimé venant du compresseur.

Hypothèses

- Tous les éléments de l'installation sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligeable dans le récupérateur, le séparateur et les conduites.
- Le régime est permanent.

Données

- Diagramme T - s relatif de l'air : figure 10.10
- Ce diagramme est donné à titre indicatif. Pour plus de précision, le lecteur doit recourir au diagramme original.
- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 27^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'air :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	\dot{M} [kg/s]
1	1	27	—
2	1	15	0.020
3	200	20	—
6	1	—	0.0015

- Efficacité globale du groupe moteur-rotor
du compresseur : $\epsilon_C = 0.95$
- Rendement isotherme du compresseur : $\eta_{Ct} = 0.6$

Questions

- Déterminer, à l'aide du diagramme T - s de l'air, l'état thermodynamique (P , T , h et s) relatif à tous les points de l'installation.
- Représenter l'évolution de l'état thermodynamique de l'air dans le diagramme T - s .
- Calculer la puissance électrique consommée par l'installation et en déduire l'énergie électrique nécessaire pour produire 1 kg d'air liquide à la pression de 1 bar.
- Déterminer la puissance-chaleur cédée à l'atmosphère par le groupe moteur-compresseur.
- Etablir le bilan énergétique de l'installation.
- Calculer l'efficacité de l'installation.
- Etablir le bilan exergétique de l'installation.
- Calculer le rendement exergétique de l'installation.
- Calculer les pertes exergétiques relatives à chaque élément de l'installation.

Solution

Cycle thermodynamique

Point 1 à 3

Pour ces points, les données P et T permettent de lire les grandeurs h et s sur le diagramme T - s relatif à l'air (fig. 10.10).

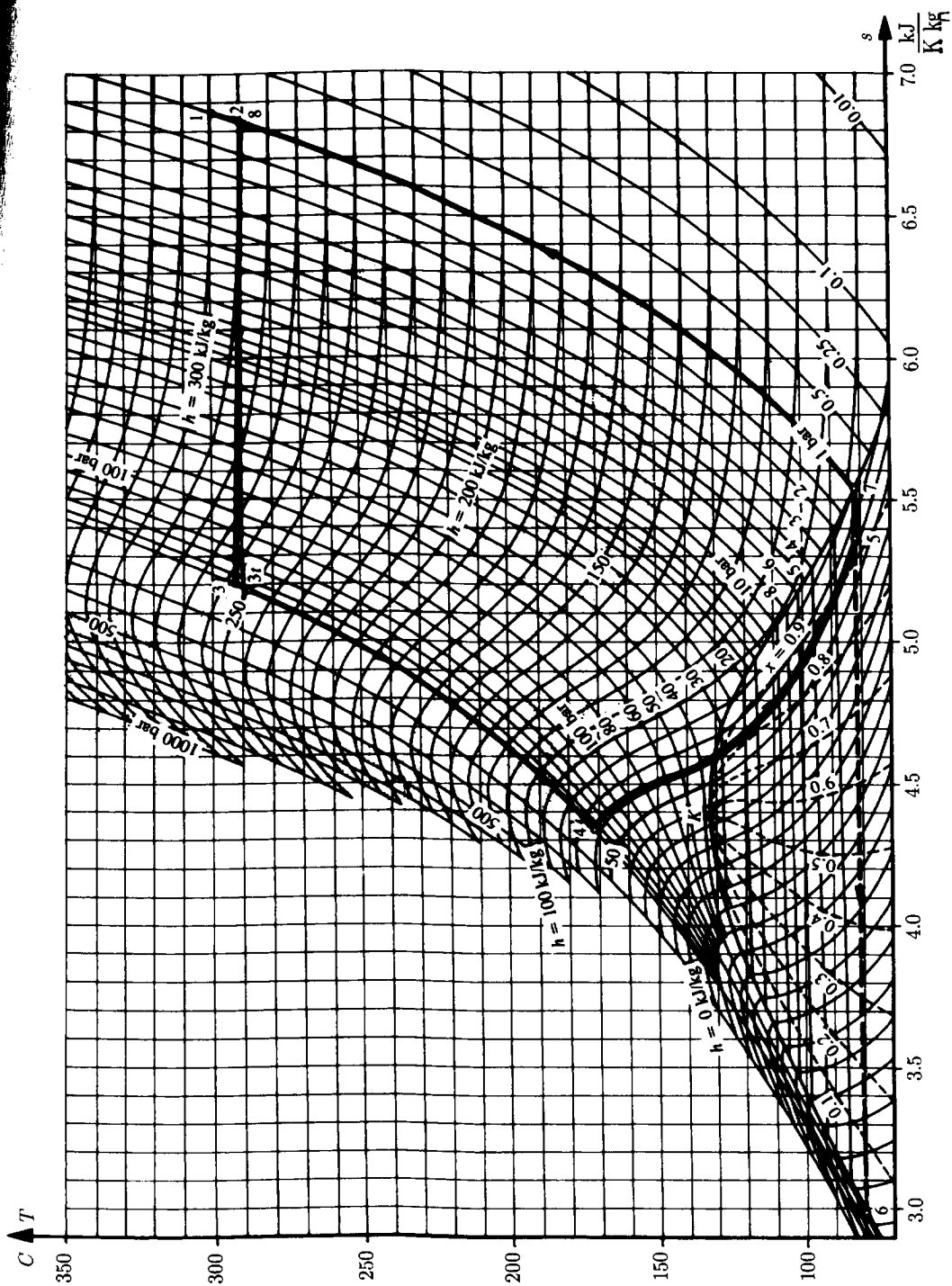


Fig. 10.10

Nous obtenons les états thermodynamiques de l'air :

Point	P [bar]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	1	300.15	300	6.87
2	1	288.15	288	6.83
3	200	293.15	257	5.2

Point 7

Nous avons, selon (4.57) et compte tenu des trois dernières hypothèses :

$$P_7 = P_6 = 1 \text{ bar}$$

En tenant compte du fait que l'état 7 est un état de vapeur saturée, nous obtenons, selon le diagramme T - s :

$$T_7 = 82 \text{ K}$$

$$h_7 = 78 \text{ kJ/kg}$$

$$s_7 = 5.54 \text{ kJ/(K kg)}$$

Point 8

Nous avons, compte tenu des trois dernières hypothèses et selon (4.57) :

$$P_8 = P_7 = 1 \text{ bar}$$

Le bilan de masse donne :

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_6 = 0.0015 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_8 = \dot{M}_7 = \dot{M}_5 - \dot{M}_6 = \dot{M}_2 - \dot{M}_6 = 0.0185 \text{ kg/s}$$

Le Premier Principe (1.47), donne, compte tenu des première, deuxième et quatrième hypothèses :

$$h_8 = \frac{\dot{M}_2 h_2 - \dot{M}_1 h_1}{\dot{M}_8} = 287 \text{ kJ/kg}$$

Les grandeurs P_8 et h_8 permettent de lire sur le diagramme T - s :

$$T_8 = 287 \text{ K}$$

$$s_8 = 6.82 \text{ kJ/(K kg)}$$

Point 4

Nous avons :

$$P_4 = P_3 = 200 \text{ bar}$$

Le Premier Principe (1.47), appliqué au récupérateur, donne, compte tenu des hypothèses :

$$h_4 = h_3 - \frac{\dot{M}_7(h_8 - h_7)}{\dot{M}_3} = 63.7 \text{ kJ/kg}$$

Les grandeurs P_4 et h_4 permettent de lire sur le diagramme T - s :

$$T_4 = 172 \text{ K}$$

$$s_4 = 4.34 \text{ kJ/(K kg)}$$

Point 5

Nous avons :

$$P_5 = P_6 = 1 \text{ bar}$$

Nous avons, selon (4.57) et compte tenu des hypothèses :

$$h_5 = h_4 = 63.7 \text{ kJ/kg}$$

Les grandeurs P_5 et h_5 permettent de lire sur le diagramme T - s :

$$T_5 = 81.5 \text{ K}$$

$$s_5 = 5.36 \text{ kJ/(K kg)}$$

Point 6

Nous avons, selon les données :

$$P_6 = 1 \text{ bar}$$

En tenant compte du fait que l'état 6 est un état liquide saturé, nous avons, selon le diagramme T - s :

$$T_6 = 79 \text{ K}$$

$$h_6 = -127 \text{ kJ/kg} \quad s_6 = 2.98 \text{ kJ/(K kg)}$$

L'évolution de l'état thermodynamique

L'évolution de l'état thermodynamique de l'air est représenté dans le diagramme de la figure 10.10.

Puissance électrique

L'énergie-travail massique reçue par le fluide, au niveau du compresseur, est, selon les définitions (4.225) et (4.219) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$e^+ = \frac{1}{\eta_{Ct}} \int_1^{3t} (v dP)_{T_1}$$

Le point $3t$ est situé à l'intersection de l'isotherme T_1 passant par le point 1 et de l'isobare P_3 passant par le point 3 (fig. 10.10). Nous avons, selon le diagramme T - s :

$$P_{3t} = P_3 = 200 \text{ bar} \quad T_{3t} = T_1 = 300.15 \text{ K}$$

$$h_{3t} = 250 \text{ kJ/kg} \quad s_{3t} = 5.18 \text{ kJ/(K kg)}$$

Nous obtenons finalement, selon les équations fondamentales (4.57) :

$$e^+ = \frac{h_{3t} - h_1 - T_1(s_{3t} - s_1)}{\eta_{Ct}} = 762.1 \text{ kJ/kg}$$

La puissance-travail reçue par le fluide, au niveau du compresseur, est donc, selon (4.30) :

$$\dot{E}^+ = \dot{M}_2 e^+ = 15.242 \text{ kW}$$

La puissance électrique consommée par l'installation est :

$$\dot{E}_C^+ = \frac{\dot{E}^+}{\epsilon_C} = 16.044 \text{ kW}$$

L'énergie électrique nécessaire pour produire 1 kg d'air liquide à la pression de 1 bar est donc :

$$e_C^+ = \frac{\dot{E}_C^+}{\dot{M}_6} = 10\,696 \text{ kJ/kg air liquide}$$

Puissance-chaleur cédée par le groupe moteur-compresseur

Le Premier Principe (équation (1.47) ou (4.57)), appliqué à l'installation, donne, compte tenu des hypothèses, la puissance-chaleur cédée par le groupe moteur-compresseur à l'eau de refroidissement, puis finalement à l'atmosphère :

$$\dot{Q}_a^- = \dot{E}_C^+ + \dot{M}_6(h_1 - h_6) = 16.684 \text{ kW}$$

Bilan énergétique

Le Premier Principe (1.53) donne le bilan énergétique de l'installation :

$$0 = \dot{E}_C^+ + \dot{Y}_A^+ - \dot{Q}_a^-$$

L'exergie-transformation de l'air liquide est, compte tenu des hypothèses, selon (10.12) :

$$\dot{Y}_A^+ = \dot{M}_6(h_1 - h_6) = 0.641 \text{ kW}$$

Efficacité

L'efficacité de l'installation est donnée arbitrairement (comparer à (10.22)) par la relation :

$$\epsilon = \frac{\dot{Y}_A^+}{\dot{E}_C^+} = 0.04 = 4 \%$$

Bilan exergetique

Le bilan exergetique de l'installation est, selon la relation générale (10.43) :

$$\dot{E}_{yA}^- = \dot{E}_C^+ - \dot{L}$$

L'exergie-transformation donnée par l'installation au niveau de l'air est exprimée, compte tenu des deuxième et quatrième hypothèses, selon (10.69) et (10.111) :

$$\dot{E}_{yA}^- = \dot{M}_6(k_6 - k_1) = \dot{M}_6(h_6 - h_1 - T_a(s_6 - s_1)) = 1.111 \text{ kW}$$

La perte exergetique globale est donc :

$$\dot{L} = \dot{E}_C^+ - \dot{E}_{yA}^- = 14.93 \text{ kW}$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique est, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{yA}^-}{\dot{E}_C^+} = 0.069 = 6.9 \%$$

Pertes exergetiques

Groupe moteur compresseur

Le groupe moteur-compresseur est le siège des irréversibilités suivantes :

- dissipation dans le fluide ;
- transfert-chaleur de la température du fluide à la température T_a de l'atmosphère, par l'intermédiaire de l'eau de refroidissement ;
- frottements mécaniques ;
- effet Joule dans le moteur électrique.

La perte exergetique globale dans le groupe moteur-compresseur est, selon le bilan exergetique (10.43), ainsi que (10.69) et (10.111) :

$$\dot{L}_C = \dot{E}_C^+ - \dot{E}_{yC}^- = \dot{E}_C^+ - \dot{M}_2(h_3 - h_2 - T_a(s_3 - s_2)) = 6.88 \text{ kW}$$

Récupérateur

La perte exergetique dans le récupérateur, due exclusivement au transfert-chaleur du réseau 3-4 au réseau 7-8, est, selon le bilan exergetique (10.43) :

$$\dot{L}_R = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^-$$

Les exergies-transformation $\dot{E}_{y\alpha}^+$ **reçue** par le récupérateur au niveau du circuit d'air 7-8 et $\dot{E}_{y\beta}^-$ **donnée** par le récupérateur au niveau du circuit d'air 3-4 sont, compte tenu des deuxième et quatrième hypothèses, selon (10.69) et (10.111) :

$$\dot{E}_{y\alpha}^+ = \dot{M}_8(k_7 - k_8)$$

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{M}_2(k_4 - k_3)$$

La perte exergetique dans le récupérateur est finalement :

$$\dot{L}_R = \dot{M}_8(h_7 - h_8 - T_a(s_7 - s_8)) - \dot{M}_2[h_4 - h_3 - T_a(s_4 - s_3)] = 1.94 \text{ kW}$$

Détendeur

La perte exergetique dans le détendeur, due à la dissipation dans le fluide, est exprimée, selon le bilan exergetique (10.43), ainsi que (10.69) et (10.103), compte tenu du fait que $h_5 = h_4$:

$$\dot{L}_D = \dot{E}_{yD}^+ = \dot{M}_2(k_4 - k_5) = \dot{M}_2 T_a(s_5 - s_4) = 6.11 \text{ kW}$$

Séparateur

La perte exergetique dans le séparateur, compte tenu de la troisième hypothèse, est nulle :

$$\dot{L}_S = 0$$

Il est intéressant de contrôler que la somme des différentes pertes exergetiques :

$$\dot{L} = \dot{L}_C + \dot{L}_R + \dot{L}_D + \dot{L}_S = 14.93 \text{ kW}$$

est bien égale à la perte exergetique globale calculée dans le paragraphe relatif au bilan exergetique.

10.1 Prix de l'énergie relatif à une installation

Description

Soit une centrale de cogénération électricité-chaleur à cycle de Rankine, représentée par le schéma simplifié de la figure 10.11.

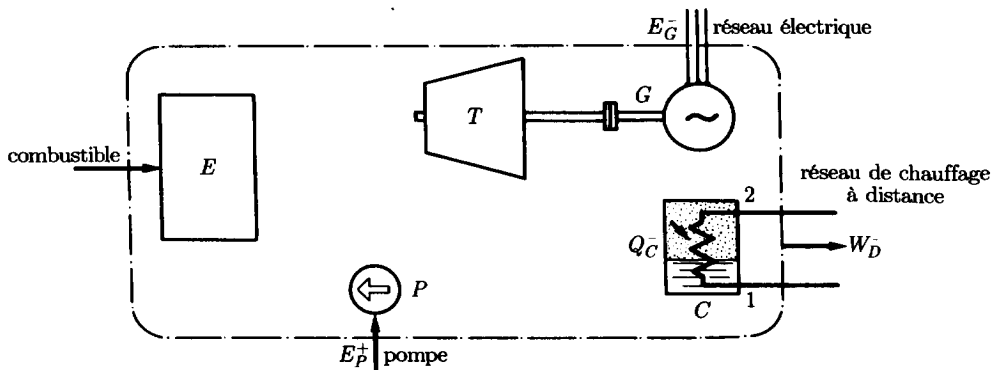


Fig. 10.11

L'installation comporte notamment un générateur de vapeur E , des turbines à vapeur T , un générateur électrique G , un transmetteur d'énergie thermique C et une pompe d'alimentation P . D'une part, elle consomme de l'énergie chimique (combustible) et de l'énergie électrique (pompe). D'autre part, elle fournit de l'énergie électrique au réseau électrique et de l'énergie thermique au réseau de chauffage à distance.

Hypothèses

- Tous les éléments de l'installation sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Données

Grandeurs intégrées sur un an :

- Energie électrique consommée par les pompes : $E_{P\text{an}}^+ = 30 \cdot 10^6 \text{ MJ}$
- Energie électrique fournie par le générateur : $E_{G\text{an}}^- = 360 \cdot 10^6 \text{ MJ}$
- Energie-transformation fournie au réseau de chauffage : $Y_{D\text{an}}^- = 250 \cdot 10^6 \text{ MJ}$
- Exergie-transformation fournie au réseau de chauffage : $E_{yD\text{an}}^- = 80 \cdot 10^6 \text{ MJ}$
- Dépenses fixes : $D_{\text{anf}} = 3.38 \cdot 10^6 \text{ CHF/an}$
- Dépenses variables : $D_{\text{anv}} = 12 \cdot 10^6 \text{ CHF/an}$

Vente de l'énergie :

- Prix de vente de l'énergie électrique : $P_e = 0.025 \text{ CHF/MJ}$

Régimes considérés :

- Etat atmosphérique Automne : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 10^\circ\text{C}$
- Etat atmosphérique Hiver max : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = -15^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'eau de chauffage :

Saison	Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
Automne	1	15	60	252.3	0.8302
	2	13	90	377.9	1.1916
Hiver max	1	15	70	294.2	0.9539
	2	5	130	546.5	1.6341

Questions

- Calculer le prix de revient moyen annuel de l'énergie-transformation (énergie thermique) fournie par l'installation au réseau de chauffage à distance, en admettant que l'énergie électrique est vendue au prix P_e (gestion ordinaire).
- Calculer le prix de revient moyen annuel de l'exergie fournie par l'installation (gestion exergétique).
- Pour les régimes considérés (automne et hiver maximum), calculer le prix de revient de l'énergie-transformation fournie par l'installation, sans préjuger du prix de vente de l'énergie électrique (gestion exergétique). Comparer ces résultats à ceux que l'on aurait obtenus en première approximation en considérant que la fourniture d'énergie thermique est faite sous forme d'énergie-chaleur.

Solution

Prix de revient moyen annuel de l'énergie-transformation (gestion ordinaire)

Dans la gestion ordinaire, on considère souvent que le produit principal est la chaleur et que l'électricité est un sous-produit vendu à un prix fixé par le marché extérieur.

Le prix de revient moyen annuel de l'énergie-transformation fournie par l'installation (énergie de chauffage) est alors :

$$\bar{P}_y = \frac{D_{anf} + D_{anv} - (E_{Gan}^- - E_{Pan}^+)P_e}{Y_{Dan}^-} = 0.029 \text{ CHF/MJ}$$

Remarquons que ce prix est « accroché » au prix de vente de l'électricité, qui est arbitraire par rapport à l'installation elle-même.

Prix de revient moyen annuel de l'exergie (gestion exergétique)

Dans la gestion exergétique, on considère que la chaleur et l'électricité interviennent corrélativement.

Le prix de revient moyen annuel de l'exergie est alors, selon (10.294) et compte tenu de la première hypothèse :

$$\bar{P}_x = \frac{D_{anf} + D_{anv}}{E_{Gan}^- - E_{Pan}^+ + E_{yDan}^-} = 0.038 \text{ CHF/MJ}$$

Nous constatons que cette valeur, qui est aussi le prix de revient de l'énergie électrique, est plus élevée que le prix de vente $P_e = 0.025$ CHF/MJ admis dans la gestion ordinaire

Prix de revient de l'énergie-transformation (gestion exergetique)

Si l'on désire référer le prix de revient non pas à l'unité exergetique, mais à l'unité énergétique, il faut passer du prix de l'exergie au prix de l'énergie thermique. Comme le prix de revient pour un régime déterminé est évidemment le même, nous avons la relation :

$$\dot{Y}_D^- P_{yx} = \dot{E}_{yD}^- \bar{P}_x$$

La puissance-transformation fournie par l'installation (puissance énergétique de chauffage) est, conformément à la définition (10.6) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$\dot{Y}_D^- = \dot{M}_D(h_2 - h_1)$$

L'exergie-transformation fournie par l'installation (puissance exergetique de chauffage) est, conformément à la définition (10.93) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$\dot{E}_{yD}^- = \dot{M}_D(k_2 - k_1)$$

Dans la gestion exergetique, le prix de revient de l'énergie-transformation fournie par l'installation (énergie de chauffage) est donc, pour un régime déterminé, compte tenu de (10.69) :

$$P_{yx} = \frac{\dot{E}_{yD}^-}{\dot{Y}_D^-} \bar{P}_x = \frac{k_2 - k_1}{h_2 - h_1} \bar{P}_x = \left(1 - \frac{T_a(s_2 - s_1)}{h_2 - h_1}\right) \bar{P}_x$$

Nous obtenons finalement les prix de revient de l'énergie-transformation :

$$\begin{aligned} \bar{P}_{yx} &= 0.007 \text{ CHF/MJ en automne} \\ &= 0.011 \text{ CHF/MJ en hiver max} \end{aligned}$$

Nous constatons que ces valeurs sont beaucoup plus faibles que la valeur $\bar{P}_y = 0.029$ CHF/MJ obtenue dans la gestion ordinaire.

Donc, dans la gestion ordinaire, l'électricité est vendue trop bon marché et, pour compenser, la chaleur devra être vendue beaucoup trop cher. Par contre, dans la gestion exergetique, l'électricité et la chaleur peuvent être vendues en tenant compte de leurs valeurs énergétiques respectives. Notamment, la chaleur doit être vendue plus cher en hiver qu'en automne, cela pour deux raisons, tout d'abord parce qu'elle est livrée à un niveau de température plus élevé et ensuite parce que la température de l'atmosphère est plus basse.

Si l'on considère que la fourniture d'énergie thermique est faite sous forme d'énergie-chaleur, il faut introduire la puissance-chaleur \dot{Q}_C^- donnée à l'eau du réseau de chauffage dans le transmetteur C. L'exergie-chaleur correspondante est, selon (10.90), donnée par la relation :

$$\dot{E}_{qC}^- = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) \delta \dot{Q}_C^- \cong \left(1 - \frac{T_a}{\bar{T}}\right) \dot{Q}_C^-$$

dans laquelle \bar{T} est la température moyenne de l'eau :

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 75^\circ\text{C} \text{ en automne}$$

$$= 100^\circ\text{C} \text{ en hiver max}$$

Nous avons cette fois-ci la relation :

$$\dot{Q}_C^- P_{qx} = \dot{E}_{qC}^- \bar{P}_x$$

Le prix de revient de l'énergie-chaleur est donc (voir aussi (10.295)) :

$$P_{qx} = \frac{\dot{E}_{qC}^-}{\dot{Q}_C^-} \bar{P}_x \cong \left(1 - \frac{T_a}{\bar{T}}\right) \bar{P}_x$$

Les valeurs P_{qx} sont très voisines de celles de P_{yx} , puisque les facteurs par lesquels il faut multiplier \bar{P}_x pour les obtenir sont respectivement, en automne et en hiver maximum :

$$1 - \frac{T_a}{(h_2 - h_1)/(s_2 - s_1)} = 0.185 \text{ et } 0.304$$

$$1 - \frac{T_a}{\bar{T}} = 0.187 \text{ et } 0.308$$

En fait, les valeurs de P_{qx} sont très légèrement supérieures à celles de P_{yx} . Mais il convient de remarquer qu'elles ne tiennent pas compte de la dissipation dans le réseau de chauffage entre les points 1 et 2, alors que le coût d'investissement correspondant est resté inclus dans les dépenses fixes annuelles.

10.J Ejecteur

Description

Il s'agit de calculer les performances exergetiques de l'éjecteur étudié dans le problème 5K. Nous utilisons les hypothèses, les données ainsi que les résultats déjà obtenus dans cet exercice.

Donnée supplémentaire

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$

Questions

- Etablir le bilan exergetique de l'éjecteur, rapporté à 1 kg de mélange.
- Calculer le rendement exergetique de l'éjecteur.
- Calculer les pertes exergetiques relatives à chaque élément de l'éjecteur, ainsi que la perte exergetique totale par kg de mélange.
- Calculer la perte exergetique totale par kg de mélange, en utilisant notamment la création d'entropie due aux irréversibilités internes.

Solution

Calculs préliminaires

Les coenthalpies totales aux différents points de l'éjecteur sont, selon (10.69) et (10.71), ainsi que compte tenu des hypothèses :

$$k_{c1} = k_1 = h_1 - T_a s_1 = 113.913 \text{ kJ/kg}$$

$$k_{c2} = k_2 = h_2 - T_a s_2 = 827.32 \text{ kJ/kg}$$

$$k_{c3} = h_3 - T_a s_3 + \frac{C_3^2}{2} = 757.039 \text{ kJ/kg}$$

$$k_{c3a} = k_{c1} = 113.913 \text{ kJ/kg}$$

$$k_{c4} = h_4 - T_a s_4 + \frac{C_4^2}{2} = 307.225 \text{ kJ/kg}$$

$$k_{c5} = k_5 = h_5 - T_a s_5 = 284.008 \text{ kJ/kg}$$

Bilan exergetique

Considérons l'éjecteur comme un système constitué de deux réseaux, d'écoulement α et β juxtaposés mais séparés, de débits-masse \dot{M}_1 et \dot{M}_2 .

Le bilan exergetique est alors, selon (10.43) :

$$\dot{E}_{y\alpha}^- = \dot{E}_{y\beta}^+ - \dot{I}$$

ou, sous forme massique, rapporté à 1 kg de mélange :

$$e_{y\alpha}^- = e_{y\beta}^+ - l$$

L'exergie-transformation massique donnée par l'éjecteur au niveau de la vapeur aspirée est, compte tenu des hypothèses, selon (10.111) :

$$e_{y\alpha}^- = \frac{\dot{E}_{y\alpha}^-}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2} = \frac{m}{1+m} (k_5 - k_1) = 77.476 \text{ kJ/kg}$$

L'exergie-transformation massique reçue par l'éjecteur au niveau de la vapeur motrice est, compte tenu des hypothèses, selon (10.111) :

$$e_{y\beta}^+ = \frac{\dot{E}_{y\beta}^+}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2} = \frac{1}{1+m} (k_2 - k_5) = 295.842 \text{ kJ/kg}$$

La perte exergetique totale par kg de mélange est donc :

$$l = e_{y\beta}^+ - e_{y\alpha}^- = 218.366 \text{ kJ/kg}$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique de l'éjecteur est, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta = \frac{e_{y\alpha}^-}{e_{y\beta}^+} = 1 - \frac{l}{e_{y\beta}^+} = 0.262 = 26.2 \%$$

Pertes exergetiques

Tuyère de Laval

La perte exergetique par kg de mélange est, en vertu du bilan exergetique (10.43) et selon (10.111) :

$$l_T = \frac{\dot{E}_{yT}^+}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2} = \frac{1}{1+m} (k_2 - k_{c3}) = 38.269 \text{ kJ/kg}$$

Conduite d'aspiration

Etant donné que l'état thermodynamique de la vapeur aspirée ne varie pas de 1 à 3a, la perte exergétique est nulle :

$$l_A = 0 \text{ kJ/kg}$$

Mélangeur

La perte exergétique par kg de mélange est, en vertu du bilan exergétique (10.43) et selon (10.111) :

$$l_M = \frac{\dot{E}_{yM}^+}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2} = \frac{m}{1+m} k_{c3a} + \frac{1}{1+m} k_{c3} - k_{c4} = 156.879 \text{ kJ/kg}$$

Diffuseur

La perte exergétique par kg de mélange est, en vertu du bilan exergétique (10.43) et selon (10.111) :

$$l_D = \frac{\dot{E}_{yD}^+}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2} = k_{c4} - k_5 = 23.218 \text{ kJ/kg}$$

Ejecteur

La perte exergétique par kg de mélange est donc bien :

$$l = l_T + l_A + l_M + l_D = 218.366 \text{ kJ/kg}$$

Perte exergétique totale

La perte exergétique totale par kg de mélange est, conformément à l'expression générale (10.112) :

$$l = T_a s^i = 218.366 \text{ kJ/kg}$$

Nous constatons que cette valeur est bien égale à celle obtenue précédemment, soit par le bilan exergétique, soit par la somme des pertes exergétiques individuelles.

10.K Détente sans transfert-travail (expérience de Gay-Lussac – Joule)

Description

Il s'agit d'effectuer l'analyse exergétique de l'expérience de Gay-Lussac – Joule (§ 10.2.7 et schéma de la figure 10.14, vol. I). Le gaz considéré est l'air.

Données

- | | |
|---|--|
| • Etat atmosphérique : | $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$ |
| • Etat thermodynamique initial de l'air : | $P_1 = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$ |
| • Volume du compartiment A : | $V_a = 10 \text{ dm}^3$ |
| • Volume du compartiment B : | $V_b = 5 \text{ dm}^3$ |
| • Constante massique de l'air : | $r = 0.287 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |

Questions

- Calculer la variation de coénergie totale ΔJ_{cz} de l'air.
- Calculer la perte exergétique L_r due à la dissipation.

Réponses

- $\Delta J_{cz} = -405.5 \text{ J}$
- $L_r = 405.5 \text{ J}$

10.L Ecoulement dans un diaphragme

Description

Soit un écoulement de vapeur d'eau traversant un diaphragme (voir exercice 4.Q).

Données

- | | |
|---|--|
| • Etat atmosphérique : | $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$ |
| • Pression de la vapeur d'eau à l'entrée : | $P_1 = 6.261 \text{ bar}$ |
| • Pression de la vapeur d'eau à la sortie : | $P_3 = 6.030 \text{ bar}$ |
| • Constante massique de la vapeur d'eau : | $r = 0.4615 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Débit-masse de vapeur d'eau : | $\dot{M} = 3.03 \text{ kg/s}$ |

Question

- Calculer la perte exergétique.

Réponse

- $\dot{L}_r = 15.41 \text{ kW}$

10.M Transfert-chaleur entre deux corps

Description

Il s'agit d'effectuer l'analyse exergétique du système décrit au paragraphe 10.2.7 et représenté par la figure 10.17 (vol. I). Les gaz α et β sont respectivement de l'oxygène et de l'azote.

Données

- | | |
|--|--|
| • Etat atmosphérique : | $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$ |
| • Température initiale de l'oxygène : | $\hat{T}_{\alpha 1} = 100^\circ\text{C}$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'oxygène : | $c_{v\alpha} = 65 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Masse de l'oxygène : | $M_\alpha = 2 \text{ kg}$ |
| • Température initiale de l'azote : | $\hat{T}_{\beta 1} = 20^\circ\text{C}$ |
| • Chaleur spécifique isochore de l'azote : | $c_{v\beta} = 0.746 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Masse de l'azote : | $M_\beta = 1 \text{ kg}$ |

Questions

- Calculer la température d'équilibre \hat{T}_2 à l'état final.
- Calculer l'énergie-chaleur $Q_{\alpha\beta}$ transférée de l'oxygène à l'azote.
- Calculer les exergies-chaleur $E_{q\alpha}^+$ reçue de l'oxygène et $E_{q\beta}^-$ donné à l'azote.
- Calculer la perte exergétique L_r due au transfert-chaleur.

Réponses

- $\hat{T}_2 = 70.83^\circ\text{C}$
- $Q_{\alpha\beta} = 37.92\text{ kJ}$
- $E_{q\alpha}^+ = 6.90\text{ kJ}$ $E_{q\beta}^- = 2.95\text{ kJ}$
- $L_r = 3.95\text{ kJ}$

10.N Mélange isochore de deux gaz

Description

Il s'agit d'effectuer l'analyse exergétique du mélange isochore de deux gaz (§ 10.2.7 et schéma de la figure 10.22, vol. I). Les gaz occupant les compartiments *A* et *B* sont respectivement de l'oxygène et de l'azote.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1\text{ bar}$
 $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique initial de l'oxygène
et de l'azote : $P = 1\text{ bar}$
 $\hat{T} = 25^\circ\text{C}$
- Volume du compartiment *A* : $V_a = 5\text{ dm}^3$
- Volume du compartiment *B* : $V_b = 15\text{ dm}^3$

Questions

- Calculer l'entropie de diffusion S^d relative au mélange.
- Calculer la perte exergétique correspondante L_d .
- Calculer les énergies-travail $E_{\text{O}_2}^-$ et $E_{\text{N}_2}^-$ que donneraient respectivement les détenteurs réversibles de l'oxygène et de l'azote.
- Calculer les exergies-chaleur $E_{q\text{O}_2}^-$ et $E_{q\text{N}_2}^+$ que devraient recevoir respectivement l'oxygène et l'azote pour que leur température reste constante.
- Calculer le travail maximal E_{max}^- qui pourrait être obtenu si le mélange était effectué de façon réversible, compte tenu de l'exergie-chaleur qu'il faudrait fournir au système pour qu'il suive la même transformation thermodynamique.

Réponses

- $S^d = 3.772\text{ J/kg}$
- $L_d = 1105.8\text{ J}$
- $E_{\text{O}_2}^- = 693.15\text{ J}$ $E_{\text{N}_2}^- = 431.52\text{ J}$

- $E_{qO_2}^- = 11.62 \text{ J}$ $E_{qN_2}^+ = 7.24 \text{ J}$
- $\dot{E}_{\max}^- = 1105.8 \text{ J}$

10.0 Mélange de plusieurs gaz, en régime permanent

Description

Considérons le mélangeur décrit au paragraphe 10.2.7 et représenté par le schéma de la figure 10.23 (vol. I). Il reçoit de l'air, du méthane et du propane et donne un mélange de ces trois gaz.

Hypothèses

- Le régime est permanent.
- L'air, le méthane et le propane sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Etat atmosphérique :
- Etat thermodynamique des gaz à l'entrée :

$$P_a = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$$

Gaz	P [bar]	\hat{T} [°C]
Air	3	100
CH ₄	6	20
C ₃ H ₈	6	20

- Pression du mélange à la sortie : $P = 2 \text{ bar}$
- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_A = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pA} = 1.009 \text{ kJ/(K kg)}$
- Débit-masse d'air : $\dot{M}_A = 90 \text{ kg/s}$
- Masse molaire du méthane : $\tilde{m}_{CH_4} = 16.04 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare du méthane : $c_{pCH_4} = 2.222 \text{ kJ/(K kg)}$
- Débit-masse du méthane : $\dot{M}_{CH_4} = 2 \text{ kg/s}$
- Masse molaire du propane : $\tilde{m}_{C_3H_8} = 44.10 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare du propane : $c_{pC_3H_8} = 1.643 \text{ kJ/(K kg)}$
- Débit-masse de propane : $\dot{M}_{C_3H_8} = 3 \text{ kg/s}$

Question

- Calculer l'augmentation d'entropie molaire \tilde{s}^i .

Réponse

- $\tilde{s}^i = 5.936 \text{ kJ/(K kmol)}$

10.P Chauffage isochore

Description

Il s'agit d'effectuer l'analyse exergetique des deux processus de chauffage suivants :

Cas I :

Chauffage isochore d'un fluide par énergie mécanique ou électrique (§ 10.3.1 et schéma de la figure 10.24, vol. I).

Cas II :

Chauffage isochore d'un fluide par énergie-chaleur (§ 10.4.1 et schéma de la figure 10.30, vol. I).

Le fluide considéré est de l'air dans les deux cas.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Volume du système : $V = 2 \text{ dm}^3$
- Etat thermodynamique initial de l'air : $P_1 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_1 = 25^\circ\text{C}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.287 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isochore de l'air : $c_v = 0.720 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Energie mécanique ou électrique reçue par l'air dans le cas I : $E^+ = 100 \text{ J}$
- Energie-chaleur reçue par l'air dans le cas II : $Q^+ = 100 \text{ J}$

Questions

Pour les deux cas, calculer :

- la température finale T_2 de l'air,
- l'augmentation d'entropie ΔS ,
- l'exergie-transformation E_y^- donnée par le système au niveau de l'air.

Pour le cas I, calculer :

- le rendement exergetique η du processus de chauffage,
- la perte exergetique globale L .

Pour le cas II, en prenant pour la température de la source thermique les deux valeurs $T_b = T_2$ et $T_b = \infty$, calculer :

- le rendement exergetique η du processus de chauffage,
- l'exergie-chaleur E_{qb}^+ reçue par le système au niveau de la source thermique,
- la perte exergetique L_t due au transfert-chaleur avec chute de température.

Réponses

Cas I

- $\hat{T}_2 = 84.42^\circ\text{C}$
- $\Delta S = 0.306 \text{ J/K}$

Cas II

- $\hat{T}_2 = 84.42^\circ\text{C}$
- $\Delta S = 0.306 \text{ J/K}$

Cas I

- $E_y^- = 10.34 \text{ J}$
- $\eta = 0.103 = 10.3 \%$
- $L = 89.7 \text{ J}$

Cas II

- $E_y^- = 10.34 \text{ J}$
- $\eta = 0.574 = 57.4 \%$ pour $T_b = T_2$
- $\eta = 0.103 = 10.3 \%$ pour $T_b = \infty$
- $E_{qb}^+ = 18 \text{ J}$ pour $T_b = T_2$
- $E_{qb}^+ = 100 \text{ J}$ pour $T_b = \infty$
- $L_t = 7.66 \text{ J}$ pour $T_b = T_2$
- $L_t = 89.7 \text{ J}$ pour $T_b = \infty$

10.Q Chauffage isobare

Description

Il s'agit d'effectuer l'analyse exergétique du système décrit au paragraphe 10.3.2 et représenté par la figure 10.28 (vol. I). Le gaz considéré est de l'air.

Données

- | | | |
|---|---|--------------------------------|
| • Etat atmosphérique : | $P_a = 1 \text{ bar}$ | $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$ |
| • Etat thermodynamique initial de l'air : | $P_1 = 1.5 \text{ bar}$ | $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$ |
| • Masse de l'air : | $M = 1 \text{ kg}$ | |
| • Chaleur spécifique isobare de l'air : | $c_p = 1.0087 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ | |
| • Constante massique de l'air : | $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ | |
| • Energie électrique consommée : | $E^+ = 100 \text{ kJ}$ | |

Questions

- Calculer la température finale T_2 de l'air.
- Calculer le travail E^- donné par le système.
- Calculer l'exergie-transformation E_y^- donnée par le système au niveau de l'air.
- Calculer le rendement exergétique η du chauffage.
- Calculer la perte exergétique L du chauffage.

Réponses

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------|
| • $\hat{T}_2 = 119.14^\circ\text{C}$ | |
| • $E^- = 9.524 \text{ kJ}$ | $E_y^- = 4.336 \text{ kJ}$ |
| • $\eta = 0.139 = 13.9 \%$ | $L = 86.14 \text{ kJ}$ |

10.R Chauffage en régime permanent

Description

Soit le système décrit au paragraphe 10.4.2 et représenté par le schéma de la figure 10.32 (vol. I).

Hypothèse

- la dissipation dans le fluide est négligeable.

Donnée

- Rapport entre la température d'entrée et la température de l'atmosphère : $\tau_1 = 1.5$

Questions

- Déterminer l'expression du rendement exergétique η en fonction des rapports de température :

$$\tau_1 = \frac{T_1}{T_a} \quad \tau_2 = \frac{T_2}{T_a} \quad \tau_b = \frac{T_b}{T_a}$$

- Tracer le diagramme du rendement exergétique η en fonction de τ_2 , avec τ_b comme paramètre, pour la valeur de τ_1 donnée.

Réponses

$$\eta = 1 - \frac{1}{\tau_b - 1} \left(\frac{\tau_b}{\tau_2 - \tau_1} \ln \frac{\tau_2}{\tau_1} - 1 \right)$$

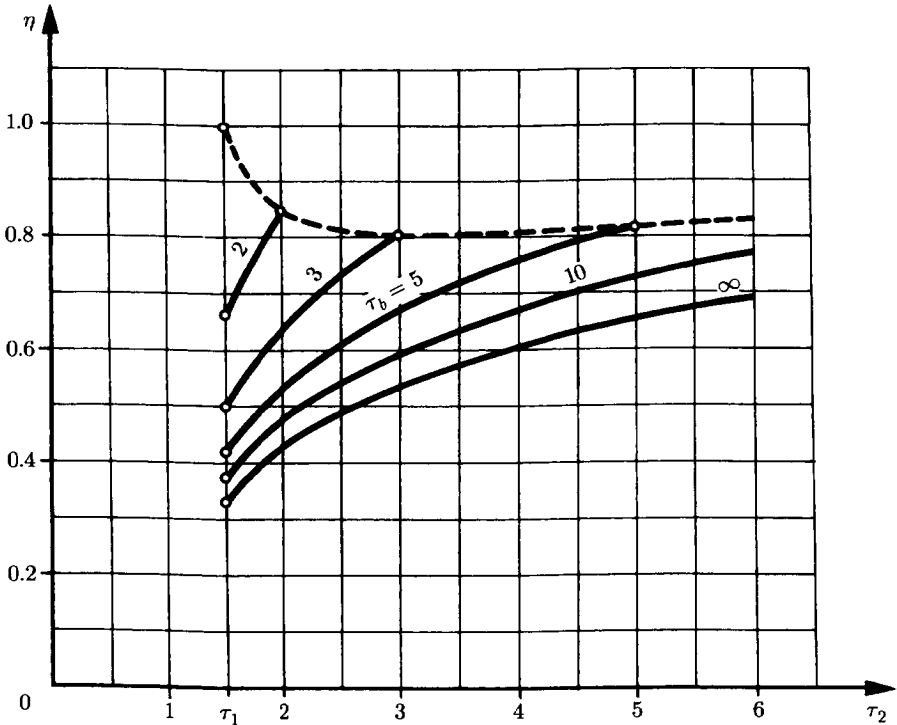


Fig. 10.12

10.S Accumulateur d'énergie thermique

Description

Il s'agit d'effectuer l'analyse exergetique d'un accumulateur d'énergie thermique (fig. 10.13). Les fluides α et β sont respectivement l'eau chauffante et l'eau chauffée. Le fluide β suit le processus de charge, de maintien et de décharge indiqué dans la figure 10.14. Durant la charge, la puissance-chaleur fournie par le fluide α est une fonction linéaire du temps.

Les températures d'entrée $T_{\alpha e}$ et $T_{\beta e}$ des fluides chauffant et chauffé sont constantes.

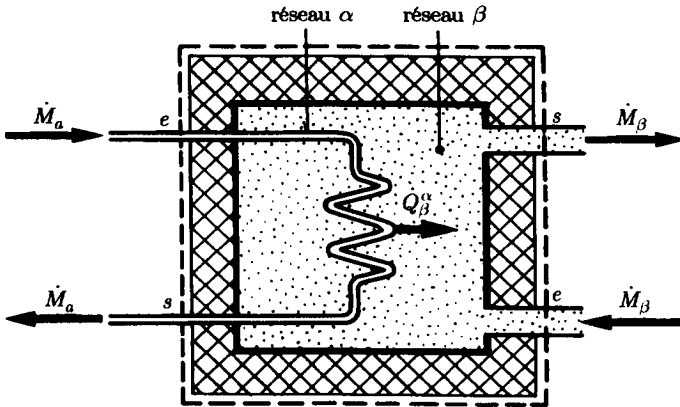


Fig. 10.13

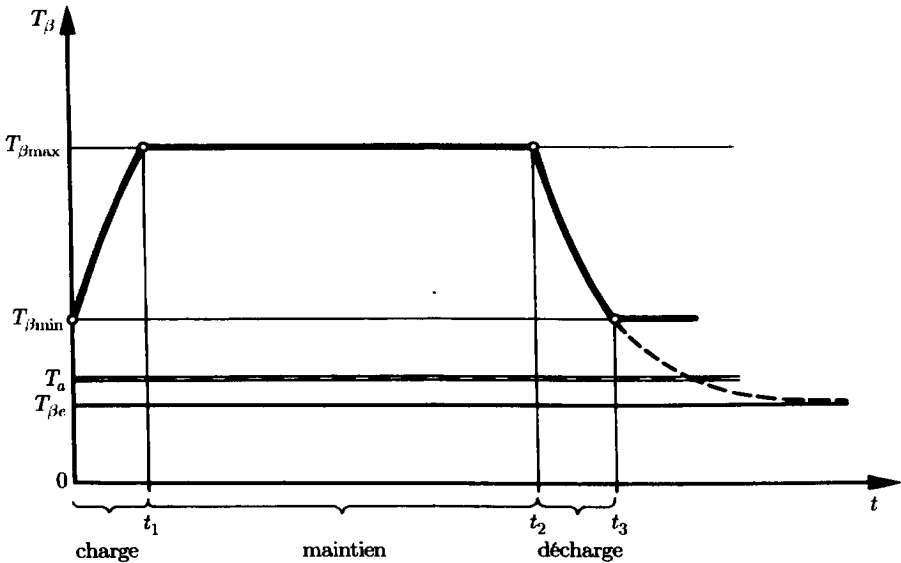


Fig. 10.14

Hypothèses

- La température du fluide β est homogène à l'intérieur de l'accumulateur.
- L'accumulateur est parfaitement calorifugé.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligeable.
- La chaleur spécifique de l'eau est constante.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Température d'entrée du fluide chauffant : $T_{\alpha e} = 80^\circ\text{C}$
- Débit-masse du fluide chauffant, durant la charge : $\dot{M}_\alpha = 200 \text{ kg/h}$
- Température d'entrée du fluide chauffé : $\hat{T}_{\beta e} = 15^\circ\text{C}$
- Température minimale du fluide chauffé dans l'accumulateur : $\hat{T}_{\beta \min} = 30^\circ\text{C}$
- Température maximale du fluide chauffé dans l'accumulateur : $\hat{T}_{\beta \max} = 60^\circ\text{C}$
- Débit-masse du fluide chauffé, durant la décharge : $\dot{M}_\beta = 100 \text{ kg/h}$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c_e = 4.19 \text{ kJ/(K kg)}$
- Temps de charge : $t_1 = 2 \text{ h}$
- Puissance-chaleur fournie par le fluide chauffant α durant la charge en fonction du temps : $\dot{Q} = \dot{Q}_0(1 - at)$
avec \dot{Q} en kW : $\dot{Q}_0 = 14.2 \text{ kW}$
 t en s : $a = 0.0001 \text{ s}^{-1}$
- Puissance-chaleur fournie par le fluide chauffant α durant la charge en fonction du temps :
 $\dot{Q} = \dot{Q}_0(1 - at)$ avec $\dot{Q}_0 = 14.2 \text{ kW}$ et $a = 0.0001 \text{ s}^{-1}$

Questions

- Calculer l'énergie-chaleur Q fournie par le fluide chauffant α durant la charge.
- Etablir la relation donnant la variation de la température de sortie $T_{\alpha s}$ du fluide chauffant en fonction du temps, durant la charge.
- Calculer la température de sortie $T_{\alpha s1}$ du fluide chauffant à la fin de la charge.
- Calculer l'exergie-transformation $E_{y\alpha}^+$ reçue par le système au niveau du circuit de chauffage, durant la charge.
- Calculer la masse d'eau M_β contenue dans l'accumulateur.
- Etablir la relation donnant la variation de la température de sortie $T_{\beta s}$ du fluide chauffé en fonction du temps, durant la décharge.
- Calculer le temps de décharge $(t_3 - t_2)$.
- Calculer l'exergie-transformation $E_{y\beta}^-$ donnée par le système au niveau du circuit d'utilisation, durant la décharge.

- Calculer le rendement exergetique η de l'accumulateur.
- Calculer la perte exergetique globale L .

Réponses

- $Q_c = 65433.6 \text{ kJ}$
- $\hat{T}_{\alpha s} = \hat{T}_{\alpha e} - \frac{\dot{Q}_0}{\dot{M}_{\alpha} c_e} (1 - at)$
- $\hat{T}_{\alpha s1} = 62.92^\circ \text{C}$
- $E_{y\alpha}^+ = 7472.42 \text{ kJ}$
- $M_\beta = 520.554 \text{ kg}$
- $\hat{T}_{\beta s} = \hat{T}_\beta = \hat{T}_{\beta e} + (\hat{T}_{\beta \max} - \hat{T}_{\beta e})e^{-(\dot{M}_\beta / M_\beta)t}$
- $t_3 - t_2 = 20588 \text{ s} = 5 \text{ h } 43 \text{ min } 8 \text{ s}$
- $E_{y\beta}^- = 2090.7 \text{ kJ}$
- $\eta = 0.280 = 28.0 \%$
- $L = 5381.72 \text{ kJ}$

Combustion

11.A Combustion d'une huile légère

Description

Il s'agit d'étudier la combustion d'une huile légère dans la chambre de combustion représentée par le schéma simplifié de la figure 11.1.

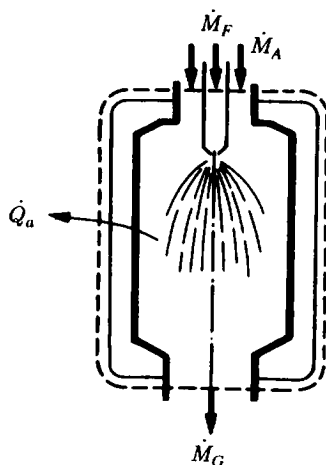


Fig. 11.1

Hypothèses

- L'air de combustion est sec.
- La combustion est complète.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.
- L'état standard (11.3) est considéré comme référence.

Données

- Analyse élémentaire du combustible :

$c_C^F = 0.86 \text{ kg C/kg F}$
$c_{H_2}^F = 0.13 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$
$c_{N_2}^F = 0.01 \text{ kg N}_2/\text{kg F}$
- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_A = 28.85 \text{ kg A/kmol A}$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\Delta h_i^0 = 42\,000 \text{ kJ/kg}$
- Facteur d'air caractérisant la combustion : $\lambda = 5$

Questions

- Calculer la composition en kilomoles du combustible par kilo de combustible et la quantité d'air par kilo de combustible.
- Déterminer la composition des gaz de combustion en kilomoles par kilo de combustible et les concentrations molaires des gaz de combustion.
- Calculer le pouvoir énergétique inférieur \underline{u}_i^0 du combustible.

Solution

Composition du combustible et quantité d'air

La composition en kilomoles du combustible F est, selon le tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_C}{M_F} = \frac{c_C^F}{12.01} = 0.0716 \text{ kmol C/kg F}$$

$$\frac{N_{H_2}}{M_F} = \frac{c_{H_2}^F}{2.02} = 0.0645 \text{ kmol H}_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{N_2}}{M_F} = \frac{c_{N_2}^F}{28.01} = 0.000357 \text{ kmol N}_2/\text{kg F}$$

La quantité d'air par kilo de combustible est, selon le tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_A}{M_F} = \frac{\lambda}{0.21} \left(\frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} \right) = 2.4711 \text{ kmol A/kg F}$$

Composition en kilomoles des gaz de combustion

Le nombre total de kilomoles de gaz de combustion est, compte tenu de la première hypothèse et du tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_{Gc}}{M_F} = 0.5 \frac{N_{H_2}}{M_F} + \frac{N_{N_2}}{M_F} + \frac{N_A}{M_F} = 2.5036 \text{ kmol Gc/kg F}$$

Le nombre de kilomoles de gaz carbonique est :

$$\frac{N_{CO_2}}{M_F} = \frac{N_C}{M_F} = 0.0716 \text{ kmol CO}_2/\text{kg F}$$

Le nombre de kilomoles d'eau sous forme de vapeur est :

$$\frac{N_{H_2O}}{M_F} = \frac{N_{H_2}}{M_F} = 0.0645 \text{ kmol H}_2\text{O/kg F}$$

Le nombre de kilomoles d'oxygène est :

$$\frac{N_{O_2G}}{M_F} = 0.21 \frac{N_A}{M_F} \left(1 - \frac{1}{\lambda} \right) = 0.4151 \text{ kmol O}_2/\text{kg F}$$

Le nombre de kilomoles d'azote est :

$$\frac{N_{N_2G}}{M_F} = 0.79 \frac{N_A}{M_F} + \frac{N_{N_2}}{M_F} = 1.9525 \text{ kmol N}_2/\text{kg F}$$

Il est intéressant de contrôler que la somme des kilomoles des différents produits de combustion est bien égale au nombre total de kilomoles calculé précédemment :

$$\frac{N_{Gc}}{M_F} = \frac{N_{CO_2}}{M_F} + \frac{N_{H_2O}}{M_F} + \frac{N_{O_2G}}{M_F} + \frac{N_{N_2G}}{M_F} = 2.5036 \text{ kmol Gc/kg F}$$

Les concentrations molaires des gaz de combustion sont donc :

$$\bar{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gc}} = \frac{N_{\text{CO}_2}/M_F}{N_{\text{Gc}}/M_F} = 0.0286 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol Gc}$$

$$\bar{c}_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{Gc}} = \frac{N_{\text{H}_2\text{O}}/M_F}{N_{\text{Gc}}/M_F} = 0.0257 \text{ kmol H}_2\text{O}/\text{kmol Gc}$$

$$\bar{c}_{\text{O}_2}^{\text{Gc}} = \frac{N_{\text{O}_2\text{G}}/M_F}{N_{\text{Gc}}/M_F} = 0.166 \text{ kmol O}_2/\text{kmol Gc}$$

$$\bar{c}_{\text{N}_2}^{\text{Gc}} = \frac{N_{\text{N}_2\text{G}}/M_F}{N_{\text{Gc}}/M_F} = 0.78 \text{ kmol N}_2/\text{kmol Gc}$$

Pouvoir énergétique inférieur du combustible

Le pouvoir énergétique inférieur $\underline{\Delta u}_i^0$ du combustible est, selon (11.5), compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$\underline{\Delta u}_i^0 = \underline{\Delta h}_i^0 + \left(\frac{N_{\text{Gc}}}{M_F} - \frac{N_A}{M_F} \right) \bar{r}T^0 = 42\,081 \text{ kJ/kg}$$

11.B Combustion incomplète d'une huile lourde

Description

Il s'agit d'étudier la combustion d'une huile lourde dans la chambre de combustion représentée par le schéma de la figure 11.1.

Hypothèses

- La chambre de combustion est parfaitement calorifugée.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.
- Le carbone imbrûlé est négligé dans le calcul de la chaleur spécifique isobare des gaz de combustion.
- L'état standard (11.3) est considéré comme référence.

Données

- Analyse élémentaire du combustible :

$c_{\text{C}}^{\text{F}} = 0.8618 \text{ kg C/kg F}$
$c_{\text{H}_2}^{\text{F}} = 0.1218 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$
$c_{\text{S}}^{\text{F}} = 0.0105 \text{ kg S/kg F}$
$c_{\text{O}_2}^{\text{F}} = 0.0038 \text{ kg O}_2/\text{kg F}$
$c_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{F}} = 0.0021 \text{ kg H}_2\text{O}/\text{kg F}$
- Etat thermodynamique du combustible à l'entrée de la chambre :

$P_F = 40 \text{ bar}$
$\hat{T}_F = 120^\circ\text{C}$
- Masse volumique du combustible :

$\rho_F = 843 \text{ kg/m}^3$

- Chaleur spécifique du combustible : $c_F = 2.06 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\Delta h_i^0 = 41\,640 \text{ kJ/kg}$
- Température de l'air à l'entrée de la chambre : $\hat{T}_A = 250^\circ\text{C}$
- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_A = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Concentrations molaires de certains constituants des gaz de combustion secs :
 $\tilde{c}_{\text{O}_2}^{\text{Gs}} = 0.0229 \text{ kmol O}_2/\text{kmol Gs}$
 $\tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gs}} = 0.1380 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol Gs}$
 $\tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gs}} = 0.0018 \text{ kmol CO/kmol Gs}$
- Relation approchée pour les chaleurs spécifiques isobares de l'air et des constituants des gaz de combustion, valable entre 0 et 1 200 °C :

$c_{pj} = \sum_{i=1}^6 a_{ji}(10^{-3}T)^{i-1}$ avec T en K et c_p en J/(K kg)

Constituant	Coefficients des polynômes de c_{pj}					
j	a_{j1}	a_{j2}	a_{j3}	a_{j4}	a_{j5}	a_{j6}
A	1 057.69	−462.92	1 182.59	−835.11	198.80	0
O ₂	999.56	−955.05	3 269.24	−3 871.85	2 065.51	−417.59
N ₂	1 115.35	−562.52	1 257.13	−829.38	186.38	0
CO ₂	432.54	1 785.41	−1 602.30	766.71	−152.33	0
CO	1 114.66	−597.47	1 439.48	−1 011.87	240.23	0
H ₂ O (vap)	1 920.74	−835.70	2 896.83	−2 805.54	1 412.17	−296.05
SO ₂	447.58	480.77	789.81	−1 863.10	1 293.31	−307.01

- Pouvoir énergétique du carbone pur : $\Delta h_C^0 = 32\,760 \text{ kJ/kg}$
- Pouvoir énergétique du monoxyde de carbone : $\Delta h_{\text{CO}}^0 = 10\,100 \text{ kJ/kg}$

Questions

- Calculer les chiffres caractéristiques du combustible : composition molaire du combustible par kg de combustible, quantité d'oxygène stoechiométrique (en kilomole par kg de combustible), quantité d'air stoechiométrique (en kilomole par kg de combustible), chiffre de carbone, chiffre de soufre et chiffre d'azote.
- Calculer le facteur d'air de la combustion.
- Déterminer la composition molaire des gaz de combustion secs.
- Déterminer les rapports des constituants des produits de combustion (en kilomole par kilomole de combustible) ainsi que les concentrations molaires des gaz de combustion.
- Calculer le rapport d'air en kg A/kg F et le rapport de gaz de combustion en kg G/kg F.
- Calculer la perte énergétique relative, liée aux imbrûlés (en %).

- Calculer la chaleur spécifique isobare moyenne de l'air entre T^0 et T_A .
- Calculer la température de combustion.

Solution

Chiffres caractéristiques du combustible

L'analyse élémentaire du combustible en kmol i/kg F est, selon le tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_C}{M_F} = \frac{c_C^F}{12.01} = 0.071757 \text{ kmol C/kg F}$$

$$\frac{N_{H_2}}{M_F} = \frac{c_{H_2}^F}{2.02} = 0.06297 \text{ kmol H}_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_S}{M_F} = \frac{c_S^F}{32.07} = 0.0003274 \text{ kmol S/kg F}$$

$$\frac{N_{O_2}}{M_F} = \frac{c_{O_2}^F}{32} = 0.0001188 \text{ kmol O}_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{H_2O}}{M_F} = \frac{c_{H_2O}^F}{18.015} = 0.0001165 \text{ kmol H}_2\text{O/kg F}$$

La quantité d'oxygène stoechiométrique est, selon le tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_{O_2 \text{ st}}}{M_F} = \frac{N_C}{M_F} + 0.5 \frac{N_{H_2}}{M_F} + \frac{N_S}{M_F} - \frac{N_{O_2}}{M_F} = 0.10211 \text{ kmol O}_2/\text{kg F}$$

La quantité d'air stoechiométrique est donc :

$$\frac{N_{A \text{ st}}}{M_F} = \frac{c N_{O_2 \text{ st}}/M_F}{0.21} = 0.48626 \text{ kmol A/kg F}$$

Le chiffre de carbone est donné par (11.168) :

$$\sigma = \frac{N_{O_2 \text{ st}}}{M_F} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 1.423$$

Le chiffre de soufre est donné par (11.177) :

$$\kappa = \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 0.00456$$

Le chiffre d'azote est donné par (11.178) :

$$\nu = \frac{c_{N_2}^F}{\tilde{m}_{N_2}} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 0$$

Facteur d'air de la combustion

Le rapport de gaz de combustion secs est, selon (11.199) :

$$\begin{aligned} \frac{N_{Gs}}{M_F} &= \frac{(0.79(\sigma - 1) + 0.21(\kappa + \nu))(c_C^F/\tilde{m}_C)}{0.21 - \tilde{c}_{O_2}^{Gs} - \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} - (1.21/2)\tilde{c}_{CO}^{Gs}} \\ &= 0.50095 \text{ kmol Gs/kg F} \end{aligned}$$

Le bilan de carbone (11.181) donne le rapport de carbone imbrûlé :

$$\frac{N_{Ci}}{N_{Gs}} = \frac{c_C^F/\tilde{m}_C}{N_{Gs}/M_F} - (\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO}^{Gs}) = 0.00344 \text{ kat Ci/kmol Gs}$$

Le facteur d'air de la combustion est finalement donné par (11.189) :

$$\lambda = \frac{1 + (\sigma - 1 - \kappa - \nu)\tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gs}} + (\sigma - 1.5 - \kappa - \nu)\tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gs}} + (\sigma - 1 - \kappa - \nu)\frac{N_{\text{Ci}}}{N_{\text{Gs}}}}{\frac{100}{21}\sigma\left(\tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gs}} + \tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gs}} + \frac{N_{\text{Ci}}}{N_{\text{Gs}}}\right)}$$

$$= 1.091$$

Concentrations molaires des gaz de combustion secs

La concentration molaire de l'azote est donnée par (11.187) :

$$\tilde{c}_{\text{N}_2}^{\text{Gs}} = \left(\frac{79}{21}\lambda\sigma + \nu\right) \frac{c_{\text{C}}^{\text{F}}/\tilde{m}_{\text{C}}}{N_{\text{Gs}}/M_{\text{F}}} = 0.83665 \text{ kmol N}_2/\text{kmol Gs}$$

La concentration molaire du dioxyde de soufre est donnée par (11.182) :

$$\tilde{c}_{\text{SO}_2}^{\text{Gs}} = \kappa \frac{c_{\text{C}}^{\text{F}}/\tilde{m}_{\text{C}}}{N_{\text{Gs}}/M_{\text{F}}} = 0.00065 \text{ kmol SO}_2/\text{kmol Gs}$$

Nous constatons que le bilan de quantité de substance, relatif aux gaz de combustion secs Gs, est bien respecté :

$$\tilde{c}_{\text{O}_2}^{\text{Gs}} + \tilde{c}_{\text{N}_2}^{\text{Gs}} + \tilde{c}_{\text{SO}_2}^{\text{Gs}} + \tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gs}} + \tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gs}} = 1$$

Rapports des constituants des produits de combustion

Les rapports des constituants des gaz de combustion sont donnés par (11.200) :

$$\frac{N_{\text{O}_2\text{G}}}{M_{\text{F}}} = \tilde{c}_{\text{O}_2}^{\text{Gs}} \frac{N_{\text{Gs}}}{M_{\text{F}}} = 0.01147 \text{ kmol O}_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{\text{N}_2\text{G}}}{M_{\text{F}}} = \left(\frac{79}{21}(\sigma - 1) + \nu\right) \frac{c_{\text{C}}^{\text{F}}}{\tilde{m}_{\text{C}}} + \frac{79}{21} \left(\tilde{c}_{\text{O}_2}^{\text{Gs}} + \tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gs}} + \frac{1}{2}\tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gs}}\right) \frac{N_{\text{Gs}}}{M_{\text{F}}}$$

$$= 0.41911 \text{ kmol N}_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{\text{SO}_2}}{M_{\text{F}}} = \kappa \frac{c_{\text{C}}^{\text{F}}}{\tilde{m}_{\text{C}}} = 0.00033 \text{ kmol SO}_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{\text{CO}_2}}{M_{\text{F}}} = \tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gs}} \frac{N_{\text{Gs}}}{M_{\text{F}}} = 0.06913 \text{ kmol CO}_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{\text{CO}}}{M_{\text{F}}} = \tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gs}} \frac{N_{\text{Gs}}}{M_{\text{F}}} = 0.0009 \text{ kmol CO/kg F}$$

$$\frac{N_{\text{Ci}}}{M_{\text{F}}} = \frac{c_{\text{C}}^{\text{F}} - 12.011(\tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gs}} + \tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gs}})(cN_{\text{Gs}}/M_{\text{F}})}{\tilde{m}_{\text{C}}} = 0.00172 \text{ kmol Ci/kg F}$$

$$\frac{N_{\text{H}_2\text{OG}}}{M_{\text{F}}} = \frac{9c_{\text{H}_2}^{\text{F}} + c_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{F}}}{\tilde{m}_{\text{H}_2\text{O}}} = 0.06095 \text{ kmol H}_2\text{O/kg F}$$

La somme de tous ces rapports donne le rapport de gaz de combustion :

$$\frac{N_{\text{G}}}{M_{\text{F}}} = \sum_i \frac{N_{i\text{G}}}{M_{\text{F}}} = 0.56362 \text{ kmol G/kg F}$$

Les concentrations molaires des gaz de combustion est finalement :

$$\bar{c}_{O_2}^G = \frac{cN_{O_2G}/M_F}{cN_G/M_F} = 0.02035 \text{ kmol } O_2/\text{kmol } G$$

$$\bar{c}_{N_2}^G = \frac{cN_{N_2G}/M_F}{cN_G/M_F} = 0.74361 \text{ kmol } N_2/\text{kmol } G$$

$$\bar{c}_{SO_2}^G = \frac{cN_{SO_2}/M_F}{cN_G/M_F} = 0.00058 \text{ kmol } SO_2/\text{kmol } G$$

$$\bar{c}_{CO_2}^G = \frac{cN_{CO_2}/M_F}{cN_G/M_F} = 0.12265 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol } G$$

$$\bar{c}_{CO}^G = \frac{cN_{CO}/M_F}{cN_G/M_F} = 0.0016 \text{ kmol } CO/\text{kmol } G$$

$$\bar{c}_{Ci}^G = \frac{cN_{Ci}/M_F}{cN_G/M_F} = 0.00306 \text{ kmol } Ci/\text{kmol } G$$

$$\bar{c}_{H_2O}^G = \frac{cN_{H_2OG}/M_F}{cN_G/M_F} = 0.10814 \text{ kmol } H_2O/\text{kmol } G$$

Rapports d'air et de gaz de combustion

Le rapport d'air est, selon (11.6) :

$$\frac{M_A}{M_F} = \lambda \frac{\tilde{m}_A N_{A \text{ st}}}{M_F} = 15.3056 \text{ kg } A/\text{kg } F$$

Le débit-masse des gaz de combustion est :

$$\dot{M}_G = \dot{M}_F + \dot{M}_A$$

En divisant par le débit-masse de combustible, nous obtenons le rapport de gaz de combustion :

$$\frac{M_G}{M_F} = 1 + \frac{M_A}{M_F} = 16.3056 \text{ kg } G/\text{kg } F$$

Perte énergétique relative liées aux imbrûlés

La perte énergétique liée aux imbrûlés, est, selon (11.30), ainsi que compte tenu du fait que les imbrûlés sont le monoxyde de carbone CO et le carbone pur C :

$$\frac{\dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0 + \dot{M}_{Ci} \Delta h_C^0}{\dot{M}_F \Delta h_i^0} = \frac{\frac{\dot{M}_{COG}}{\dot{M}_F} \Delta h_{CO}^0 + \frac{\dot{M}_{CiG}}{\dot{M}_F} \Delta h_C^0}{\Delta h_i^0} = 2.2 \%$$

Chaleur spécifique isobare moyenne de l'air

La chaleur spécifique isobare moyenne de l'air entre les températures T^0 et T_A est, par définition :

$$\bar{c}_{pA} = \frac{1}{T_A - T^0} \int_{T^0}^{T_A} c_{pA}(T) dT$$

En introduisant la relation approchée donnant $c_{pA}(T)$, nous obtenons, tous calculs faits, la chaleur spécifique moyenne de l'air :

$$\bar{c}_{pA} = 1063.97 \text{ J}/(\text{K kg})$$

Température de combustion

Le bilan énergétique (11.85) avec le tableau 11.6 (vol. I) donnent, compte tenu des quatre premières hypothèses :

$$\dot{M}_G \bar{c}_{pG} \hat{T}_G = \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + c_F \hat{T}_F + v_F \hat{P}_F) + \dot{M}_A \bar{c}_{pA} \hat{T}_A - \sum \dot{M}_I \Delta h_{iI}^0$$

En divisant par le débit-masse de combustible, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{M}_G}{\dot{M}_F} \bar{c}_{pG} \hat{T}_G &= \Delta h_i^0 + c_F \hat{T}_F + v_F \hat{P}_F \\ &+ \frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} \bar{c}_{pA} \hat{T}_A - \left(\frac{\dot{M}_{COG}}{\dot{M}_F} \Delta h_{CO}^0 + \frac{\dot{M}_{CiG}}{\dot{M}_F} \Delta h_C^0 \right) \end{aligned}$$

La température de combustion est donc :

$$\hat{T}_G = \frac{\Delta h_i^0 + c_F \hat{T}_F + v_F \hat{P}_F + \frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} \bar{c}_{pA} \hat{T}_A - \left(\frac{\dot{M}_{COG}}{\dot{M}_F} \Delta h_{CO}^0 + \frac{\dot{M}_{CiG}}{\dot{M}_F} \Delta h_C^0 \right)}{\frac{\dot{M}_G}{\dot{M}_F} \bar{c}_{pG}}$$

La chaleur spécifique isobare des gaz de combustion est, selon (6.64), donnée par la relation :

$$\bar{c}_{pG}(T_G) = \frac{\sum_j \tilde{c}_j^G \tilde{m}_j c_{pj}(T_G)}{\sum_j \tilde{c}_j^G \tilde{m}_j}$$

dans laquelle $c_{pj}(T_G)$ est calculé, pour chaque constituant, à l'aide de la relation approchée indiquée dans les données.

Afin de simplifier les calculs, admettons que la chaleur spécifique isobare moyenne des gaz de combustion entre les températures T^0 et T_G est à peu près égale à la chaleur spécifique isobare de la température moyenne :

$$\bar{c}_{pG} \cong c_{pG}(\bar{T}_G) = c_{pG} \left(\frac{T^0 + T_G}{2} \right)$$

En procédant par itération, nous obtenons finalement la chaleur spécifique isobare moyenne des gaz de combustion :

$$\bar{c}_{pG} = 1.323 \text{ kJ/(K kg)}$$

et la température de combustion :

$$\hat{T}_G = 2071^\circ \text{C}$$

11.C Combustion de gaz naturel

Description

Considérons la combustion de gaz naturel dans la chambre de combustion représentée par le schéma de la figure 11.2.

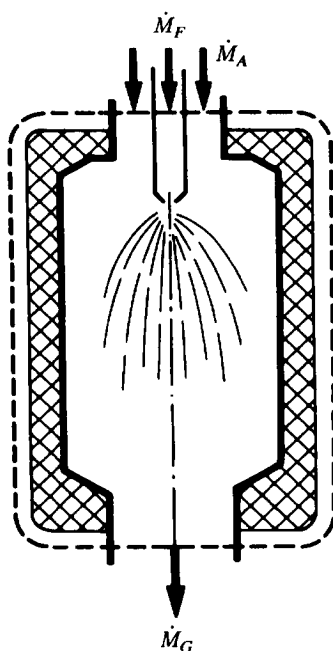


Fig. 11.2

Hypothèses

- La combustion est complète.
- La chambre de combustion est parfaitement calorifugée.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'eau se présente dans les gaz de combustion sous forme gazeuse.
- L'air, le gaz naturel et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.

Données

- Température de référence : $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Composition du combustible : $\tilde{c}_{\text{CH}_4}^{\text{F}} = 0.98 \text{ kmol CH}_4/\text{kmol F}$
 $\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6}^{\text{F}} = 0.02 \text{ kmol C}_2\text{H}_6/\text{kmol F}$
- Etat thermodynamique du combustible à l'entrée de la chambre : $P_{\text{F}} = 7.1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_{\text{F}} = 50^\circ\text{C}$
- Relation approchée pour les chaleurs spécifiques isobares des constituants i du combustible, valable entre 0 et 1200°C :

$$c_{pi} = \sum_{k=1}^5 \left(a_{ik} \left(\frac{T}{1000} \right)^{k-1} \right) \text{ avec } T \text{ en K et } c_{pi} \text{ en J/(K kg)}$$

Constituant	Coefficients des polynômes de c_{pi}				
i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}
CH ₄	1 666.36	298.94	6 965.80	-5 973.3	1 538.9
C ₂ H ₆	399.07	4 510.31	738.23	-2 365.26	794.9

- Pouvoir énergétique inférieur

du méthane :

$$\Delta \tilde{h}_{i\text{CH}_4}^0 = 802\,000 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$$

de l'éthane :

$$\Delta \tilde{h}_{i\text{C}_2\text{H}_6}^0 = 1\,427\,500 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$$

- Débit-volume du combustible à l'entrée

de la chambre :

$$\dot{V}_F = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

- Température de l'air à l'entrée

de la chambre :

$$\hat{T}_A = 380^\circ\text{C}$$

- Relation approchée pour la chaleur spécifique isobare de l'air, valable entre 0 et 1200 °C :

$$c_{pA} = \sum_{k=1}^5 \left(b_k \left(\frac{T}{1000} \right)^{k-1} \right) \text{ avec } T \text{ en K et } c_{pA} \text{ en J}/(\text{K kg})$$

Constituant	Coefficients des polynômes de c_{pA}				
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
Air	1 057.69	-462.92	1 182.59	-835.11	198.80

- Facteur d'air caractérisant la combustion : $\lambda = 5.8$

- Relation approchée pour les chaleurs spécifiques isobares

des constituants j des gaz de combustion, valable entre 0 et 1200 °C :

$$c_{pj} = \sum_{k=1}^6 \left(c_{jk} \left(\frac{T}{1000} \right)^{k-1} \right) \text{ avec } T \text{ en K et } c_{pj} \text{ en J}/(\text{K kg})$$

Constituant	Coefficients des polynômes de c_{pj}					
j	c_{j1}	c_{j2}	c_{j3}	c_{j4}	c_{j5}	c_{j6}
O ₂	999.56	-955.05	3 269.24	-3 871.85	2 065.51	-417.59
N ₂	1 115.35	-562.52	1 257.13	-829.38	186.38	0
CO ₂	432.54	1 785.41	-1 602.3	766.71	-152.33	0
H ₂ O (vap)	1 920.74	-835.7	2 896.83	-2 805.54	1 412.17	-296.05

- Masses molaires (tab. 11.5, vol. I)

Questions

- Calculer les débits-masse du combustible, de l'air et des gaz de combustion.
- Calculer les surenthalpies massiques du combustible et de l'air à l'entrée de la chambre.
- Calculer le pouvoir énergétique inférieur $\Delta \tilde{h}_i^0$ du combustible, à la température de référence T^0 .

- Calculer la composition en kilomoles des gaz de combustion par rapport au combustible ainsi que les concentrations molaires et massiques.
- Calculer la température de combustion et la surenthalpie massique des gaz de combustion.

Solution

Débits-masse

Le débit-quantité de combustible est, compte tenu de la sixième hypothèse et de (5.63) :

$$\dot{N}_F = \frac{\dot{V}_F}{\bar{v}_F} = \frac{\dot{V}_F P_F}{\bar{R} T_F} = 0.1321 \text{ kmol F/s}$$

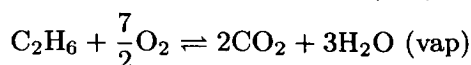
La masse molaire du combustible est, selon (6.11) :

$$\tilde{m}_F = \tilde{c}_{\text{CH}_4}^F \tilde{m}_{\text{CH}_4} + \tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6}^F \tilde{m}_{\text{C}_2\text{H}_6} = 16.321 \text{ kg F/kmol F}$$

Le débit-masse du combustible est donc :

$$\dot{M}_F = \dot{N}_F \tilde{m}_F = 2.157 \text{ kg F/s}$$

La combustion des hydrocarbures donne lieu, compte tenu de la cinquième hypothèse, aux équations chimiques de base suivantes (tab. 11.1, vol. I) :



Le combustible exige au minimum, pour brûler complètement, la quantité d'oxygène stoechiométrique :

$$\frac{N_{\text{O}_2 \text{ st}}}{N_F} = 2\tilde{c}_{\text{CH}_4}^F + 3.5\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6}^F \text{ kmol O}_2/\text{kmol F}$$

La quantité d'air stoechiométrique est :

$$\frac{N_{\text{A st}}}{N_F} = \frac{N_{\text{O}_2 \text{ st}}/N_F}{0.21} \text{ kmol A/kmol F}$$

La quantité d'air effective est, selon (11.98) :

$$\frac{N_A}{N_F} = \frac{\lambda N_{\text{A st}}}{N_F} = \frac{\lambda(2\tilde{c}_{\text{CH}_4}^F + 3.5\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6}^F)}{0.21} = 56.067 \text{ kmol A/kmol F}$$

La masse molaire de l'air est, selon (6.11) :

$$\tilde{m}_A = 0.79 \tilde{m}_{\text{N}_2} + 0.21 \tilde{m}_{\text{O}_2} = 28.85 \text{ kg A/kmol A}$$

Le débit-masse de l'air est donc, selon (6.1) et (11.1) :

$$\dot{M}_A = \frac{N_A}{N_F} \tilde{m}_A \dot{N}_F = 213.71 \text{ kg A/s}$$

Le débit-masse des gaz de combustion est donné par le bilan de masse :

$$\dot{M}_G = \dot{M}_F + \dot{M}_A = 215.87 \text{ kg G/s}$$

Surenthalpie massiques

La chaleur spécifique isobare massique du combustible est, selon (6.63), donnée par la relation :

$$c_{pF} = \sum_i c_i^F c_{pi} = \sum_i \left(c_i^F \sum_{k=1}^5 a_{ik} \left(\frac{T}{1000} \right)^{k-1} \right)$$

dans laquelle la sommation i se fait sur les constituants CH_4 et C_2H_6 .

Les concentrations massiques de ces constituants sont, selon (6.5) et (6.8) :

$$c_{\text{CH}_4}^F = \frac{\tilde{m}_{\text{CH}_4}}{\tilde{m}_F} \tilde{c}_{\text{CH}_4}^F = 0.96315 \text{ kg CH}_4/\text{kg F}$$

$$c_{\text{C}_2\text{H}_6}^F = 1 - c_{\text{CH}_4}^F = 0.03685 \text{ kg C}_2\text{H}_6/\text{kg F}$$

La surenthalpie massique du combustible est donc, selon le tableau 11.6 (vol. I) et par intégration entre T^0 et T_F :

$$\begin{aligned} \hat{h}_F &= h_F - h_F^0 = \int_{T^0}^{T_F} c_{pF} dT \\ &= \left| \sum_i \left(c_i^F \sum_{k=1}^5 a_{ik} \frac{1000}{k} \left(\frac{T}{1000} \right)^k \right) \right|_{T^0}^{T_F} = 110.977 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

La surenthalpie massique de l'air à l'entrée de la chambre de combustion est, de façon similaire et par intégration entre T^0 et T_A .

$$\begin{aligned} \hat{h}_A &= h_A - h_{A0} = \int_{T^0}^{T_A} c_{pA} dT \\ &= \left| \sum_{k=1}^5 b_k \frac{1000}{k} \left(\frac{T}{1000} \right)^k \right|_{T^0}^{T_A} = 390.086 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Pouvoir énergétique inférieur

Le pouvoir énergétique inférieur $\underline{\Delta \tilde{h}}_i^0$ du combustible est donné par la règle des mélanges :

$$\underline{\Delta \tilde{h}}_i^0 = \tilde{c}_{\text{CH}_4}^F \underline{\Delta \tilde{h}}_{i\text{CH}_4}^0 + \tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6}^F \underline{\Delta \tilde{h}}_{i\text{C}_2\text{H}_6}^0 = 814510 \text{ kJ/kmol F}$$

Le pouvoir énergétique inférieur $\underline{\Delta h}_i^0$ est alors :

$$\underline{\Delta h}_i^0 = \frac{\underline{\Delta \tilde{h}}_i^0}{\tilde{m}_F} = 49906.87 \text{ kJ/kg F}$$

Rapports et concentrations molaires

Le nombre total des kilomoles de gaz de combustion est, en vertu du tableau 11.3 (vol. I) :

$$\begin{aligned} \frac{N_G}{N_F} &= 3\tilde{c}_{\text{CH}_4}^F + 5\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6}^F + \frac{N_A}{N_F} - \frac{N_{\text{O}_2 \text{ st}}}{N_F} \\ &= \tilde{c}_{\text{CH}_4}^F + 1.5\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_6}^F + \frac{N_A}{N_F} = 57.077 \text{ kmol G/kmol F} \end{aligned}$$

Les rapports molaires des constituants des gaz de combustion par rapport au combustible sont, selon les équations chimiques de base :

$$\frac{N_{O_2G}}{N_F} = 0.21 \frac{N_A}{N_F} - \frac{N_{O_2st}}{N_F} = 9.744 \text{ kmol } O_2/\text{kmol } F$$

$$\frac{N_{N_2G}}{N_F} = 0.79 \frac{N_A}{N_F} = 44.2927 \text{ kmol } N_2/\text{kmol } F$$

$$\frac{N_{CO_2}}{N_F} = \tilde{c}_{CH_4}^F + 2 \tilde{c}_{C_2H_6}^F = 1.02 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol } F$$

$$\frac{N_{H_2O}}{N_F} = 2 \tilde{c}_{CH_4}^F + 3 \tilde{c}_{C_2H_6}^F = 2.02 \text{ kmol } H_2O/\text{kmol } F$$

Les concentrations molaires des gaz de combustion sont donc :

$$\tilde{c}_{O_2}^G = \frac{N_{O_2G}/N_F}{N_G/N_F} = 0.1707 \text{ kmol } O_2/\text{kmol } G$$

$$\tilde{c}_{N_2}^G = \frac{N_{N_2G}/N_F}{N_G/N_F} = 0.776 \text{ kmol } N_2/\text{kmol } G$$

$$\tilde{c}_{CO_2}^G = \frac{N_{CO_2}/N_F}{N_G/N_F} = 0.0179 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol } G$$

$$\tilde{c}_{H_2O}^G = \frac{N_{H_2O}/N_F}{N_G/N_F} = 0.0354 \text{ kmol } H_2O/\text{kmol } G$$

La masse molaire des gaz de combustion est, selon (6.11) :

$$\tilde{m}_G = \sum_i \tilde{c}_i^G \tilde{m}_i = 28.624 \text{ kg } G/\text{kmol } G$$

Les concentrations massiques des gaz de combustion est, selon (6.5) :

$$c_{O_2}^G = \frac{\tilde{m}_{O_2}}{\tilde{m}_G} \tilde{c}_{O_2}^G = 0.1909 \text{ kg } O_2/\text{kg } G$$

$$c_{N_2}^G = \frac{\tilde{m}_{N_2}}{\tilde{m}_G} \tilde{c}_{N_2}^G = 0.7594 \text{ kg } N_2/\text{kg } G$$

$$c_{CO_2}^G = \frac{\tilde{m}_{CO_2}}{\tilde{m}_G} \tilde{c}_{CO_2}^G = 0.0275 \text{ kg } CO_2/\text{kg } G$$

$$c_{H_2O}^G = \frac{\tilde{m}_{H_2O}}{\tilde{m}_G} \tilde{c}_{H_2O}^G = 0.0223 \text{ kg } H_2O/\text{kg } G$$

Température de combustion

Le bilan énergétique est, compte tenu des hypothèses, selon (11.83) :

$$\dot{M}_G \hat{h}_G = \dot{M}_F (\Delta \hat{h}_i^0 + \hat{h}_F) + \dot{M}_A \hat{h}_A$$

La surenthalpie massique des gaz de combustion est, selon (11.79), ainsi que par intégration entre T^0 et T_G , donnée par la relation :

$$\hat{h}_G = h_G - h_{G0} = \int_{T^0}^{T_G} c_{pG} dT = \left| \sum_j \left(c_j^G \sum_{k=1}^6 c_{jk} \frac{1000}{k} \left(\frac{T}{1000} \right)^k \right) \right|_{T^0}^{T_G}$$

dans laquelle la sommation j se fait sur les constituants des gaz de combustion. Nous obtenons finalement l'équation :

$$\dot{M}_G \left| \sum_j \left(c_j^G \sum_{k=1}^6 c_{jk} \frac{1000}{k} \left(\frac{T}{1000} \right)^k \right) \right|_{T^0}^{T_G} = \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_F) + \dot{M}_A \hat{h}_A$$

Comme il n'est pas possible d'expliciter T_G (équation du 6^{ième} degré), il faut utiliser une méthode de résolution numérique. Nous obtenons finalement la température de combustion :

$$T_G = 1075.91 \text{ K}$$

$$\hat{T}_G = 802.76^\circ \text{C}$$

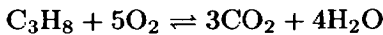
La surenthalpie massique des gaz de combustion est alors :

$$\hat{h}_G = 885.86 \text{ kJ/kg}$$

11.D Point de rosée d'un gaz de combustion

Description

Du propane gazeux est brûlé dans la chambre de combustion de la figure 11.1. Cette combustion donne lieu à l'équation chimique :



Hypothèses

- La pression dans la chambre de combustion est constante.
- La combustion est complète.
- L'air servant à la combustion est sec.
- L'eau contenue dans les gaz de combustion est sous forme de vapeur.
- Le propane, l'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.

Données

- Pression régnant dans la chambre de combustion : $P = 0.97 \text{ bar}$
- Facteur d'air caractérisant la combustion : $\lambda = 1.5$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau : équation (5.161)

Questions

- Déterminer la composition en kilomoles des gaz de combustion.
- Calculer la température du point de rosée correspondant aux gaz de combustion.

Solution

Composition en kilomoles

Le propane étant le seul composant, nous avons :

$$\bar{c}_{\text{C}_3\text{H}_8}^{\text{F}} = 1$$

La quantité d'oxygène stoechiométrique est, de façon analogue aux développements du tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_{\text{O}_2 \text{ st}}}{N_{\text{F}}} = 5\bar{c}_{\text{C}_3\text{H}_8}^{\text{F}} = 5 \text{ kmol O}_2/\text{kmol F}$$

La quantité d'air stoechiométrique est donc :

$$\frac{N_{\text{A st}}}{N_{\text{F}}} = \frac{N_{\text{O}_2 \text{ st}}}{0.21 N_{\text{F}}}$$

Le nombre total de kilomoles de gaz de combustion est, de façon analogue au tableau 11.3 (vol. I) et compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$\frac{N_{\text{Gc}}}{N_{\text{F}}} = 7 + \frac{N_{\text{O}_2 \text{ st}}}{N_{\text{F}}} \left(\frac{\lambda}{0.21} - 1 \right) = 37.714 \text{ kmol Gc/kmol F}$$

Le nombre de kilomoles de gaz carbonique est :

$$\frac{N_{\text{CO}_2}}{N_{\text{F}}} = 3 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol F}$$

Le nombre de kilomoles d'eau sous forme de vapeur (quatrième hypothèse) est :

$$\frac{N_{\text{H}_2\text{O}}}{N_{\text{F}}} = 4 \text{ kmol H}_2\text{O}/\text{kmol F}$$

Le nombre de kilomoles d'oxygène dans le gaz de combustion est :

$$\frac{N_{\text{O}_2 \text{ G}}}{N_{\text{F}}} = \frac{N_{\text{O}_2 \text{ st}}}{N_{\text{F}}} (\lambda - 1) = 2.5 \text{ kmol O}_2/\text{kmol F}$$

Le nombre de kilomoles d'azote dans les gaz de combustion est :

$$\frac{N_{\text{N}_2 \text{ G}}}{N_{\text{F}}} = \frac{0.79}{0.21} \lambda \frac{N_{\text{O}_2 \text{ st}}}{N_{\text{F}}} = 28.214 \text{ kmol N}_2/\text{kmol F}$$

Les concentrations molaires des gaz de combustion sont donc :

$$\bar{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gc}} = \frac{N_{\text{CO}_2}/N_{\text{F}}}{N_{\text{Gc}}/N_{\text{F}}} = 0.0795 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol Gc}$$

$$\bar{c}_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{Gc}} = \frac{N_{\text{H}_2\text{O}}/N_{\text{F}}}{N_{\text{Gc}}/N_{\text{F}}} = 0.101 \text{ kmol H}_2\text{O}/\text{kmol Gc}$$

$$\bar{c}_{\text{O}_2}^{\text{Gc}} = \frac{N_{\text{O}_2 \text{ G}}/N_{\text{F}}}{N_{\text{Gc}}/N_{\text{F}}} = 0.0663 \text{ kmol O}_2/\text{kmol Gc}$$

$$\bar{c}_{\text{N}_2}^{\text{Gc}} = \frac{N_{\text{N}_2 \text{ G}}/N_{\text{F}}}{N_{\text{Gc}}/N_{\text{F}}} = 0.0741 \text{ kmol N}_2/\text{kmol Gc}$$

Température du point de rosée

La pression partielle de la vapeur d'eau dans les gaz de combustion est, compte tenu de la dernière hypothèse et de (6.18) :

$$P_{\text{vap}} = \tilde{c}_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{Gc}} P = 0.103 \text{ bar}$$

La température du point de rosée correspondant aux gaz de combustion est celle pour laquelle la pression de saturation est égale à la pression partielle de la vapeur d'eau :

$$P''_{\text{vap}} = P_{\text{vap}}$$

La température du point de rosée est donc, selon la relation (5.151) :

$$\hat{T} = \hat{T}(P''_{\text{vap}}) = 46.35 \text{ }^\circ\text{C}$$

11.E Chambre de combustion d'une centrale thermique

Description

Soit la chambre de combustion de la centrale thermique de Cornaux (Suisse), représentée par le schéma de la figure 11.3.

Le combustible F est introduit dans la chambre de combustion à l'aide d'un injecteur. L'air A provenant du compresseur est également introduit dans la chambre. Une partie A_v de cet air prend part activement à la combustion, une autre partie A_r sert au refroidissement de la conduite et de certains éléments de la turbine à gaz. Les gaz de combustion obtenus à la sortie de la chambre se mélangent finalement à l'air de refroidissement pour donner les gaz de combustion G.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.
- La quantité de carbone imbrûlé est négligeable.

Données

- | | | |
|--|--|--|
| • Etat atmosphérique : | $P_a = 1 \text{ bar}$ | $\hat{T}_a = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| • Etat de référence : | $P^0 = 1 \text{ bar}$ | $\hat{T}^0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| • Analyse élémentaire du combustible : | $c_{\text{C}}^{\text{F}} = 0.868 \text{ kg C/kg F}$ | |
| | $c_{\text{H}_2}^{\text{F}} = 0.119 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$ | |
| | $c_{\text{S}}^{\text{F}} = 0.008 \text{ kg S/kg F}$ | |
| | $c_{\text{O}_2}^{\text{F}} = 0.003 \text{ kg O}_2/\text{kg F}$ | |
| | $c_{\text{N}_2}^{\text{F}} = 0.002 \text{ kg N}_2/\text{kg F}$ | |

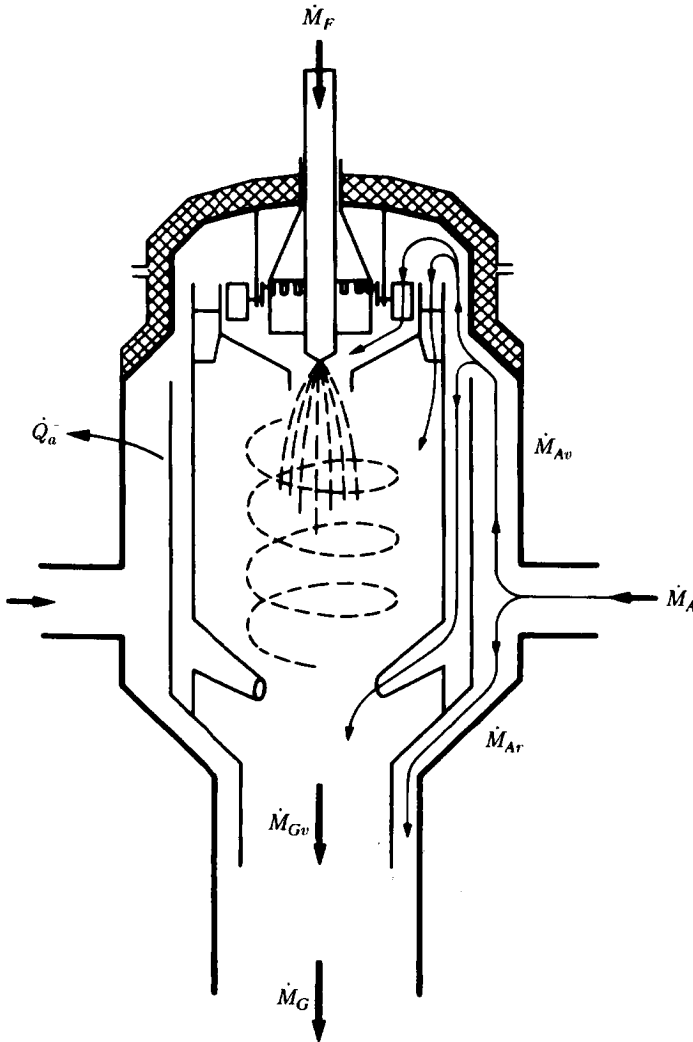


Fig. 11.3

- Etat thermodynamique du combustible à l'entrée de la chambre :

$$P_F = 40 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_F = 122^\circ \text{C}$$

- Masse volumique moyenne du combustible :

$$\bar{\rho}_F = 843 \text{ kg/m}^3$$

- Chaleur spécifique moyenne du combustible :

$$\bar{c}_F = 1.96 \text{ kJ/(K kg)}$$

- Pouvoir énergétique inférieur du combustible :

$$\underline{\Delta h}_i^0 = 41\,330 \text{ kJ/kg}$$

- Débit-masse du combustible :

$$\dot{M}_F = 2 \text{ kg/s}$$

- Surenthalpie massique de l'air :

$$\hat{h}_A = 226.8 \text{ kJ/kg}$$

- Masse molaire de l'air :

$$\tilde{m}_A = 28.85 \text{ kg/kmol}$$

- Concentrations molaires de certains constituants des gaz de combustion secs G_{vs} :
 $\tilde{c}_{\text{CO}_2}^{Gs} = 0.0243 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol Gs}$
 $\tilde{c}_{\text{CO}}^{Gs} = 0.0015 \text{ kmol CO/kmol Gs}$
- Température des gaz de combustion G : $\hat{T}_G = 609^\circ\text{C}$
- Surenthalpie massique des gaz de combustion, pour une combustion complète :

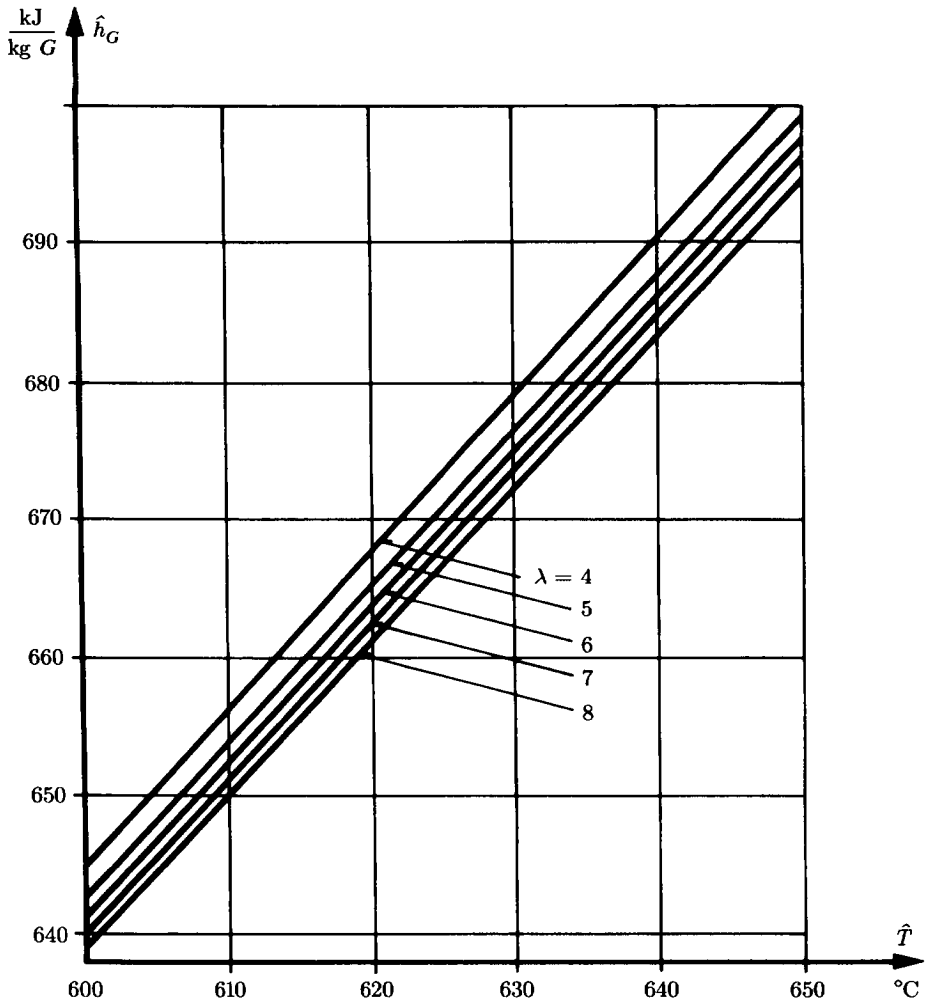


Fig. 11.4

- Pouvoir énergétique du monoxyde de carbone : $\Delta h_{\text{CO}}^0 = 10\,100 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse des gaz de combustion G : $\dot{M}_G = 192 \text{ kg/s}$
- Triangle d'Oswald : (fig. 11.5)

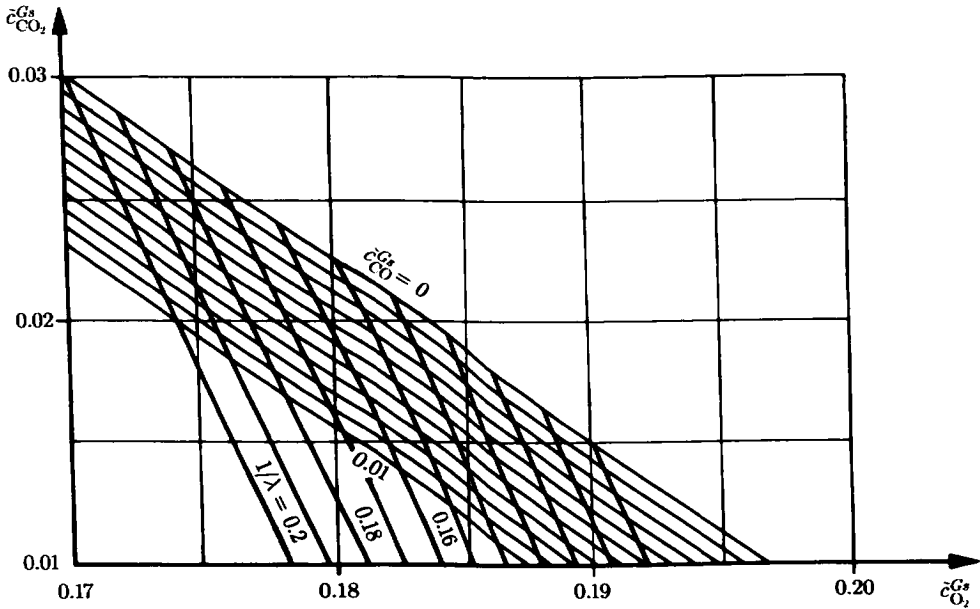


Fig. 11.5

- Puissance cédée à l'atmosphère (déperdition),
en valeur relative :

$$\varphi_a = \dot{Q}_a^- / (\Delta h_i^0 - \Delta h_{iI}^0) = 0.008$$

Questions

- Calculer la quantité d'air stoechiométrique.
- Calculer les débits-masse d'air de combustion A_v et d'air de refroidissement A_r .
- Déterminer la surenthalpie massique des gaz de combustion G .
- Calculer la puissance-transformation relative du réseau de combustion (différence de surenthalpie entre les gaz de combustion sortants et la somme des surenthalpies du combustible et de l'air entrants).
- Calculer le débit-masse de monoxyde de carbone.
- Calculer l'efficacité de la combustion.

Solution

Quantité d'air stoechiométrique

La quantité d'air stoechiométrique est, selon le tableau 11.3 (vol. I) en posant $\lambda = 1$:

$$\frac{N_{A\text{ st}}}{M_F} = \frac{1}{0.21} \left(\frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} - \frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_{O_2}} \right) = 0.48516 \text{ kmol A/kg F}$$

$$\frac{M_{A\text{ st}}}{M_F} = \frac{N_{A\text{ st}}}{M_F} \tilde{m}_A = 13.996 \text{ kg A/kg F}$$

Débits-masse d'air

Les chiffres caractéristiques du combustible sont, selon (11.169), (11.177) et (11.178) :

$$\sigma = 1 + \frac{0.5(c_{\text{H}_2}^F/\tilde{m}_{\text{H}_2}) + (c_{\text{S}}^F/\tilde{m}_{\text{S}}) - (c_{\text{O}_2}^F/\tilde{m}_{\text{O}_2})}{c_{\text{C}}^F/\tilde{m}_{\text{C}}} = 1.4097$$

$$\kappa \equiv \frac{c_{\text{S}}^F}{\tilde{m}_{\text{S}}} \frac{\tilde{m}_{\text{C}}}{c_{\text{C}}^F} = 0.003452$$

$$\nu \equiv \frac{c_{\text{N}_2}^F}{\tilde{m}_{\text{N}_2}} \frac{\tilde{m}_{\text{C}}}{c_{\text{C}}^F} = 0.000988$$

Le facteur d'air relatif à la combustion est déterminé à l'aide du triangle d'Oswald (fig. 11.5) ou calculé à l'aide de (11.189), compte tenu de la dernière hypothèse :

$$\lambda_v = \frac{1 + (\sigma - 1 - \kappa - \nu)\tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gt}} + (\sigma - 1.5 - \kappa - \nu)\tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gt}}}{(100/21)\sigma(\tilde{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gt}} + \tilde{c}_{\text{CO}}^{\text{Gt}})} = 5.83$$

Le débit-masse d'air de combustion est, selon (11.25) et (11.98) :

$$\dot{M}_{\text{Av}} = \lambda_v \frac{\dot{M}_{\text{Ast}}}{\dot{M}_{\text{F}}} \dot{M}_{\text{F}} = 163.2 \text{ kg/s}$$

Le débit-masse d'air de refroidissement est alors :

$$\dot{M}_{\text{Ar}} = \dot{M}_{\text{G}} - (\dot{M}_{\text{F}} + \dot{M}_{\text{Av}}) = 26.8 \text{ kg/s}$$

Surenthalpie massique des gaz de combustion G

Le débit-masse d'air est :

$$\dot{M}_{\text{A}} = \dot{M}_{\text{G}} - \dot{M}_{\text{F}} = 190 \text{ kg/s}$$

Le facteur d'air correspondant est, selon (11.98) :

$$\lambda = \frac{\dot{M}_{\text{A}}/\dot{M}_{\text{F}}}{\dot{M}_{\text{Ast}}/\dot{M}_{\text{F}}} = 6.79$$

La surenthalpie massique des gaz de combustion G est déterminée à l'aide du diagramme $h(\lambda, T)$ (fig. 11.4) :

$$\hat{h}_{\text{G}} \cong 652 \text{ kJ/kg}$$

Puissance-transformation relative

La puissance-transformation relative du réseau de combustion est :

$$\begin{aligned} \dot{M}_{\text{G}}\hat{h}_{\text{G}} - \dot{M}_{\text{F}}\hat{h}_{\text{F}} - \dot{M}_{\text{A}}\hat{h}_{\text{A}} &= \dot{M}_{\text{G}}\hat{h}_{\text{G}} - \dot{M}_{\text{F}}\left(\bar{c}_{\text{F}}\hat{T}_{\text{F}} + \frac{\hat{P}_{\text{F}}}{\bar{\rho}_{\text{F}}}\right) - \dot{M}_{\text{A}}\hat{h}_{\text{A}} \\ &= 81\,604.27 \text{ kW} \end{aligned}$$

Débit-masse de monoxyde de carbone

La puissance-transformation relative du réseau de combustion est, en vertu du Premier Principe (bilan énergétique (11.82)) :

$$\begin{aligned}\dot{H}_G - \dot{H}_F - \dot{H}_A &= \underline{\Delta \dot{H}}_i^0 - \underline{\Delta \dot{H}}_{iI}^0 - \dot{Q}_a^- \\ &= (\underline{\Delta \dot{H}}_i^0 - \underline{\Delta \dot{H}}_{CO}^0)(1 - \varphi_a) \\ &= (\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta h}_{CO}^0)(1 - \varphi_a)\end{aligned}$$

Le débit-masse de monoxyde de carbone est donc :

$$\dot{M}_{CO} = \frac{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 (1 - \varphi_a) - (\dot{H}_G - \dot{H}_F - \dot{H}_A)}{\underline{\Delta h}_{CO}^0 (1 - \varphi_a)} = 0.0394 \text{ kg/s}$$

Efficacité

L'efficacité de la combustion est, compte tenu du bilan énergétique donné au paragraphe précédent, et selon (12.11) :

$$\epsilon \equiv \frac{\dot{H}_G - \dot{H}_F - \dot{H}_A}{\underline{\Delta \dot{H}}_i^0 - \underline{\Delta \dot{H}}_{iI}^0} = 1 - \varphi_a = 0.992 = 99.2 \%$$

11.F Chaudière à vapeur industrielle

Description

Soit une chaudière à vapeur industrielle, représentée par le schéma simplifié de la figure 11.6.

L'eau est introduite dans la chaudière au point 1 sous forme liquide, elle reçoit des gaz de combustion la puissance-chaleur \dot{Q}_E^- et sort de la chaudière au point 2 sous forme de vapeur surchauffée.

Le réseau de combustion peut être représenté par le modèle théorique suivant :

3-4 : combustion isobare et adiabate ;

4-5 : transfert-chaleur à l'extérieur, dû à la convection et au rayonnement (déperdition) ;

5-6 : transfert-chaleur au réseau d'eau ;

6-7 : évacuation des gaz de combustion par le ventilateur de tirage et la cheminée.

Hypothèses

- La combustion est complète.
- Les pressions des gaz aux points 6 et 7 sont pratiquement égales.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est nulle dans le réseau d'eau et dans le réseau de combustion entre les points 4 et 6.
- Le régime est permanent.

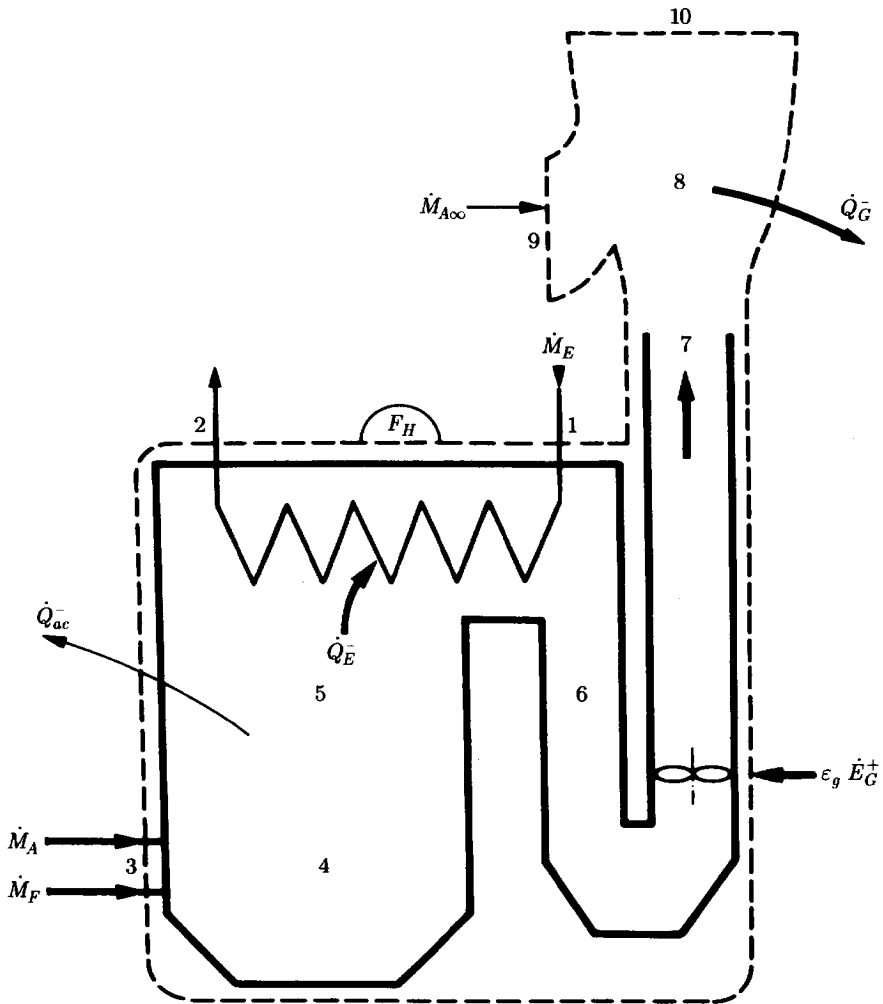


Fig. 11.6

- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.
- Pas de condensation de la vapeur d'eau des gaz de combustion dans la chaudière.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$
- Etat de référence : $P^0 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique du combustible à l'entrée de la chaudière : $P_{F3} = 33.1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_{F3} = 120^\circ\text{C}$
- Masse volumique du combustible :
 $\rho_F = d_1 - d_2 \hat{T}$ en kg/m^3
avec $d_1 = 936.5 \text{ kg/m}^3$, $d_2 = 0.635 \text{ kg/(K m}^3\text{)}$, \hat{T} en $^\circ\text{C}$ et ρ_F en kg/m^3

- Chaleur spécifique du combustible :

$$c_F = c_1 + c_2 \hat{T}$$

$$\text{avec } c_1 = 1.745 \text{ kJ}/(\text{K kg}), c_2 = 0.0043 \text{ kJ}/(\text{K}^2 \text{ kg}),$$

$$\hat{T} \text{ en } ^\circ\text{C} \text{ et } c_F \text{ en kJ}/(\text{K kg})$$

- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\Delta h_i^0 = 41\,507.4 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

- Pouvoir exergétique du combustible : $\Delta k^0 = 46\,074.53 \text{ kJ/kg}$

- Débit-masse du combustible : $\dot{M}_F = 8.444 \text{ kg/s}$

- Etat thermodynamique de l'air

à l'entrée de la chaudière :

$$P_{A3} = 1 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_{A3} = 268.2^\circ\text{C}$$

- Chaleur spécifique isobare de l'air et des gaz de combustion :

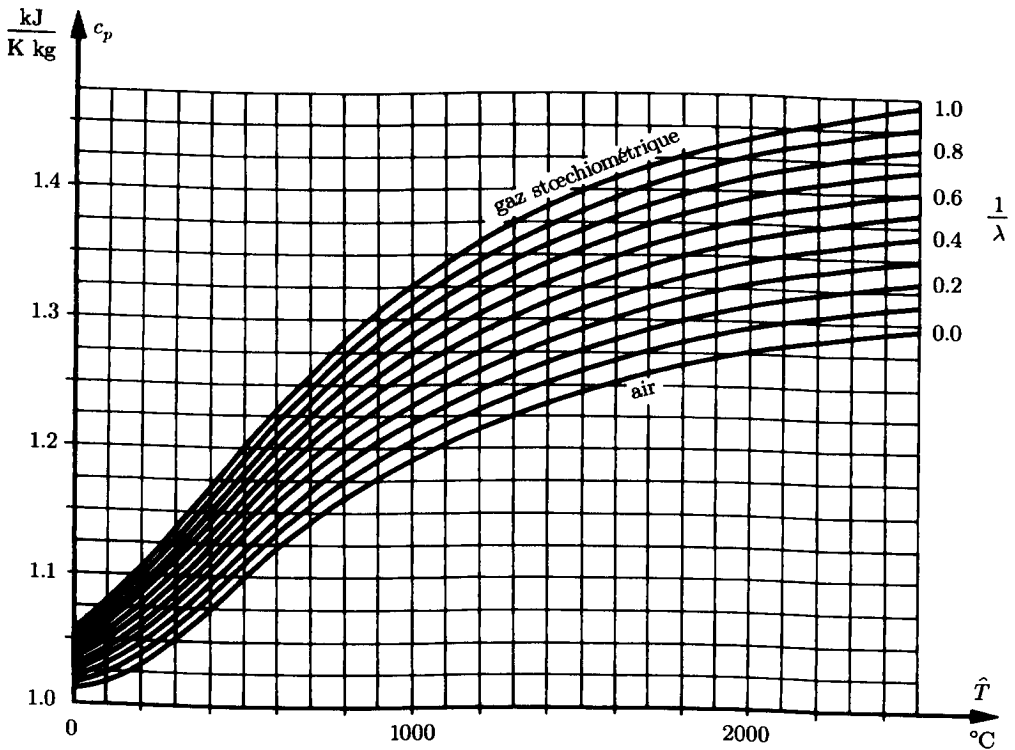


Fig. 11.7

- Rapport d'air :
- Facteur d'air :
- Température des gaz de combustion à l'échappement :

$$\dot{M}_A / \dot{M}_F = 15.34 \text{ kg A/kg F}$$

$$\lambda = 1.087$$

$$\hat{T}_7 = 120^\circ\text{C}$$

- Etats thermodynamiques de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	235.5	257.2	1 120.9	2.8043
2	187.6	538	3 373.18	6.3376

- Efficacité de la chaudière : $\epsilon_H = 0.937$
- Perte exergétique par diffusion,
en valeur relative : $\psi'_d = \dot{L}_d / (\dot{M}_F \Delta k^0)$
 $= 0.026$
- Puissance électrique du moteur du ventilateur
de tirage : $\dot{E}_G^+ = 1.6 \text{ MW}$
- Efficacité globale du système moteur-paliers
du ventilateur de tirage : $\epsilon_g = 0.70$

Questions

En utilisant notamment les relations du chapitre 12 :

- Calculer le débit-masse d'eau.
- Calculer la perte énergétique due à la déperdition par convection et rayonnement, en valeur relative.
- Calculer la température des gaz de combustion au point 4.
- Calculer la température des gaz de combustion au point 5.
- Calculer le rendement exergétique de la chaudière.
- Calculer la perte exergétique globale de la chaudière.
- Calculer les différentes pertes exergétiques de la chaudière, en valeurs relatives.

Solution

Débit-masse d'eau

Le débit-masse d'eau est, selon (12.28) :

$$\dot{M}_E = \frac{\dot{Y}_E^-}{h_2 - h_1} = \frac{\epsilon_H (\dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F3}) + \dot{M}_A \hat{h}_{A3} + \epsilon_g \dot{E}_G^+)}{h_2 - h_1}$$

La surenthalpie du combustible est donnée, selon (5.159), par la relation :

$$\hat{h}_{F3} = \bar{c}_F \hat{T}_{F3} + \frac{\hat{P}_{F3}}{\bar{\rho}_F} = 243.933 \text{ kJ/kg}$$

dans laquelle les valeurs moyennes \bar{c}_F et $\bar{\rho}_F$ sont calculées comme suit :

$$\bar{c}_F = c_F(\bar{T}) \quad \bar{\rho}_F = \rho(\bar{T})$$

$$\bar{T} = \frac{T^0 + T_{F3}}{2}$$

La surenthalpie de l'air est donnée, selon (2.60), par la relation :

$$\hat{h}_{A3} = \int_{T^0}^{T_{A3}} c_{pA} dT = 274.70 \text{ kJ/kg}$$

dans laquelle l'intégrale est calculée numériquement par différences finies, sur la base de la figure 11.7.

Le débit-masse d'air est :

$$\dot{M}_A = \frac{M_A}{M_F} \dot{M}_F = 129.531 \text{ kg/s}$$

La somme des puissances consommées par la chaudière est :

$$\sum_n = \dot{M}_F(\underline{\Delta h}_i^0 + \hat{h}_{F3}) + \dot{M}_A \hat{h}_{A3} + \epsilon_g \dot{E}_G^+ = 389.25 \text{ MW}$$

Nous obtenons finalement le débit-masse d'eau :

$$\dot{M}_E = \frac{\epsilon_H \sum_n}{h_2 - h_1} = 161.937 \text{ kg/s}$$

Perte énergétique par convection et rayonnement

Considérons le système constitué par le réseau de combustion 3-4-5-6-7, à l'exclusion du panache. Le Premier Principe (1.51) donne le bilan énergétique :

$$\dot{Y}_E^- = \epsilon_g \dot{E}_G^+ + \dot{Y}_H^+ - \dot{Q}_{ac}^-$$

La puissance-transformation du réseau d'eau est :

$$\dot{Y}_E^- = \dot{M}_E(h_2 - h_1) = \epsilon_H \sum_n = 364.727 \text{ MW}$$

La puissance-transformation du réseau de combustion est donnée, selon (12.29), par les relations :

$$\begin{aligned} \dot{Y}_E^+ &= \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 + \dot{M}_F \hat{h}_{F3} + \dot{M}_A \hat{h}_{A3} - \dot{M}_G \hat{h}_{G7} \\ &= \dot{M}_F(\underline{\Delta H}_i^0 + \hat{h}_{F3}) + \dot{M}_A \hat{h}_{A3} - \dot{M}_G \bar{c}_{pG} \hat{T}_7 \end{aligned}$$

dans lesquelles la chaleur spécifique isobare moyenne des gaz est calculée, sur la base de la figure 11.7, par la relation :

$$\bar{c}_{pG} = \frac{1}{T_7 - T^0} \int_{T^0}^{T_7} c_{pG} dT = 1.014 \text{ kJ/(K kg)}$$

La puissance-chaleur transférée à l'atmosphère par les structures de la chaudière (déperdition par convection et rayonnement) est donc :

$$\dot{Q}_{ac}^- = \dot{M}_F(\underline{\Delta h}_i^0 + \hat{h}_{F3}) + \dot{M}_A \hat{h}_{A3} + \epsilon_g \dot{E}_G^+ - \dot{M}_G \bar{c}_{pG} \hat{T}_7 - \dot{Y}_E^- = 7.734 \text{ MW}$$

La perte énergétique due à la déperdition par convection et rayonnement est, en valeur relative :

$$\varphi_{ac} = \frac{\dot{Q}_{ac}^-}{\sum_n} = 0.0199$$

Température au point 4

La température des gaz de combustion au point 4 est, compte tenu des première et cinquième hypothèses, selon le bilan énergétique (11.83) :

$$\hat{T}_4 = \frac{\dot{M}_F(\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F3}) + \dot{M}_A \hat{h}_{A3}}{\dot{M}_G \bar{c}_{pG}}$$

avec :

$$\bar{c}_{pG} = \frac{1}{T_4 - T_0} \int_{T_0}^{T_4} c_{pG} dT$$

Comme la température T_4 apparaît implicitement dans la chaleur spécifique \bar{c}_{pG} , il faut procéder par approximations successives. Nous obtenons finalement la température des gaz de combustion au point 4 :

$$\hat{T}_4 = 2173.2^\circ\text{C} \quad \bar{c}_{pG} = 1.294 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Température au point 5

Nous avons, compte tenu des troisième, cinquième et sixième hypothèses :

$$\dot{Q}_{ac}^- = \dot{M}_G \bar{c}_{pG} (T_4 - T_5)$$

La température des gaz de combustion au point 5 est donc :

$$\hat{T}_5 = \hat{T}_4 - \frac{\dot{Q}_{ac}^-}{\dot{M}_G \bar{c}_{pG}}$$

avec :

$$\bar{c}_{pG} = \frac{1}{T_4 - T_5} \int_{T_5}^{T_4} c_{pG} dT$$

Comme la température T_5 apparaît implicitement dans la chaleur spécifique moyenne \bar{c}_{pG} , il faut procéder par approximations successives. Nous obtenons finalement la température des gaz de combustion au point 5 :

$$\hat{T}_5 = 2134.17^\circ\text{C} \quad \bar{c}_{pG} = 1.435 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique de la chaudière est, selon (12.61) :

$$\eta_H = \frac{\dot{M}_E(k_2 - k_1)}{\dot{M}_F(\Delta k^0 + \hat{k}_{F3}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A3} + \epsilon_g \dot{E}_G^+} = \frac{\dot{E}_{yE}^-}{\sum_x}$$

L'exergie-transformation du réseau d'eau est, selon (12.43) :

$$\dot{E}_{yE}^- = \dot{M}_E(k_2 - k_1) = \dot{M}_E(h_2 - h_1 - T_a(s_2 - s_1)) = 208.44 \text{ MW}$$

La surcoenthalpie du combustible est, selon (10.35b) et (5.160) :

$$\hat{k}_{F3} = \hat{h}_{F3} - T_a \hat{s}_{F3} = \hat{h}_{F3} - T_a \int_{T^0}^{T_{F3}} c_F \frac{dT}{T}$$

$$\hat{k}_{F3} = \hat{h}_{F3} - T_a \left((c_1 - c_2 T^0) \ln \frac{T_{F3}}{T^0} + c_2 (T_{F3} - T^0) \right) = 46.243 \text{ kJ/kg}$$

La surcoenthalpie de l'air est, selon (10.35b) et (5.160) :

$$\hat{k}_{A3} = \hat{h}_{A3} - T_a \hat{s}_{A3} = \hat{h}_{A3} - T_a \int_{T^0}^{T_{A3}} c_{pA} \frac{dT}{T} = 83.72 \text{ kJ/kg}$$

La somme des exergies consommées par la chaudière est :

$$\sum_x = \dot{M}_F(\Delta k^0 + \hat{k}_{F3}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A3} + \epsilon_g \dot{E}_G^+ = 401.4 \text{ MW}$$

Le rendement exergetique de la chaudière est alors :

$$\eta_H = \frac{\dot{M}_E(k_2 - k_1)}{\sum_x} = 0.519 = 51.9 \%$$

Perte exergetique globale

La perte exergetique globale de la chaudière est :

$$\dot{L}_H = (1 - \eta_H) \sum_n = 192.97 \text{ MW}$$

Pertes exergetiques

Les surcoenthalpies des gaz de combustion aux points 4, 5 et 7 sont calculées, selon (2.60), (2.66) et (10.35b), compte tenu du fait que la combustion est isobare, par la relation :

$$\hat{k} = \hat{h} - T_a \hat{s} = \int_{T^0}^T c_{pG} dT - T_a \int_{T^0}^T c_{pG} \frac{dT}{T}$$

qui donne les valeurs :

$$\hat{k}_4 = 2082.75 \text{ kJ/kg}$$

$$\hat{k}_5 = 2033.00 \text{ kJ/kg}$$

$$\hat{k}_6 = 21.89 \text{ kJ/kg}$$

La perte exergetique due à la réaction chimique (chemin 3-4) est, selon le bilan exergetique :

$$\dot{L}_{ch} = {}^4_3 \dot{E}_y^+ = \dot{M}_F((1 - \psi'_d) \Delta k^0 + \hat{k}_{F3}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A3} - \dot{M}_G \hat{k}_4 = 102.97 \text{ MW}$$

Remarquons que, dans ce bilan, les produits de combustion sont référés à l'état (P^0, T^0) (et non pas (P_i^0, T_i^0)), ce qui nécessite la correction $(1 - \psi'_d)$ du pouvoir exergetique, correspondant à leur diffusion dans l'atmosphère (voir conventions, § 11.6.1).

Cette perte exergetique est, en valeur relative :

$$\frac{\dot{L}_{ch}}{\sum x} = 0.256$$

La perte exergetique due à la déperdition par convection et rayonnement (chemin 4-5) est donnée par le bilan exergetique (10.43) :

$$\dot{L}_{ta} = {}^5_4\dot{E}_y^+ = \dot{M}_G(\hat{k}_4 - \hat{k}_5) = 6.864 \text{ MW}$$

Cette perte exergetique est, en valeur relative :

$$\frac{\dot{L}_{ta}}{\sum x} = 0.0175$$

La perte exergetique due à la dissipation dans les réseaux de combustion et d'eau, ainsi qu'au transfert-chaleur \dot{Q}_E^- (chemin 5-6-7) est donnée par le bilan exergetique (10.43) :

$$\dot{L}_{rt} = \epsilon_g \dot{E}_G^+ + {}^7_5\dot{E}_y^+ - \dot{E}_{yE}^- = \epsilon_g \dot{E}_G^+ + \dot{M}_G(\hat{k}_5 - \hat{k}_7) - \dot{E}_{yE}^- = 70.165 \text{ MW}$$

Cette perte exergetique est, en valeur relative :

$$\frac{\dot{L}_{rt}}{\sum x} = 0.175$$

La perte exergetique due au transfert-chaleur \dot{Q}_G^- est, selon le bilan exergetique (10.43) :

$$\dot{L}_{ta}^G = {}^8_7\dot{E}_y^+ = \dot{M}_G(\hat{k}_7 - \hat{k}_8) = 3.02 \text{ MW}$$

Cette perte exergetique est, en valeur relative :

$$\frac{\dot{L}_{ta}^G}{\sum x} = 0.008$$

La perte exergetique due à la diffusion du panache dans l'atmosphère est, selon les données :

$$\dot{L}_d = \psi'_d \dot{M}_F \Delta k^0 = 10.115 \text{ MW}$$

Cette perte exergetique est, en valeur relative :

$$\frac{\dot{L}_d}{\sum x} = 0.025$$

Il est intéressant de contrôler que la somme des différentes pertes exergetiques :

$$\dot{L}_H = \dot{L}_{ch} + \dot{L}_{ta} + \dot{L}_{rt} + \dot{L}_{ta}^G + \dot{L}_d = 192.97 \text{ MW}$$

est bien égale à la perte exergetique globale calculée dans le paragraphe précédent.

11.G Refroidissement et diffusion d'un panache de gaz de combustion dans l'atmosphère

Description

Soit le panache, représenté par le schéma de la figure 11.8, sortant de la cheminée de la chaudière à vapeur industrielle étudiée dans l'exercice 11F (fig. 11.6).

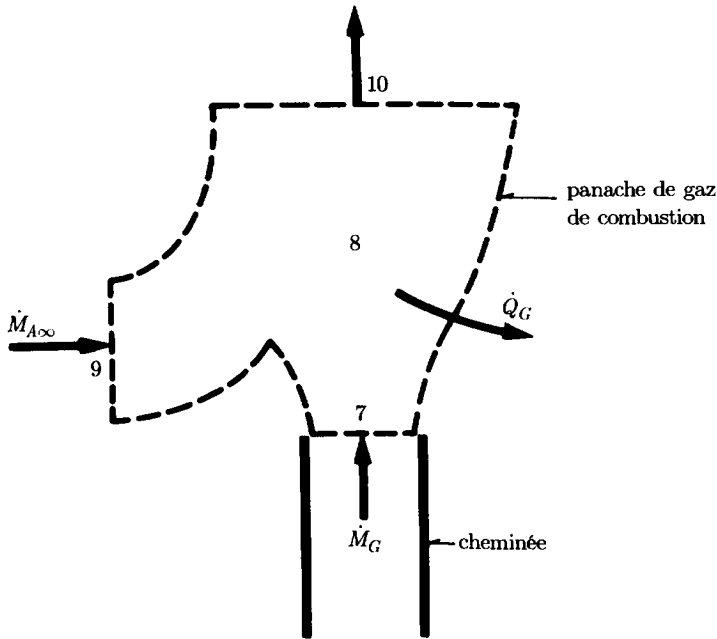


Fig. 11.8

Les gaz de combustion subissent les transformations suivantes :

7-8 : refroidissement des gaz à pression constante jusqu'à la température atmosphérique T_a , par transfert-chalet à l'atmosphère :

8 + 9-10 : mélange par diffusion des constituants gazeux jusqu'à leur pression partielle dans une atmosphère moyenne ; ce phénomène est schématisé, dans la figure 11.8), par injection dans le panache d'un flux d'air atmosphérique dont le débit-masse $\dot{M}_{A\infty}$ est extrêmement grand par rapport au débit-masse de gaz de combustion \dot{M}_G .

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$
- Etat de référence : $P^0 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Composition de l'atmosphère moyenne : (tab. 11.8, vol. I)
- Composition des gaz de combustion : $\bar{c}_{\text{N}_2}^G = 0.71375 \text{ kmol N}_2/\text{kmol G}$
 $\bar{c}_{\text{O}_2}^G = 0.00871 \text{ kmol O}_2/\text{kmol G}$
 $\bar{c}_{\text{Ar}}^G = 0.00848 \text{ kmol Ar/kmol G}$
 $\bar{c}_{\text{CO}_2}^G = 0.12622 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol G}$
 $\bar{c}_{\text{H}_2\text{O}}^G = 0.14284 \text{ kmol H}_2\text{O/kmol G}$

- Température des gaz de combustion au point 7 : $\hat{T}_7 = 120^\circ\text{C}$
- Masse molaire des gaz de combustion : $\tilde{m}_G = 28.622 \text{ kg/kmol}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air et des gaz de combustion : (fig. 11.7)
- Facteur d'air : $\lambda = 1.087$
- Débit-masse des gaz de combustion : $\dot{M}_G = 137.975 \text{ kg/s}$
- Puissances exergetiques consommées
par la chaudière : $\sum_x = 400.40 \text{ MW/K}$

Questions

- Calculer la perte exergetique, en valeur relative, due au transfert-chaleur \dot{Q}_G^- panache-atmosphère.
- Calculer la perte exergetique, en valeur relative, due à la diffusion du panache dans l'atmosphère.

Solution

Perte exergetique due au transfert-chaleur \dot{Q}_G^-

La perte exergetique due au transfert-chaleur \dot{Q}_G^- est, conformément au bilan exergetique, compte tenu de (2.60), (2.66) et (10.35) (voir exercice 11F).

$$\dot{I}_{ta}^G = {}^8\dot{E}_w^+ = \dot{M}_G(\hat{k}_7 - \hat{k}_8) = \dot{M}_G \bar{c}_{pG} \left(T_7 - T_a - T_a \ln \frac{T_7}{T_a} \right) = 3.009 \text{ MW}$$

Cette perte exergetique est, en valeur relative :

$$\frac{\dot{I}_{ta}^G}{\sum_x} = 0.008$$

Perte exergetique due à la diffusion

En raisonnant comme nous l'avons fait au tableau 6.2 (vol. I) pour la loi d'Amagat, nous obtenons l'augmentation d'entropie correspondant à l'évolution 8-10 des gaz de combustion :

$$\begin{aligned} \frac{\delta S^i_G}{dt} &= -\tilde{r} \sum_i \dot{N}_{i8} \ln \frac{\tilde{c}_{i10}}{\tilde{c}_{i8}} = -\dot{N}_G \tilde{r} \sum_i \tilde{c}_{iG} \ln \frac{\tilde{c}_{ia}}{\tilde{c}_{iG}} \\ &= \dot{M}_G r_G \sum_i \tilde{c}_{iG} \ln \frac{\tilde{c}_{iG}}{\tilde{c}_{ia}} \end{aligned}$$

dans laquelle nous avons :

- \tilde{c}_{iG} : concentration molaire du constituant i dans les gaz de combustion.
- \tilde{c}_{ia} : concentration molaire du constituant i dans l'atmosphère moyenne.

Selon le tableau de la figure 11.8 (vol. I) et la composition des gaz de combustion, les constituants qui interviennent dans ce problème sont les suivants : N_2 , O_2 , Ar , H_2O et CO_2 .

L'augmentation d'entropie correspondant à l'évolution 9-10 de l'air atmosphérique est :

$$\frac{\delta S^i_A}{dt} = -\tilde{r} \sum_i \dot{N}_{i9} \ln \frac{\tilde{c}_{i10}}{\tilde{c}_{i9}} = -\tilde{r} \sum_i \dot{N}_A \tilde{c}_{ia} \ln \left(1 + \frac{\tilde{c}_{i10} - \tilde{c}_{ia}}{\tilde{c}_{ia}} \right)$$

Nous avons les bilans de kilomoles :

$$\dot{N}_{10} = \dot{N}_G + \dot{N}_A$$

$$\dot{N}_{10}\tilde{c}_{i10} = \dot{N}_G\tilde{c}_{iG} + \dot{N}_A\tilde{c}_{ia}$$

Lorsque le débit-masse d'air atmosphérique \dot{M}_A est extrêmement grand par rapport au débit-masse de gaz \dot{M}_G , nous obtenons à la limite :

$$\frac{\dot{N}_{10}}{\dot{N}_A} \rightarrow 1 \quad \dot{N}_{10} \rightarrow \dot{N}_A$$

$$\tilde{c}_{i10} - \tilde{c}_{ia} \rightarrow 0 \quad \tilde{c}_{i10} \rightarrow \tilde{c}_{ia}$$

Il faut alors chercher la limite de $\delta S^i/dt$ lorsque \dot{N}_A tend vers l'infini, car alors nous avons le produit $\infty \times 0$.

En développant le logarithme en série autour de 0 et en ne conservant que le premier terme, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\delta S_A^i}{dt} &= -\bar{r} \sum_i \dot{N}_A (\tilde{c}_{i10} - \tilde{c}_{ia}) \\ &= -\bar{r} \sum_i \dot{N}_A \tilde{c}_{i10} + \dot{N}_G \tilde{c}_{iG} - (\dot{N}_G + \dot{N}_A) \tilde{c}_{i10} \\ &= -\dot{N}_G \bar{r} \sum_i \tilde{c}_{iG} - \tilde{c}_{i10} \end{aligned}$$

Nous obtenons finalement, compte tenu du tableau 6.2 (vol. I) :

$$\frac{\delta S_A^i}{dt} = -\dot{N}_G \bar{r} \left(\sum_i \tilde{c}_{iG} - \sum_i \tilde{c}_{i10} \right) = 0$$

L'augmentation d'entropie due à la diffusion du panache dans l'atmosphère est donc égale à l'augmentation d'entropie correspondant à l'évolution thermodynamique des gaz de combustion.

$$\frac{\delta S^i}{dt} = \frac{\delta S_G^i}{dt}$$

La perte exergetique correspondante est donc, conformément à l'expression générale (10.42) :

$$\dot{L}_d = T_a \frac{\delta S^i}{dt} = T_a \frac{\delta S_G^i}{dt} = \dot{M}_G r_G T_a \sum_i \tilde{c}_{iG} \ln \frac{\tilde{c}_{iG}}{\tilde{c}_{ia}} = 9.967 \text{ MW}$$

Cette perte est, en valeur relative :

$$\delta_d = \frac{\dot{L}_d}{\sum_x} = 0.025 = 2.5 \%$$

Il est intéressant de noter que, l'état 8 étant l'état de référence, la perte exergetique due à la diffusion du panache dans l'atmosphère peut être exprimée, conformément au bilan exergetique (10.43) et compte tenu des hypothèses, par les relations :

$$\dot{L}_d = -\dot{M}_G (k_{10} - k_8) = \dot{M}_G T_a (s_{10} - s_8)$$

$$\dot{L}_d = -\dot{M}_G \hat{k}_{10} = \dot{M}_G T_a \hat{s}_{10} > 0$$

11.H Moteur à essence

Description

Il s'agit d'étudier le réseau de combustion du moteur représenté par le schéma simplifié de la figure 11.9.

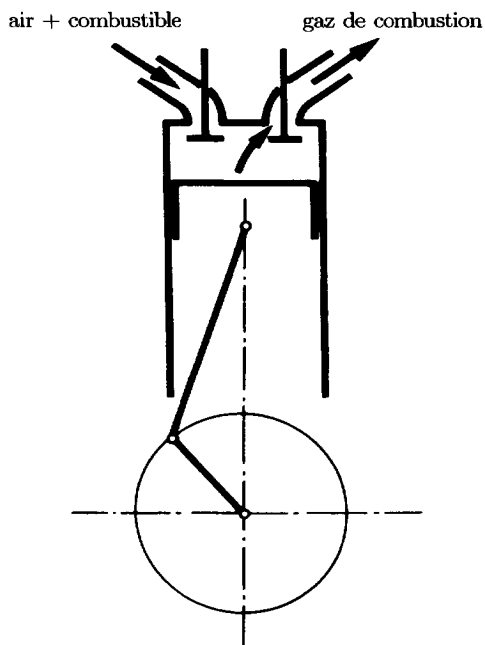


Fig. 11.9

Hypothèses

- La combustion est complète.
- L'état standard (11.3) est considéré comme référence.

Données

- Analyse élémentaire du combustible : $c_C^F = 0.85 \text{ kg C/kg F}$
 $c_{H_2}^F = 0.15 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$
- Débit-masse de combustible : $\dot{M}_F = 0.003 \text{ kg/s}$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\underline{\Delta h_i^0} = 45\,000 \text{ kJ/kg}$
- Concentrations molaires de certains constituants des gaz de combustion secs : $\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = 0.01074 \text{ kmol O}_2/\text{kmol Gs}$
 $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = 0.14079 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol Gs}$
- Pertes énergétiques, en valeur relative : $\varphi_a = 0.5$

Questions

- Calculer le facteur d'air caractérisant la combustion.
- Déterminer la composition en kilomoles des gaz de combustion humides.
- Calculer la puissance-travail fournie par le moteur, en utilisant notamment les relations (12.78) et (12.79).

Solution

Facteur d'air

La quantité d'oxygène stoechiométrique est, selon le tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_{O_2 \text{ st}}}{M_F} = \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} = 0.108 \text{ kmol } O_2/\text{kg F}$$

Une approche consiste à passer par les chiffres de carbone, de soufre et d'azote qui sont, conformément aux définitions (11.168), (11.177) et (11.178) :

$$\sigma = \frac{N_{O_2 \text{ st}}}{M_F} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 1.525$$

$$\kappa = \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 0$$

$$\nu = \frac{c_{N_2}^F}{\tilde{m}_{N_2}} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 0$$

Le facteur d'air λ est alors, selon (11.192), compte tenu de la première l'hypothèse :

$$\lambda = \frac{0.21}{\sigma} \left(\frac{1}{\tilde{c}_{CO_2}^{Gs}} + \sigma - 1 - \kappa - \nu \right) = 1.05$$

Composition en kilomoles des gaz de combustion humides

La quantité d'air stoechiométrique est :

$$\frac{N_{A \text{ st}}}{M_F} = \frac{N_{O_2 \text{ st}}}{0.21 M_F} = 0.514 \text{ kmol A/kg F}$$

Le nombre total de kilomoles de gaz de combustion humides est, selon le tableau 11.3 (vol. I), compte tenu de l'hypothèse :

$$\frac{N_G}{M_F} = 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \lambda \frac{N_{A \text{ st}}}{M_F} = 0.577 \text{ kmol G/kg F}$$

Le nombre de kilomoles de gaz carbonique est :

$$\frac{N_{CO_2}}{M_F} = \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} = 0.0708 \text{ kmol } CO_2/\text{kg F}$$

Le nombre de kilomoles d'eau sous forme de vapeur est :

$$\frac{N_{H_2O}}{M_F} = \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} = 0.0743 \text{ kmol } H_2O/\text{kg F}$$

Le nombre de kilomoles d'oxygène dans les gaz de combustion humides est :

$$\frac{N_{O_2G}}{M_F} = 0.21 \frac{N_{A\text{st}}}{M_F} (\lambda - 1) = 0.00546 \text{ kmol } O_2/\text{kg F}$$

Le nombre de kilomoles d'azote dans les gaz de combustion humides est :

$$\frac{N_{N_2G}}{M_F} = 0.79 \lambda \frac{N_{A\text{st}}}{M_F} = 0.4265 \text{ kmol } N_2/\text{kg F}$$

La composition en kilomoles des gaz de combustion humides est donc :

$$\tilde{c}_{CO_2}^G = \frac{N_{CO_2}/M_F}{N_G/M_F} = 0.1227 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol G}$$

$$\tilde{c}_{H_2O}^G = \frac{N_{H_2O}/M_F}{N_G/M_F} = 0.1287 \text{ kmol } H_2O/\text{kmol G}$$

$$\tilde{c}_{O_2}^G = \frac{N_{O_2G}/M_F}{N_G/M_F} = 0.0095 \text{ kmol } O_2/\text{kmol G}$$

$$\tilde{c}_{N_2}^G = \frac{N_{N_2G}/M_F}{N_G/M_F} = 0.7392 \text{ kmol } N_2/\text{kmol G}$$

Puissance-travail

L'efficacité du moteur est, selon (12.79) :

$$\epsilon = 1 - \varphi_a = 0.5 = 50 \%$$

La puissance-travail fournie par le moteur est donc, selon (12.94) :

$$\dot{E}_e^- = \epsilon \dot{M}_F \underline{\Delta} h_i^0 = 67.5 \text{ kW}$$

11.1 Combustion incomplète

Description

Nous nous proposons d'étudier une combustion incomplète, avec production de carbone imbrûlé, et de l'interpréter à l'aide du triangle d'Ostwald correspondant.

Hypothèses

- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.

Données

- Analyse élémentaire du combustible :

$$\begin{aligned} c_C^F &= 0.868 \text{ kg C/kg F} \\ c_{H_2}^F &= 0.119 \text{ kg H}_2/\text{kg F} \\ c_S^F &= 0.008 \text{ kg S/kg F} \\ c_{O_2}^F &= 0.003 \text{ kg O}_2/\text{kg F} \\ c_{N_2}^F &= 0.002 \text{ kg N}_2/\text{kg F} \end{aligned}$$

- Concentrations molaires de certains constituants des gaz

de combustion secs :

$$\begin{aligned}\tilde{c}_{O_2}^{Gs} &= 0.178 \text{ kmol } O_2/\text{kmol } Gs \\ \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} &= 0.022 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol } Gs \\ \tilde{c}_{CO}^{Gs} &= 0.0014 \text{ kmol } CO/\text{kmol } Gs\end{aligned}$$

Questions

- Calculer les chiffres caractéristiques du combustible : quantité d'air stoechiométrique, chiffre de carbone, chiffre de soufre et chiffre d'azote.
- Calculer le facteur d'air de la combustion.
- Calculer le rapport de carbone imbrûlé en kat $C_i/\text{kmol } Gs$.
- Calculer les concentrations molaires d'azote et de dioxyde de soufre des gaz de combustion secs.
- Tracer le triangle d'Oswald correspondant à la combustion considérée et placer le point représentatif de cette combustion.

Solution

Chiffres caractéristiques du combustible

L'analyse élémentaire du combustible en kmol i/kg F est, selon (11.87) :

$$\frac{N_C}{M_F} = \frac{c_C^F}{12.01} = 0.07227 \text{ kmol } C/\text{kg } F$$

$$\frac{N_{H_2}}{M_F} = \frac{c_{H_2}^F}{2.02} = 0.05891 \text{ kmol } H_2/\text{kg } F$$

$$\frac{N_S}{M_F} = \frac{c_S^F}{32.07} = 0.00025 \text{ kmol } S/\text{kg } F$$

$$\frac{N_{O_2}}{M_F} = \frac{c_{O_2}^F}{32} = 0.00009 \text{ kmol } O_2/\text{kg } F$$

$$\frac{N_{N_2}}{M_F} = \frac{c_{N_2}^F}{28.01} = 0.00007 \text{ kmol } N_2/\text{kg } F$$

La quantité d'oxygène stoechiométrique est, selon le tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_{O_2 \text{ st}}}{M_F} = \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} - \frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_{O_2}} = 0.10188 \text{ kmol } O_2/\text{kg } F$$

La quantité d'air stoechiométrique est donc :

$$\frac{N_{A \text{ st}}}{M_F} = \frac{N_{O_2 \text{ st}}}{0.21 M_F} = 0.48516 \text{ kmol } A/\text{kg } F$$

Le chiffre de carbone est donné par (11.168) :

$$\sigma = \frac{N_{O_2 \text{ st}}}{M_F} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 1.40971$$

Le chiffre de soufre est donné par (11.177) :

$$\kappa = \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 0.00345$$

Le chiffre d'azote est donné par (11.178) :

$$\nu = \frac{c_{N_2}^F}{\tilde{m}_{N_2}} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} = 0.00099$$

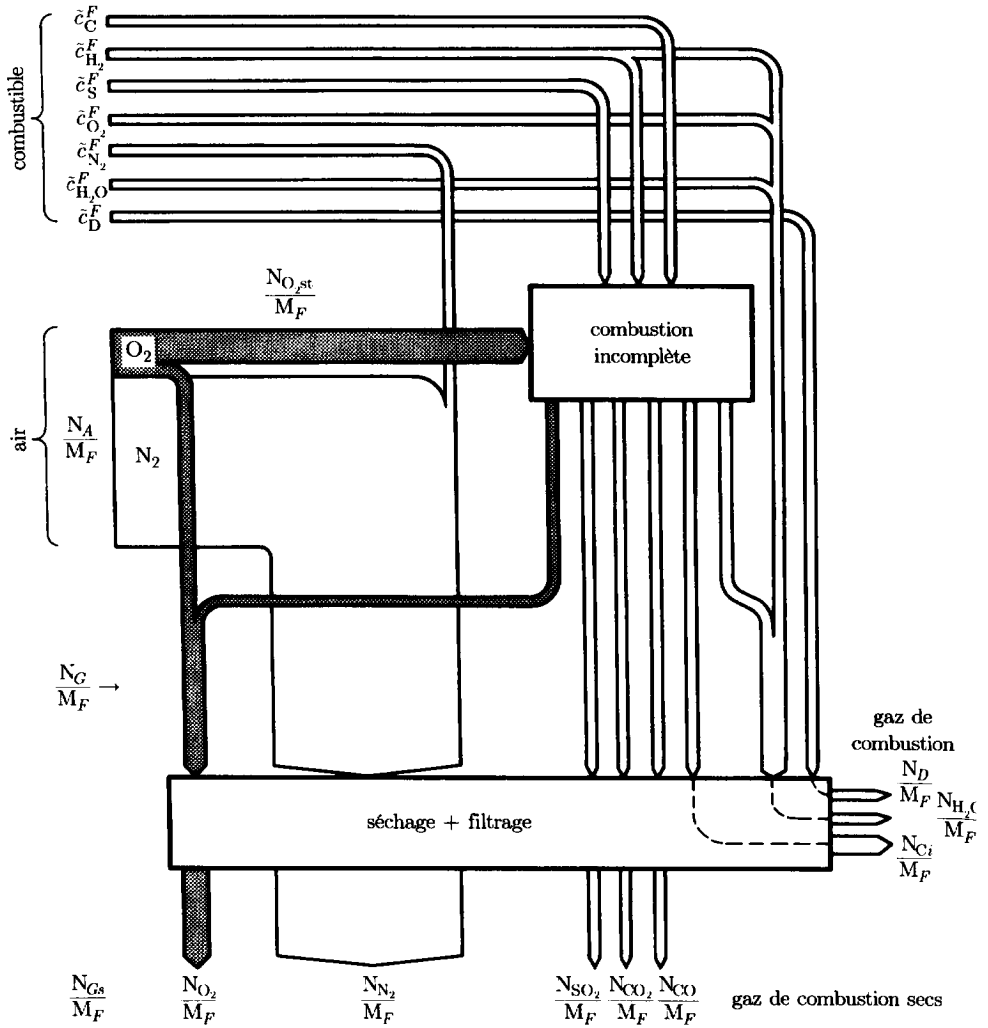


Fig. 11.10

Facteur d'air de la combustion

Le facteur d'air de la combustion est donné par (11.201), avec $\ell = \sigma - 1 - \kappa - \nu$:

$$\lambda = \frac{0.21 \left(\sigma - 1 - (\ell) \tilde{c}_{O_2}^{Gs} - (\ell) \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} - \left(\sigma - 1 - \frac{\kappa + \nu}{2} \right) \tilde{c}_{CO}^{Gs} \right)}{\sigma \left(0.21 - \tilde{c}_{O_2}^{Gs} - \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} - \frac{1.21}{2} \tilde{c}_{CO}^{Gs} \right)} = 5.34$$

Rapport de carbone imbrûlé

Le rapport de gaz de combustion secs est, selon (11.199) :

$$\frac{N_{Gs}}{M_F} = \frac{(0.79(\sigma - 1) + 0.21(\kappa + \nu)) c_C^F / \tilde{m}_C}{0.21 - \tilde{c}_{O_2}^{Gs} - \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} - (1.21/2) \tilde{c}_{CO}^{Gs}} = 2.5631 \text{ kmol Gs/kg F}$$

Le bilan de carbone (11.181) donne le rapport de carbone imbrûlé :

$$\frac{N_{Ci}}{N_{Gs}} = \frac{c_C^F / \tilde{m}_C}{N_{Gs} / M_F} - (\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO}^{Gs}) = 0.0048 \text{ kmol Ci/kmol Gs}$$

Concentrations molaires d'azote et de dioxyde de soufre

La concentration molaire d'azote est donnée par (11.187) :

$$\tilde{c}_{N_2}^{Gs} = \left(\frac{79}{21} \lambda \sigma + \nu \right) \frac{c_C^F / \tilde{m}_C}{N_{Gs} / M_F} = 0.7985 \text{ kmol N}_2/\text{kmol Gs}$$

La concentration molaire de dioxyde de soufre est donnée par (11.182) :

$$\tilde{c}_{SO_2}^{Gs} = \kappa \frac{c_C^F / \tilde{m}_C}{N_{Gs} / M_F} = 0.0001 \text{ kmol SO}_2/\text{kmol Gs}$$

Nous constatons que le bilan de quantité de substance, relatif aux gaz de combustion secs Gs, est bien respecté :

$$\tilde{c}_{O_2}^{Gs} + \tilde{c}_{N_2}^{Gs} + \tilde{c}_{SO_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO}^{Gs} = 1$$

Le schéma de la figure 11.10 représente les flux de quantité de substance des gaz de combustion prélevés en vue de leur analyse.

Triangle d'Ostwald

Les équations (11.194) et (11.195) définissent respectivement les familles de courbes :

$$\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = f_1 \left(\tilde{c}_{O_2}^{Gs}, \tilde{c}_{CO}^{Gs}, \frac{N_{Ci}}{N_{Gs}} \right)$$

$$\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = f_2 \left(\tilde{c}_{O_2}^{Gs}, \lambda, \frac{N_{Ci}}{N_{Gs}} \right)$$

La représentation graphique de ces équations fait l'objet de la figure 11.11. Remarquons que la présence de carbone imbrûlé est à l'origine d'un décalage des courbes de paramètre $1/\lambda$. La courbe caractérisée par $\lambda = 1$ ne passe plus par le point A, intersection de la courbe caractérisée par $\tilde{c}_{CO}^{Gs} = 0$ avec l'axe vertical.

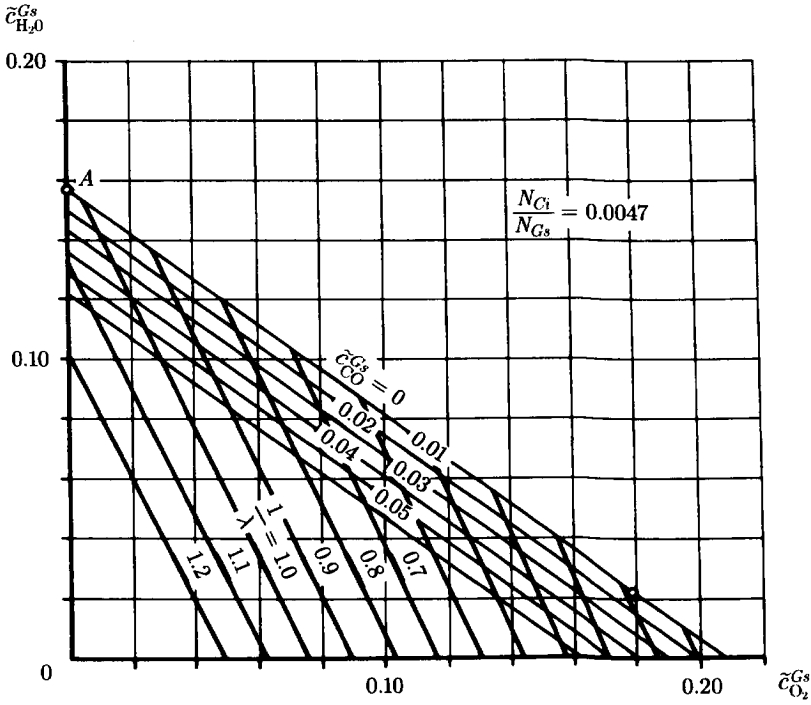


Fig. 11.11

11.J Turboréacteur d'aviation

Description

Considérons le turboréacteur d'aviation, avec postcombustion, représenté par le schéma de la figure 11.12.

Le turboréacteur est alimenté par du kérosène. L'injection du débit-masse \dot{M}_F de combustible dans la tuyère sert à réaliser la postcombustion qui fournit une poussée supplémentaire à l'avion.

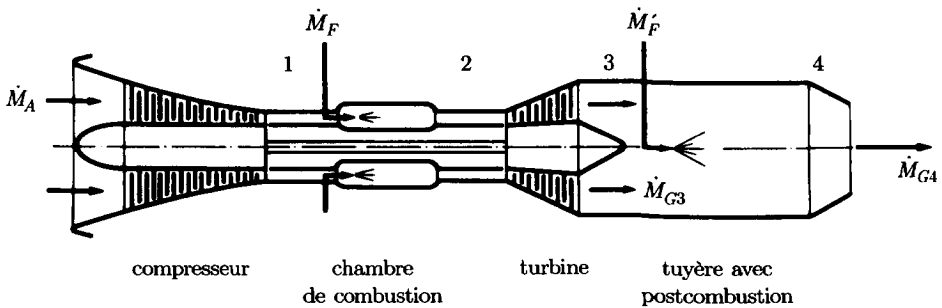


Fig. 11.12

Iypothèses

- La combustion dans la chambre de combustion est complète.
- L'énergie vP du combustible est négligeable.
- Le régime est permanent.
- La chaleur spécifique isobare des gaz de combustion résultant d'une combustion incomplète est pratiquement égale à celle des gaz résultant d'une combustion complète.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.

Données

- Température de référence : $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Analyse élémentaire du combustible : $c_C^F = 0.845 \text{ kg C/kg F}$
 $c_{H_2}^F = 0.155 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$
- Température du combustible injecté : $\hat{T}_F = 30^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique du combustible : $c_F = 2 \text{ kJ/(K kg)}$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\underline{\Delta h}_i^0 = 44\,300 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse du combustible injecté dans la chambre de combustion : $\dot{M}_F = 4.4 \text{ kg/s}$
- Température de l'air à l'entrée de la chambre : $\hat{T}_{A1} = 330^\circ\text{C}$
- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_A = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Débit-masse de l'air : $\dot{M}_A = 180 \text{ kg/s}$
- Température des gaz de combustion
- à la sortie de la turbine : $\hat{T}_{G3} = 880^\circ\text{C}$
- à la sortie de la tuyère : $\hat{T}_{G4} = 1\,320^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air et des gaz de combustion, pour une combustion complète : (fig. 11.13)
- Perte énergétique de la chambre de combustion, due à la convection et au rayonnement, en valeur relative : $\varphi_a = \dot{Q}_{ca}^- / (\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0) = 0.02$
- Perte énergétique de la tuyère, due à la convection et au rayonnement, en valeur relative : $\varphi'_a = \dot{Q}_{ta}^- / (\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0) = 0.05$
- Perte énergétique de la tuyère,
- due au monoxyde de carbone imbrûlé : $\varphi'_{CO} = (\dot{M}'_{CO} \underline{\Delta h}_{CO}^0) / (\dot{M}'_F \underline{\Delta h}_i^0) = 0.02$

Questions

- Calculer le facteur d'air relatif à la chambre de combustion.
- Calculer la composition en kilomoles des gaz de combustion, à la sortie de la chambre.
- Calculer l'efficacité de la chambre.
- Calculer la température des gaz de combustion à la sortie de la chambre.
- Calculer l'efficacité de la tuyère.
- Calculer le débit-masse du combustible injecté dans la tuyère

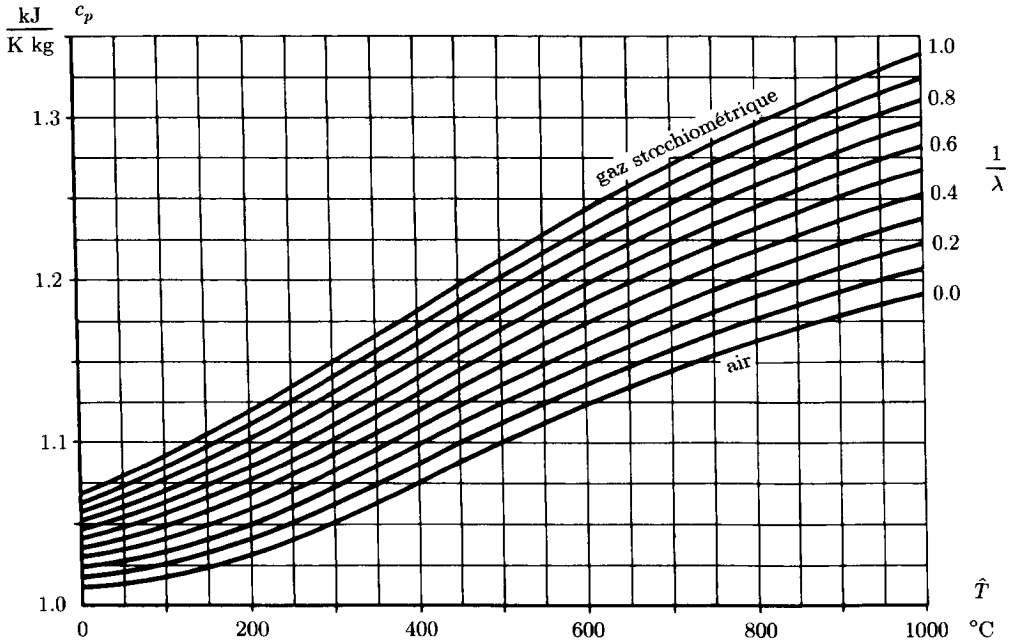


Fig. 11.13

Solution

Facteur d'air

Selon le tableau 11.3 (vol. I), le kérosène exige au minimum, pour brûler complètement, la quantité d'oxygène stoechiométrique suivante :

$$\frac{N_{O_2 \text{ st}}}{M_F} = \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} = 0.1087 \text{ kmol } O_2/\text{kg F}$$

La quantité d'air stoechiométrique est donc :

$$\frac{N_{A \text{ st}}}{M_F} = \frac{N_{O_2 \text{ st}}}{0.21 M_F} = 0.51774 \text{ kmol A/kg F}$$

La quantité d'air effective, par kg de combustible est :

$$\frac{N_A}{M_F} \equiv \frac{\dot{N}_A}{\dot{M}_F} = \frac{\dot{M}_A}{\tilde{m}_A \dot{M}_F} = 1.41799 \text{ kmol A/kg F}$$

Le facteur d'air relatif à la chambre de combustion est donc, selon (11.6) :

$$\lambda = \frac{N_A/M_F}{N_{A \text{ st}}/M_F} = 2.739$$

Composition en kilomoles des gaz de combustion

La quantité relative de gaz de combustion est, compte tenu de la première hypothèse, selon le tableau 11.3 (vol. I) :

$$\begin{aligned} \frac{N_{Gc}}{M_F} &= \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{N_A}{M_F} - \frac{N_{O_2 \text{ st}}}{M_F} = 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{N_A}{M_F} \\ &= 1.45636 \text{ kmol Gc/kg F} \end{aligned}$$

Les quantités relatives des constituants des gaz de combustion sont, selon le tableau 11.3 (vol. I) :

$$\frac{N_{O_2G}}{M_F} = 0.21 \frac{N_A}{M_F} - \frac{N_{O_2st}}{M_F} = 0.18905 \text{ kmol } O_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{N_2G}}{M_F} = 0.79 \frac{N_A}{M_F} = 1.12021 \text{ kmol } N_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{CO_2}}{M_F} = \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} = 0.07036 \text{ kmol } CO_2/\text{kg F}$$

$$\frac{N_{H_2O}}{M_F} = \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} = 0.07673 \text{ kmol } H_2O/\text{kg F}$$

La composition en kilomoles des gaz de combustion est donc :

$$\tilde{c}_{O_2}^{Gc} = \frac{N_{O_2}/M_F}{N_{Gc}/M_F} = 0.12981 \text{ kmol } O_2/\text{kmol Gc}$$

$$\tilde{c}_{N_2}^{Gc} = \frac{N_{N_2}/M_F}{N_{Gc}/M_F} = 0.76919 \text{ kmol } N_2/\text{kmol Gc}$$

$$\tilde{c}_{CO_2}^{Gc} = \frac{N_{CO_2}/M_F}{N_{Gc}/M_F} = 0.0481 \text{ kmol } CO_2/\text{kmol Gc}$$

$$\tilde{c}_{H_2O}^{Gc} = \frac{N_{H_2O}/M_F}{N_{Gc}/M_F} = 0.0526 \text{ kmol } H_2O/\text{kmol Gc}$$

Efficacité de la chambre de combustion

L'efficacité de la chambre de combustion est, selon (12.10) et compte tenu de la première hypothèse :

$$\epsilon = 1 - \varphi_a = 0.98 = 98 \%$$

Température de combustion

Le débit-masse des gaz de combustion est :

$$\dot{M}_G = \dot{M}_A + \dot{M}_F = 184.4 \text{ kg/s}$$

La température des gaz de combustion à la sortie de la chambre est, compte tenu des hypothèses, selon le bilan énergétique (11.85) :

$$\begin{aligned} \hat{T}_{G2} &= \frac{\dot{M}_F(\underline{\Delta}h_i^0 + c_F\hat{T}_F) + \dot{M}_A\bar{c}_{pA}\hat{T}_{A1} - \dot{Q}_{ca}^-}{\dot{M}_G\bar{c}_{pG}} \\ &= \frac{\dot{M}_F(\epsilon\underline{\Delta}h_i^0 + c_F\hat{T}_F) + \dot{M}_A\bar{c}_{pA}\hat{T}_{A1}}{\dot{M}_G\bar{c}_{pG}} \end{aligned}$$

Comme \hat{T}_{G2} apparaît implicitement dans la chaleur spécifique moyenne \bar{c}_{pG} , il faut procéder par approximations successives. Nous obtenons finalement la température des gaz de combustion à la sortie de la chambre :

$$\hat{T}_{G2} = 1181.10^\circ\text{C} \quad \bar{c}_{pG} = 1.590 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

Efficacité de la tuyère

L'efficacité de la tuyère de postcombustion est, selon (12.14) :

$$\epsilon' = 1 - (\varphi'_{\text{CO}} + \varphi'_a) = 0.93 = 93 \%$$

Débit-masse du combustible

Le bilan énergétique de la tuyère est, compte tenu des hypothèses, selon (11.85) et (12.14) :

$$(\dot{M}_G + \dot{M}'_F)\bar{c}_{pG4}\hat{T}_{G4} = \dot{M}'_F(\epsilon'\Delta h_i^0 + c_F\hat{T}_F) + \dot{M}_G\bar{c}_{pG3}\hat{T}_{G3}$$

Le débit-masse du combustible injecté dans la tuyère est donc :

$$\dot{M}'_F = \frac{\dot{M}_G(\bar{c}_{pG4}\hat{T}_{G4} - \bar{c}_{pG3}\hat{T}_{G3})}{\epsilon'\Delta h_i^0 + c_F\hat{T}_F - \bar{c}_{pG4}\hat{T}_{G4}}$$

La chaleur spécifique isobare moyenne \bar{c}_{pG3} , dépendant du facteur d'air $\lambda = 2.739$ et de la température moyenne $\bar{\hat{T}}_3 = (\hat{T}_{G3} + \hat{T}^0)/2 = 440^\circ\text{C}$, est, selon le diagramme de la figure 11.13 :

$$\bar{c}_{pG3} = c_p(\lambda, \bar{\hat{T}}_3) = 1.1251 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

La chaleur spécifique isobare moyenne \bar{c}_{pG4} , dépendant du facteur d'air λ' et de la température moyenne $\bar{\hat{T}}_4 = (\hat{T}_{G4} + \hat{T}^0)/2 = 660^\circ\text{C}$.

Le facteur d'air relatif à la tuyère est :

$$\lambda' = \frac{\dot{M}_A}{(\dot{M}_F + \dot{M}'_F)M_{A\text{st}}/\dot{M}_F}$$

Le rapport d'air stoechiométrique est :

$$\frac{M_{A\text{st}}}{M_F} = \frac{N_{A\text{st}}}{M_F} \tilde{m}_A = 14.937 \text{ kg A/kg F}$$

Comme le débit masse \dot{M}'_F apparaît implicitement dans la chaleur spécifique isobare moyenne \bar{c}_{pG4} par l'intermédiaire du facteur d'air λ' , il faut procéder par approximations successives. Nous obtenons finalement, compte tenu de la quatrième hypothèse, le débit-masse de combustible injecté dans la tuyère :

$$\dot{M}'_F = 2.846 \text{ kg/s} \quad \lambda' = 1.663 \quad \bar{c}_{pG4} = 1.2137 \text{ kJ}/(\text{K kg})$$

11.K Combustible liquide pour une chaudière

Description

Il s'agit d'étudier les besoins en air de combustion d'un combustible donné en utilisant deux approches différentes (§ 11.3.1 et § 11.3.2).

Hypothèses

- L'air de combustion est sec.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.
- La combustion est complète.

Données

- Analyse élémentaire du combustible :

$$\begin{aligned} c_C^F &= 0.868 \text{ kg C/kg F} \\ c_{H_2}^F &= 0.119 \text{ kg H}_2\text{/kg F} \\ c_S^F &= 0.008 \text{ kg S/kg F} \\ c_{O_2}^F &= 0.003 \text{ kg O}_2\text{/kg F} \\ c_{N_2}^F &= 0.002 \text{ kg N}_2\text{/kg F} \end{aligned}$$
- Débit-masse de combustible :

$$\dot{M}_F = 2 \text{ kg/s}$$

Questions

- Calculer le débit-masse d'air stoechiométrique en utilisant :
 - Les relations du tableau 11.3 du volume I.
 - Les relations du paragraphe 11.3.2 du même ouvrage.

Solution

a) En vertu du tableau 11.3, le débit d'air stoechiométrique (sachant qu'il correspond à un facteur d'air égal à 1) est :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{M}_{A \text{ st}}}{\dot{M}_F} &= \frac{\dot{N}_{O_2 \text{ st}}}{0.21 \dot{M}_F} = \frac{\tilde{m}_A}{0.21} \left(\frac{c_C^F}{12.01} + 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{2.02} + \frac{c_S^F}{32.07} - \frac{c_{O_2}^F}{32} \right) \\ \dot{M}_{A \text{ st}} &= 2 \frac{28.85}{0.21} \left(\frac{0.868}{12.01} + 0.5 \frac{0.119}{2.02} + \frac{0.008}{32.07} - \frac{0.003}{32} \right) = 28.0 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

b) L'approche du § 11.3.2 considère une molécule générique $C_v H_w S_x O_y N_z$ dont les coefficients sont :

$$\begin{aligned} v &= \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} \tilde{m}_F = \frac{0.868}{12.01} \tilde{m}_F = \left(\frac{\text{kg}_C / \text{kg}_F}{\text{kg}_C / \text{kmol}_C} \left(\frac{\text{kg}_F}{\text{kmol}_F} \right) = \frac{\text{kmol}_C}{\text{kmol}_F} \right) \\ w &= \frac{c_H^F}{\tilde{m}_H} \tilde{m}_F = \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_H} \tilde{m}_F = \frac{0.119}{1.01} \tilde{m}_F \\ x &= \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} \tilde{m}_F = \frac{0.008}{32.07} \tilde{m}_F \\ y &= \frac{c_O^F}{\tilde{m}_O} \tilde{m}_F = \frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_O} \tilde{m}_F = \frac{0.003}{16} \tilde{m}_F \\ z &= \frac{c_N^F}{\tilde{m}_N} \tilde{m}_F = \frac{c_{N_2}^F}{\tilde{m}_N} \tilde{m}_F = \frac{0.002}{14.005} \tilde{m}_F \end{aligned}$$

Il convient de relever que l'analyse dimensionnelle présentée à titre d'exemple pour le coefficient v est souvent très utile pour vérifier la cohérence d'une équation donnée.

La quantité molaire d'air stoechiométrique, selon (11.21) est :

$$\begin{aligned} \frac{N_{A \text{ st}}}{N_F} &= 4.762 \frac{N_{O_2 \text{ st}}}{N_F} = 4.762 \left(v + \frac{w}{4} + x - \frac{y}{2} \right) \\ &= 4.762 \left(\frac{0.868}{12.01} + \frac{0.119}{4.04} + \frac{0.008}{32.07} - \frac{0.003}{2 \cdot 16} \right) \tilde{m}_F \\ &= 0.4854 \tilde{m}_F \end{aligned}$$

Connaissant le débit de combustible (donnée), nous pouvons déduire le débit d'air stoechiométrique :

$$\dot{M}_{\text{A st}} = 2 \cdot 0.4854 \tilde{m}_{\text{F}} \frac{28.85}{\tilde{m}_{\text{F}}} = 28.0 \text{ kg/s}$$

11.L Bombe calorimétrique

Description

Il s'agit d'étudier la bombe calorimétrique représentée par le schéma de la figure 11.14.

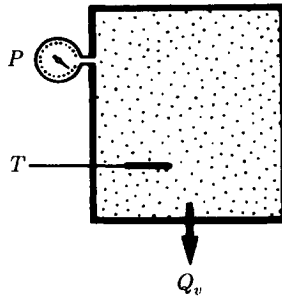


Fig. 11.14

A l'état initial 1, caractérisé par (P_1, T_1) , la bombe contient un mélange M de monoxyde de carbone et d'oxygène. La combustion est déclenchée, se déroule, puis les produits de combustion sont refroidis jusqu'à la température finale T_2 .

Hypothèses

- La combustion est complète.
- Le monoxyde de carbone, l'oxygène et les produits de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.
- L'état standard (11.3) est considéré comme référence.

Données

- Composition en kilomoles du mélange M : $\tilde{c}_{\text{CO}}^M = 0.25 \text{ kmol CO/kmol } M$
 $\tilde{c}_{\text{O}_2}^M = 0.75 \text{ kmol O}_2/\text{kmol } M$
- Etat thermodynamique initial : $P_1 = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_1 = 25^\circ\text{C}$
- Température finale : $\hat{T}_2 = 500^\circ\text{C}$
- Relation approchée pour les chaleurs spécifiques isochores du dioxyde de carbone et de l'oxygène, valable entre 0 et 1 200 °C :

$$c_{vj} = \sum_{k=1}^6 \left(a_{jk} \left(\frac{T}{1000} \right)^{k-1} \right) \text{ avec } T \text{ en K et } c_v \text{ en J/(K kg)}$$

Constituant	Coefficients des polynômes de c_{vj}					
j	a_{j1}	a_{j2}	a_{j3}	a_{j4}	a_{j5}	a_{j6}
Dioxyde de carbone	243.63	1 785.41	-1 602.30	766.71	-152.33	0
Oxygène	739.74	-955.05	3 269.24	-3 871.85	2 065.51	-417.59

- Pouvoir énergétique du monoxyde de carbone :

$$\underline{\Delta u}_{\text{CO}}^0 = 10\,056 \text{ kJ/kg}$$

Questions

- Calculer la pression finale P_2 .
- Déterminer le pouvoir énergétique molaire $\underline{\Delta \tilde{u}}_{\text{CO}}^0$ du monoxyde de carbone.
- Calculer l'énergie-chaleur $Q_v^{-'}$ extraite de la bombe calorimétrique, par kilomole de monoxyde de carbone brûlé.

Réponses

- $P_2 = 2.27 \text{ bar}$
- $\underline{\Delta \tilde{u}}_{\text{CO}}^0 = 281.669 \text{ MJ/kmol CO}$
- $Q_v^{-'} = 236.784 \text{ MJ/kmol CO}$

11.M Influence des conditions de référence sur le pouvoir énergétique $\underline{\Delta h}_i^0$

Description

Il s'agit de déterminer la variation du pouvoir énergétique inférieur $\underline{\Delta h}_i^0$ lorsque les conditions de référence passent de (P^0, T^0) à $(P^{0'}, T^{0'})$.

Nous étudierons les deux combustibles suivants :

- combustible liquide : combustible Diesel ;
- combustible gazeux : méthane.

Hypothèse

- Le méthane, l'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.

Données

- Etats de référence :

$$P^0 = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$$

$$P^{0'} = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}^{0'} = 25^\circ\text{C}$$

- Analyse élémentaire du combustible Diesel : $c_C^F = 0.86 \text{ kg C/kg F}$
 $c_{H_2}^F = 0.13 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$
 $c_{N_2}^F = 0.01 \text{ kg N}_2/\text{kg F}$
- Chaleur spécifique du combustible Diesel : $c_F = 1.7988 \text{ kJ/(K kg)}$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible Diesel, référé à $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$: $\Delta h_{iD}^0 = 41\,507.4 \text{ kJ/kg}$
- Chaleur spécifique isobare moyenne du méthane : $c_{pCH_4} = 2.1912 \text{ kJ/(K kg)}$
- Chaleur spécifique isobare moyenne de l'air et des constituants des gaz de combustion : $\bar{c}_{pA} = 1.0038 \text{ kJ/(K kg)}$
 $\bar{c}_{pN_2} = 1.0392 \text{ kJ/(K kg)}$
 $\bar{c}_{pCO_2} = 0.8287 \text{ kJ/(K kg)}$
 $\bar{c}_{pH_2O} = 1.8618 \text{ kJ/(K kg)}$
- Pouvoir énergétique inférieur du méthane CH_4 , référé à $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$: $\Delta h_{iCH_4}^0 = 50\,028.08 \text{ kJ/kg}$
- Masses molaires : (tab. 11.5, vol. I)

Questions

- Calculer, pour les deux combustibles étudiés, la variation, en valeur absolue et en valeur relative, du pouvoir énergétique inférieur Δh_i^0 lorsque les conditions de référence passent de (P^0, T^0) à $(P^{0'}, T^{0'})$.

Réponses

- Combustible Diesel :

$$\Delta h_{iD}^{0'} - \Delta h_{iD}^0 = -0.8924 \text{ kJ/kg}$$

$$\frac{\Delta h_{iD}^{0'} - \Delta h_{iD}^0}{\Delta h_{iD}^0} = -0.0022 \%$$

- Méthane :

$$\Delta h_{iCH_4}^{0'} - \Delta h_{iCH_4}^0 = -18.1430 \text{ kJ/kg}$$

$$\frac{\Delta h_{iCH_4}^{0'} - \Delta h_{iCH_4}^0}{\Delta h_{iCH_4}^0} = -0.036 \%$$

11.N Caractéristiques d'un combustible liquide

Description

Il s'agit d'étudier les caractéristiques de la combustion complète d'un combustible liquide :

Données

- Température de référence : $\hat{T}^0 = 15^\circ\text{C}$
- Analyse élémentaire du combustible :
 - $c_C^F = 0.868 \text{ kg C/kg F}$
 - $c_{H_2}^F = 0.119 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$
 - $c_S^F = 0.008 \text{ kg S/kg F}$
 - $c_{O_2}^F = 0.003 \text{ kg O}_2/\text{kg F}$
 - $c_{N_2}^F = 0.002 \text{ kg N}_2/\text{kg F}$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\Delta h_i^0 = 41243 \text{ kJ/kg}$
- Masse molaire de l'air : $\tilde{m}_A = 28.85 \text{ kg/kmol}$

Questions

- Calculer la quantité d'air stoechiométrique $M_{A\text{st}}/M_F$, le chiffre de carbone σ , le chiffre de soufre κ et le chiffre d'azote ν , relatifs au combustible.
- Calculer le pouvoir énergétique inférieur $\Delta h_i^{0'}$ du combustible en appliquant la règle des mélanges et en déduire l'écart en % avec la valeur correcte Δh_i^0 .

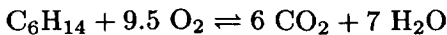
Réponses

- $M_{A\text{st}}/M_F = 13.996 \text{ kg A/kg F}$
 $\sigma = 1.410 \quad \kappa = 0.00345 \quad \nu = 0.0010$
- $\Delta h_i^{0'} \cong 42\,736.53 \text{ kJ/kg}$

$$\frac{\Delta h_i^{0'} - \Delta h_i^0}{\Delta h_i^0} = 3.6 \%$$

11.0 Combustion de l'hexane

La combustion de l'hexane donne lieu à l'équation chimique :



Description

Nous étudions les deux cas suivants :

Cas I L'eau contenue dans les gaz de combustion est sous forme de vapeur,

Cas II :

Les gaz de combustion sont refroidis de telle manière qu'une partie de l'eau formée se condense.

Hypothèse

- La combustion est complète.

Données

- Etat thermodynamique des gaz de combustion après refroidissement : $P = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T} = 18^\circ\text{C}$
- Facteur d'air caractérisant la combustion : $\lambda = 2$
- Relation approchée pour la loi de saturation de l'eau : équation (5.161)

Questions

- Calculer la quantité d'air stoechiométrique $N_{A \text{ st}}/N_F$ nécessaire à la combustion de l'hexane.
- Pour le cas I et II, déterminer la composition en kilomoles des gaz de combustion humides.

Réponses

- $\frac{N_{A \text{ st}}}{N_F} = 45.24 \text{ kmol A/kmol F}$
- | Cas I | Cas II |
|---|--|
| $\bar{c}_{\text{CO}_2}^{\text{Gc}} = 0.0638$ | $0.0676 \text{ kmol CO}_2/\text{kmol Gc}$ |
| $\bar{c}_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{Gc}} = 0.0745$ | $0.0207 \text{ kmol H}_2\text{O}/\text{kmol Gc}$ |
| $\bar{c}_{\text{O}_2}^{\text{Gc}} = 0.101$ | $0.107 \text{ kmol O}_2/\text{kmol Gc}$ |
| $\bar{c}_{\text{N}_2}^{\text{Gc}} = 0.761$ | $0.805 \text{ kmol N}_2/\text{kmol Gc}$ |

11.P Chambre de combustion d'une installation à gaz

Description

Soit la chambre de combustion d'une installation motrice à gaz, alimentée par un combustible liquide.

Hypothèses

- La combustion est complète.
- La chambre de combustion est parfaitement calorifugée.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.
- L'état standard (11.3) est considéré comme référence.

Données

- Analyse élémentaire du combustible :

$$c_C^F = 0.86 \text{ kg C/kg F}$$

$$c_{H_2}^F = 0.13 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$$

$$c_{N_2}^F = 0.01 \text{ kg N}_2/\text{kg F}$$
- Température du combustible à l'entrée de la chambre :

$$T_F = 400 \text{ K}$$
- Chaleur spécifique du combustible :

$$c_F = 2.01 \text{ kJ/(K kg)}$$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible :

$$\Delta h_i^0 = 42\,800 \text{ kJ/kg}$$
- Température de l'air à l'entrée de la chambre :

$$T_A = 500 \text{ K}$$
- Débit-masse d'air :

$$\dot{M}_A = 190 \text{ kg/s}$$
- Chaleur spécifique isobare de l'air et des gaz de combustion (combustion complète) :

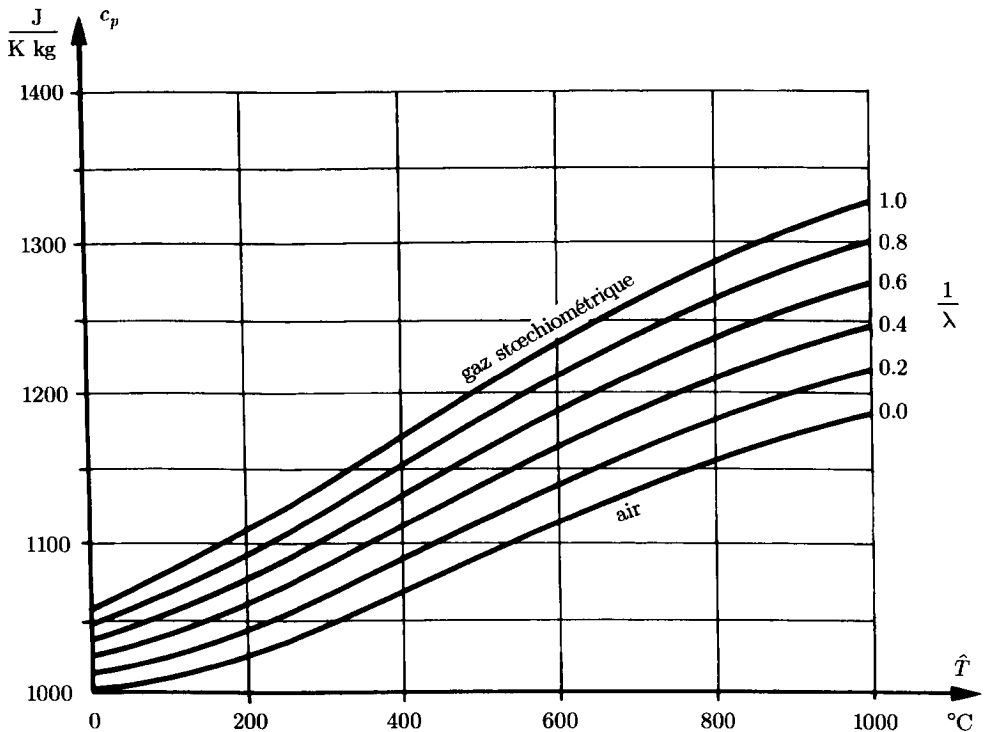


Fig. 11.15

Questions

- Calculer la température T_G des gaz de combustion, le débit-masse \dot{M}_G des gaz de combustion et la puissance-transformation relative \hat{Y}^- du réseau de combustion, cela pour les valeurs du facteur d'air $\lambda = 1-1.250-1.667-2.500-5-\infty$.

Réponses

λ	T_G [K]	\dot{M}_G [kg/s]	\dot{Y}^- [MW]
1	2 579.29	203.32	570.38
1.250	2 247.81	200.65	456.84
1.667	1 883.09	197.99	342.63
2.500	1 480.28	195.33	228.42
5.000	1 027.90	192.66	114.21
∞	500.00	190.00	0

11.Q Déperdition d'une chambre de combustion

Description

Soit une chambre de combustion alimentée avec du méthane pur et représentée par le schéma de la figure 11.1.

Hypothèses

- La combustion est complète.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'air, le méthane et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz semi-parfaits.
- L'état standard (11.3) est considéré comme référence.

Données

- Température du méthane
à l'entrée de la chambre : $T_F = 400 \text{ K}$

- Relation approchée pour la chaleur spécifique isobare molaire du méthane, valable entre 300 et 2 000 K :

$$\tilde{c}_{pF}(T) \cong -672.87 + 439.74 \left(\frac{T}{100}\right)^{1/4} - 24.875 \left(\frac{T}{100}\right)^{3/4} + 323.88 \left(\frac{T}{100}\right)^{-1/2}$$

avec T en K et \tilde{c}_{pF} en kJ/(K kmol)

- Pouvoir énergétique inférieur du méthane : $\Delta \tilde{h}_i^0 = 802\,300 \text{ kJ}/(\text{K kmol})$
- Température à l'entrée de la chambre : $T_A = 500 \text{ K}$
- Facteur d'air de la combustion : $\lambda = 1.5$
- Température des gaz de combustion
à la sortie de la chambre : $T_G = 1\,800 \text{ K}$

- Chaleur spécifique isobare de l'air et des gaz de combustion (combustion complète) :

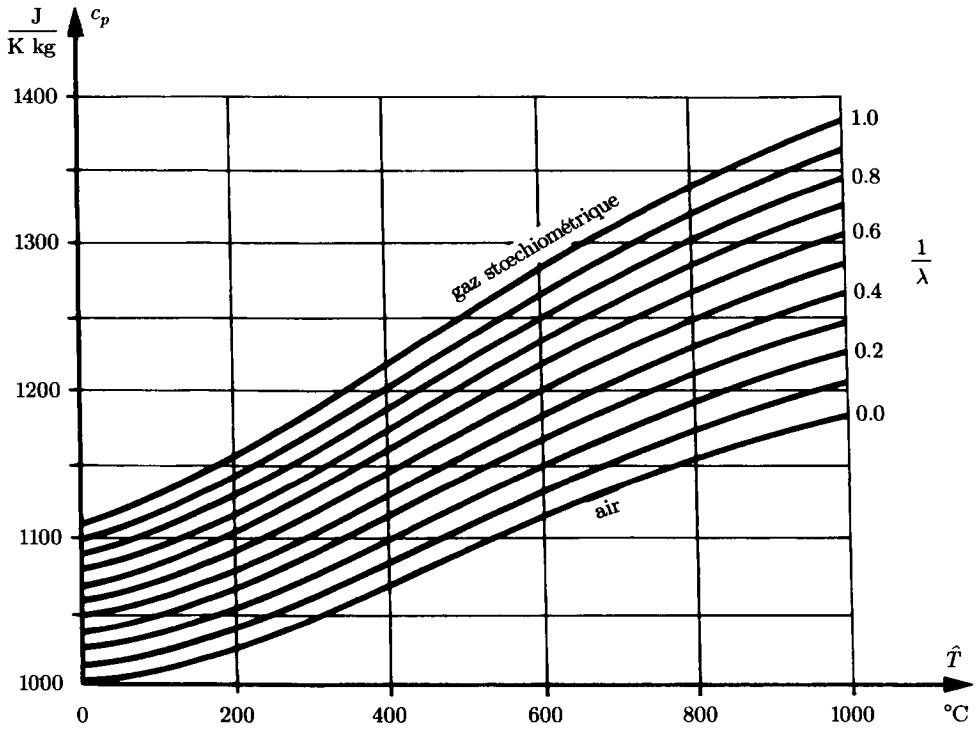


Fig. 11.16

Question

- Calculer les déperditions \tilde{d}_a^- de la chambre de combustion, en kJ/kmol CH_4 .

Réponse

- $\tilde{d}_a^- = \frac{\dot{Q}_a^-}{\dot{N}} = 83\,370 \text{ kJ/kmol CH}_4$

Exemples d'application des chapitres 10 et 11

12.A Chambre de combustion

Description

Considérons la chambre de combustion faisant l'objet de la section 12.1 et représentée par les schémas des figures 12.1 et 12.2 (vol. I).

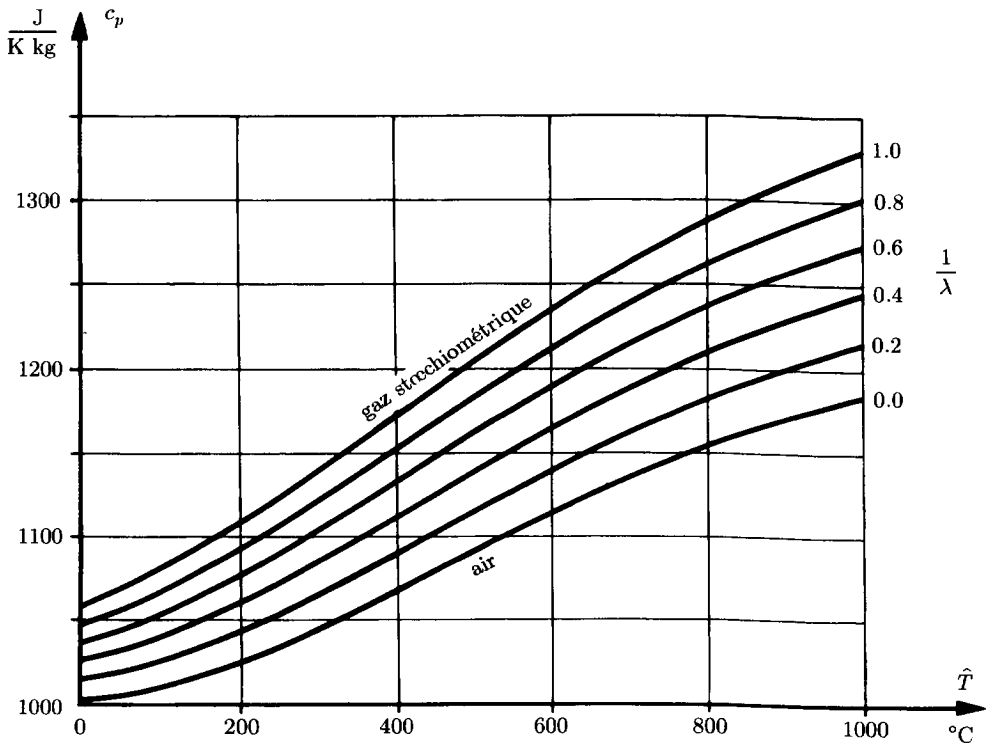


Fig. 12.1

Hypothèse

- La condensation de la vapeur d'eau des gaz de combustion n'est pas prise en compte.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $T_a = 0^\circ\text{C}$
- Etat de référence : $P^0 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique du combustible à l'entrée de la chambre : $P_F = 40 \text{ bar}$
 $\hat{T}_F = 122^\circ\text{C}$
- Masse volumique moyenne du combustible : $\bar{\rho}_F = 843 \text{ kg/m}^3$
- Chaleur spécifique moyenne du combustible : $\bar{c}_F = 1.96 \text{ kJ/(K kg)}$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\Delta h_i^0 = 41\,330 \text{ kJ/kg}$
- Pouvoir exergétique du combustible : $\Delta k^0 = 43\,470 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse de combustible : $\dot{M}_F = 2 \text{ kg/s}$
- Température de l'air à l'entrée de la chambre : $T_A = 223.9^\circ\text{C}$
- Débit-masse d'air : $\dot{M}_A = 190 \text{ kg/s}$
- Température des gaz de combustion à la sortie de la chambre : $\hat{T}_G = 613.7^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air et des gaz de combustion (combustion complète) : (fig. 12.1)
- Pouvoir énergétique du monoxyde de carbone : $\Delta h_{\text{CO}}^0 = 10\,100 \text{ kJ/kg}$
- Pouvoir exergétique du monoxyde de carbone : $\Delta k_{\text{CO}}^0 = 9\,830 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse de monoxyde de carbone à la sortie de la chambre : $\dot{M}_{\text{CO}} = 0.016 \text{ kg/s}$
- Facteur d'air caractérisant la combustion : $\lambda = 6.78$

Questions

- Calculer, pour la chambre de combustion, l'efficacité ϵ et le rendement exergétique η (première définition), ainsi que l'efficacité ϵ' et le rendement exergétique η' (deuxième définition), en négligeant l'influence de la diffusion sur le calcul de la surcoenthalpie des gaz de combustion.

Réponses

- $\epsilon = 0.997 = 99.7^\circ\text{C}$ $\epsilon' = 0.995 = 99.5^\circ\text{C}$
 $\eta = 0.564 = 56.4^\circ\text{C}$ $\eta' = 0.563 = 56.3^\circ\text{C}$

12.B Chaudière à vapeur

Description

Considérons la chaudière à vapeur faisant l'objet de la section 12.2 et représentée par le schéma de la figure 12.3 (vol. I).

Hypothèse

- La condensation de la vapeur d'eau des gaz de combustion n'est pas prise en compte.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $T_a = 0^\circ\text{C}$
- Etat de référence : $P^0 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique du combustible dans le réservoir : $P_F = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_F = 0^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique du combustible après préchauffage : $P_{F1} = 33 \text{ bar}$ $\hat{T}_{F1} = 120^\circ\text{C}$
- Masse volumique du combustible :

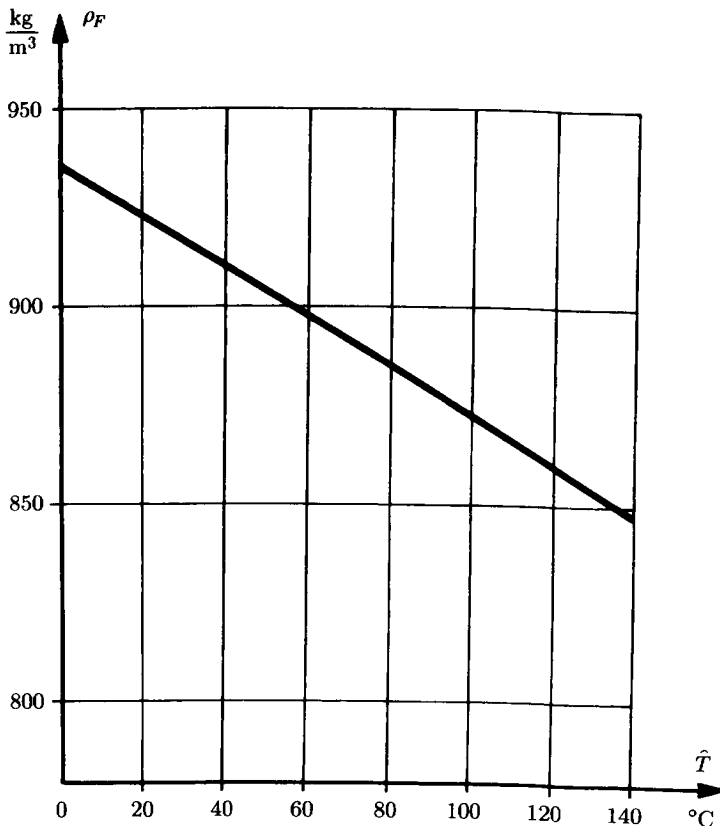


Fig. 12.2

- Chaleur spécifique du combustible : (fig. 12.3)

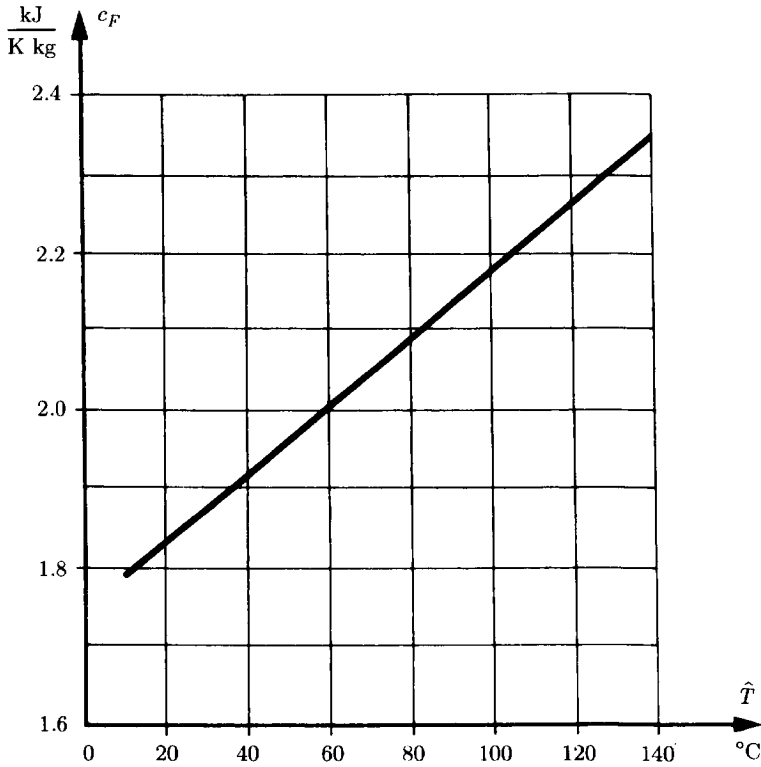


Fig. 12.3

- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\Delta h_i^0 = 41\,180 \text{ kJ/kg}$
- Pouvoir exergétique du combustible : $\Delta k^0 = 44\,220 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse de combustible : $\dot{M}_F = 8.4 \text{ kg/s}$
- Puissance électrique du moteur de la pompe à combustible : $\dot{E}_F^+ = 51 \text{ kW}$
- Efficacité globale du système « moteur-paliers » de la pompe à combustible : $\epsilon_f = 0.71$
- Température de l'air avant le ventilateur de soufflage : $\hat{T}_A = 0^\circ\text{C}$
- Température de l'air après préchauffage : $\hat{T}_{A1} = 268^\circ\text{C}$
- Débit-masse d'air : $\dot{M}_A = 130 \text{ kg/s}$
- Puissance électrique du moteur du ventilateur de soufflage : $\dot{E}_A^+ = 1\,020 \text{ kW}$
- Efficacité globale du système « moteur-paliers » du ventilateur de soufflage : $\epsilon_a = 0.71$
- Température maximale des gaz de combustion : $\hat{T}_{\text{cmax}} = 2\,100^\circ\text{C}$

- Chaleur spécifique isobare de l'air et des gaz de combustion : (fig. 12.4)

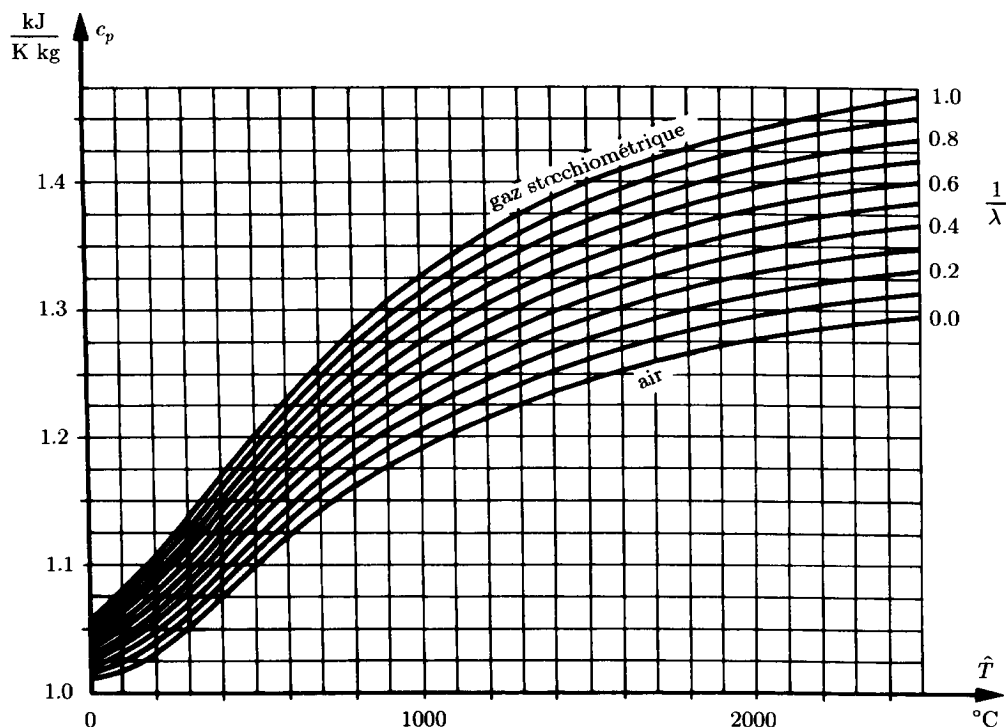


Fig. 12.4

- Facteur d'air caractérisant la combustion : $\lambda = 1.09$
- Puissance électrique du moteur
du ventilateur de tirage : $\dot{E}_G^+ = 1\,597\text{ kW}$
- Efficacité globale du système « moteur-paliers »
du ventilateur de tirage : $\epsilon_g = 0.70$
- Etats thermodynamiques de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	234.5	257.2	1 120.98	2.8043
2	187.6	538	3 373.18	6.3376

- Débit-masse d'eau : $\dot{M}_e = 160\text{ kg/s}$
- Perte exergetique par diffusion du panache dans l'atmosphère, rapportée
au total des puissances exergetiques consommées : $\psi_d = 0.025$
- Puissance-chaleur transférée à l'atmosphère
par les structures de la chaudière (déperdition) : $\dot{Q}_{ac}^- = 444\text{ kW}$
- Puissance-chaleur transférée de l'atmosphère
par le réseau d'eau de refroidissement : $\dot{Q}_{ae}^- = 481\text{ kW}$

Questions

- Calculer l'efficacité ϵ et le rendement exergetique η de l'installation (frontière F), l'efficacité ϵ_H et le rendement exergetique η_H de la chaudière (frontière F_H) ainsi que l'efficacité ϵ'_V et le rendement exergetique η'_V de la combustion (frontière F_V , deuxième définition).

Réponses

- $\epsilon = 0.935 = 93.5 \%$ $\epsilon_H = 0.937 = 93.7 \%$ $\epsilon'_V = 0.975 = 97.5 \%$
- $\eta = 0.536 = 53.6 \%$ $\eta_H = 0.537 = 53.7 \%$ $\eta'_V = 0.717 = 71.7 \%$

12.C Moteur à combustion interne

Description

Considérons le moteur à combustion interne faisant l'objet de la section 12.3 et représenté par le schéma de la figure 12.4 (vol. I).

Hypothèse

- La condensation de la vapeur d'eau des gaz de combustion n'est pas prise en compte.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $T_a = 0^\circ\text{C}$
- Etat de référence : $P^0 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Analyse élémentaire du combustible : $c_C^F = 0.856 \text{ kg C/kg F}$
 $c_{H_2}^F = 0.134 \text{ kg H}_2/\text{kg F}$
 $c_S^F = 0.006 \text{ kg S/kg F}$
 $c_{O_2}^F = 0.001 \text{ kg O}_2/\text{kg F}$
 $c_{N_2}^F = 0.003 \text{ kg N}_2/\text{kg F}$
- Etat thermodynamique du combustible à l'entrée du moteur : $P_F = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_F = 0^\circ\text{C}$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible : $\underline{\Delta h}_i^0 = 42\,600 \text{ kJ/kg}$
- Pouvoir exergetique du combustible : $\underline{\Delta k}^0 = 45\,000 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse de combustible : $\dot{M}_F = 16.9 \text{ kg/h}$
- Puissance-travail à l'accouplement : $\dot{E}_e^- = 100 \text{ kW}$
- Etat thermodynamique de l'air à l'entrée du moteur : $P_A = 1 \text{ bar}$
 $\hat{T}_A = 0^\circ\text{C}$
- Facteur d'air caractérisant la combustion : $\lambda = 1.2$

- Etat thermodynamique des gaz de combustion

à la sortie du moteur :

$$P_{G2} = 1 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_{G2} = 489.4^\circ\text{C}$$

- Chaleur spécifique isobare de l'air et des gaz de combustion (combustion complète) :

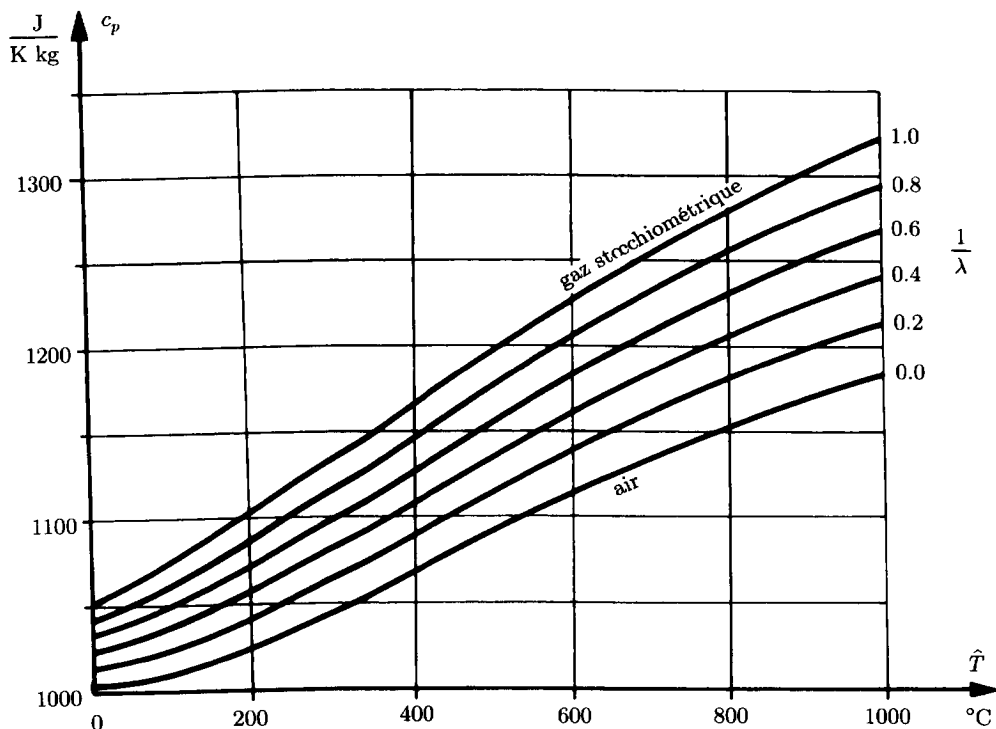


Fig. 12.5

- Pouvoir énergétique du monoxyde de carbone : $\Delta h_{\text{CO}}^0 = 10\,100 \text{ kJ/kg}$
- Pouvoir exergetique du monoxyde de carbone : $\Delta k_{\text{CO}}^0 = 9\,830 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse de monoxyde de carbone à la sortie de la chambre :

$$\dot{M}_{\text{CO}} = 0.93 \text{ kg/h}$$

- Températures de l'eau de refroidissement du moteur :

$$\hat{T}_{e1} = 75^\circ\text{C}$$

$$\hat{T}_{e2} = 90^\circ\text{C}$$

- Chaleur spécifique de l'eau :
- Débit-masse d'eau de refroidissement :
- Températures de l'huile du moteur :

$$c_e = 4.2 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$\dot{M}_e = 560 \text{ kg/h}$$

$$\hat{T}_{h1} = 80^\circ\text{C}$$

$$\hat{T}_{h2} = 94^\circ\text{C}$$

- Chaleur spécifique de l'huile :
- Débit-masse d'huile :

$$c_h = 1.8 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$\dot{M}_h = 230 \text{ kg/h}$$

Questions

- Calculer l'efficacité ϵ et le rendement exergétique η de l'installation (frontière F), ainsi que l'efficacité ϵ_M et le rendement exergétique η_M du moteur (frontière F_M), en négligeant l'influence de la diffusion sur le calcul de la surcoenthalpie des gaz de combustion.

Réponses

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| • $\epsilon = 0.500 = 50.0 \%$ | $\epsilon_M = 0.800 = 80.0 \%$ | $\epsilon'_M = 0.788 = 78.8 \%$ |
| • $\eta = 0.473 = 47.3 \%$ | $\eta = 0.588 = 58.8 \%$ | $\eta'_M = 0.581 = 58.1 \%$ |

Cycles thermodynamiques

13.A Cycle de Beau-de-Rochas ou de Otto

Description

Le cycle d'un moteur à combustion interne à allumage commandé est en réalité très complexe. Pour l'étudier, une première approche consiste à l'assimiler au cycle théorique d'un moteur à air chaud, représenté dans le diagramme P - v de la figure 13.1 (cycle de Beau-de-Rochas ou de Otto).

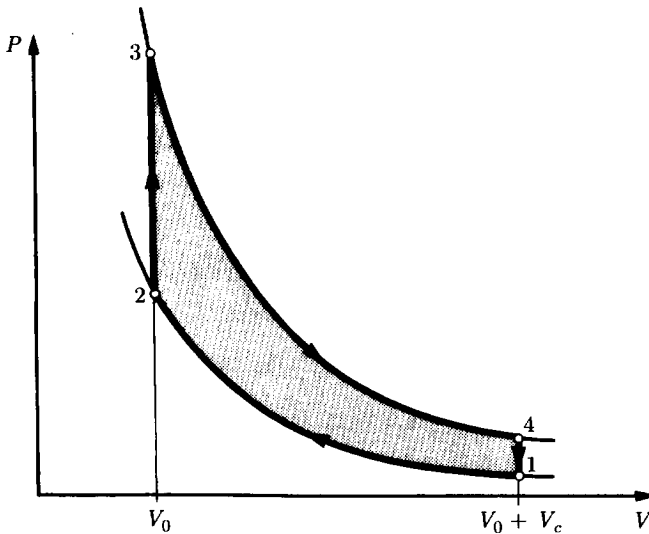


Fig. 13.1

L'air parcourant le cycle subit les transformations suivantes :

- 1-2 : compression adiabate et sans dissipation,
- 2-3 : chauffage isochore,
- 3-4 : détente adiabate et sans dissipation,
- 4-1 : refroidissement isochore.

Il s'agit d'améliorer ce cycle en augmentant soit le rapport volumétrique de compression $\chi = (V_0 + V_c)/V_0$, soit la pression P_1 .

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Température de l'air au point 1 : $\hat{T}_1 = 20^\circ\text{C}$
- Masse molaire de l'air : $\tilde{m} = 28.85 \text{ kg/kmol}$
- Rapport calorifique de l'air : $\gamma = 1.389$
- Energie-chaleur massique reçue par l'air : ${}^3_2q^+ = 2400 \text{ kJ/kg}$

Questions

- Tracer la pression au point 3 et l'efficacité motrice du cycle en fonction de la pression au point 1 ($P_1 = 1$ à 2 bar), avec le rapport volumétrique de compression en paramètre ($\chi = 2, 4, 6$ et 8).
- Déterminer l'état thermodynamique (P, T) des points du cycle pour les cas correspondant aux valeurs maximales de la pression au point 3 et de l'efficacité motrice, dans le domaine considéré à la première question.

Solution**Pression au point 3 et efficacité motrice**

Le facteur calorifique est, selon (2.36) :

$$\Gamma \equiv \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.28$$

La chaleur spécifique isochore est, selon (2.74) et (5.66) :

$$c_v = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} = 741.035 \text{ J/(K kg)}$$

La transformation 2-3 étant isochore, la pression au point 3 est, selon l'équation d'état (5.8) :

$$P_3 = P_2 \frac{T_3}{T_2}$$

La relation (2.2) montre que la transformation 1-2 est isentrope. Le tableau 8.6 (vol. I) donne alors, compte tenu de la deuxième hypothèse :

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{-\gamma} = P_1 \chi^\gamma$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma = T_1 \chi^{\gamma-1} \quad .$$

L'énergie-chaleur massique reçue par l'air au cours de la transformation 2-3 est, en vertu du Premier Principe (1.23), compte tenu des hypothèses et de (2.58) :

$${}^3_2q^+ = c_v(T_3 - T_2)$$

En éliminant P_2 , T_2 et T_3 entre les quatre relations précédentes, nous obtenons finalement la pression au point 3 :

$$P_3 = \left(\frac{{}^3_2q^+}{c_v T_1} \chi + \chi^\gamma \right) P_1$$

Nous pouvons donc représenter, pour le domaine précisé, la pression P_3 en fonction de la pression P_1 , avec le rapport volumétrique de compression χ en paramètre. Il s'agit d'une famille de droites dont la pente augmente avec le rapport volumétrique de compression (fig. 13.2).

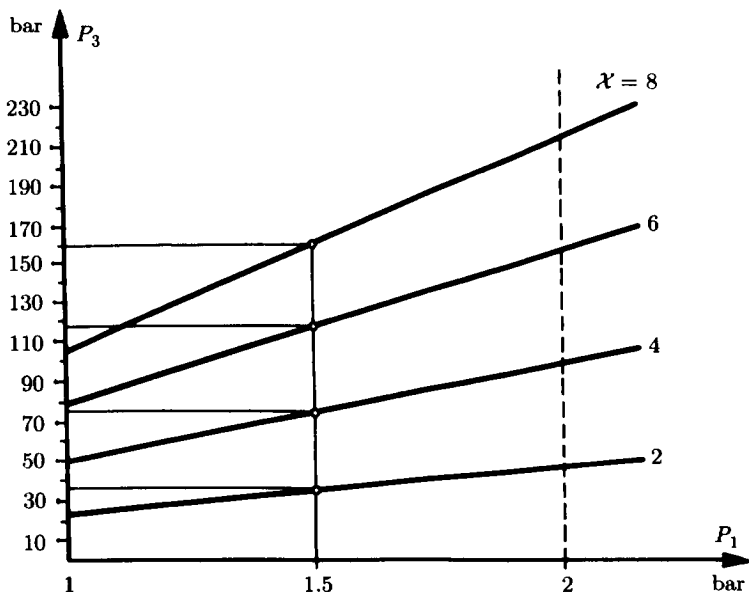


Fig. 13.2

L'efficacité motrice du cycle est, selon (13.43) et (13.44) :

$$\epsilon_m \equiv \frac{e^-}{\frac{3}{2}q^+} = 1 - \frac{\frac{1}{4}q^-}{\frac{3}{2}q^+}$$

L'énergie-chaleur massique donnée par l'air au cours de la transformation 4-1 est, en vertu du Premier Principe (1.23), compte tenu des hypothèses et de (2.58) :

$$\frac{1}{4}q^- = c_v(T_4 - T_1)$$

La relation (2.2) montre que la transformation 3-4 est isentrope. Nous avons donc, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{1}{\chi}\right)^{1-\gamma}$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

L'efficacité motrice du cycle est alors :

$$\epsilon_m = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{((T_4/T_1) - 1) T_1}{((T_3/T_2) - 1) T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$\epsilon_m = 1 - \chi^{1-\gamma}$$

Nous constatons que l'efficacité motrice ne dépend pas de la pression P . Elle est donc représentée dans un diagramme (ϵ_m, P_1) par des droites horizontales dont l'ordonnée augmente avec le rapport volumétrique de compression χ (fig. 13.3).

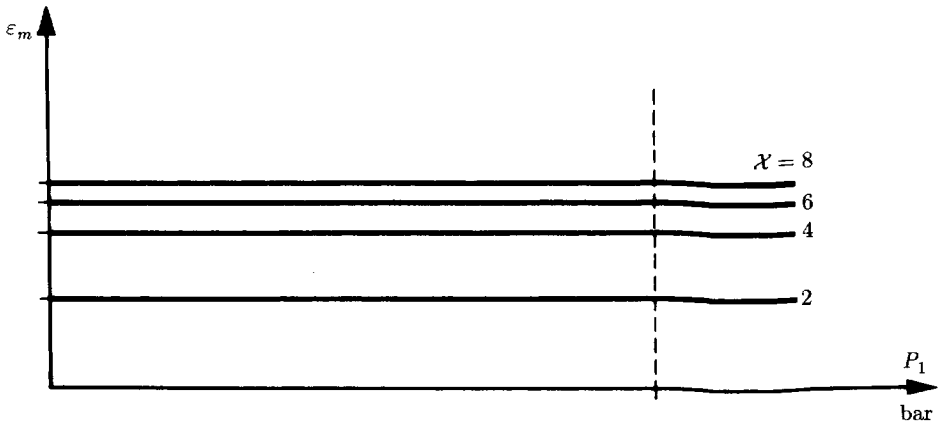


Fig. 13.3

Nous pouvons aussi la représenter en fonction du rapport volumétrique de compression χ (fig. 13.4). Il s'agit d'une branche de courbe à caractère hyperbolique qui a pour asymptote l'axe $\epsilon_m = 1$.

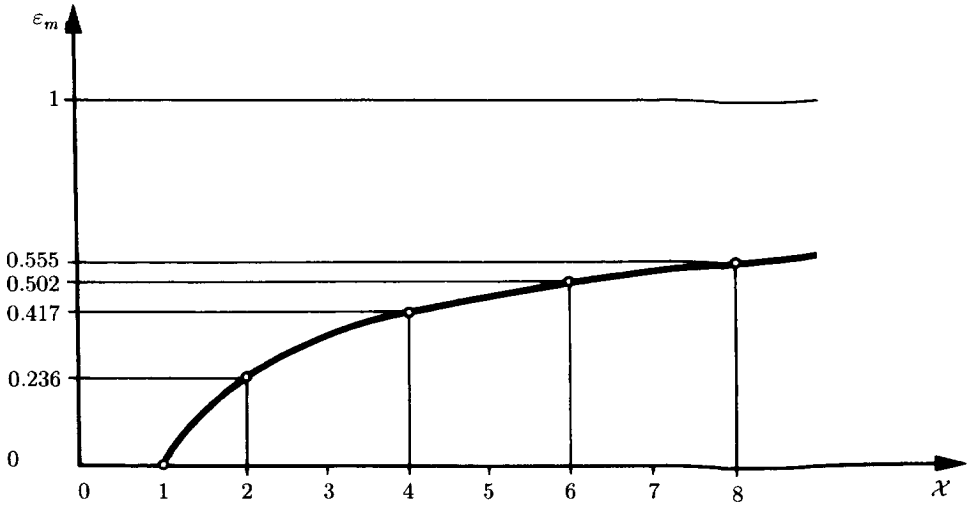


Fig. 13.4

Etat thermodynamique des points du cycle pour les cas correspondant aux valeurs maximales de P_3 et ϵ_m

La figure 13.2 montre que la valeur maximale de la pression P_3 dans le domaine considéré à la première question est atteinte pour $P_1 = 2$ bar et $\chi = 8$. Les valeurs correspondantes sont dans ce cas :

$$P_2 = P_1 \chi^\gamma = 35.92 \text{ bar}$$

$$T_2 = T_1 \chi^{\gamma-1} = 658.1 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 384.95^\circ \text{C}$$

$$P_3 = \left(\frac{\frac{3}{2}q^+}{c_v T_1} \chi + \chi^\gamma \right) P_1 = 212.69 \text{ bar}$$

$$T_3 = \frac{P_3}{P_2} T_2 = 3896.81 \text{ K} \quad \hat{T}_3 = 3623.7^\circ \text{C}$$

$$P_4 = P_3 \chi^{-\gamma} = 11.84 \text{ bar}$$

$$T_4 = T_3 \chi^{1-\gamma} = 1735.8 \text{ K} \quad \hat{T}_4 = 1462.7^\circ \text{C}$$

$$\epsilon_m = 1 - \chi^{1-\gamma} = 0.555 = 55.5 \%$$

Les figures 13.3 et 13.4 montrent que la valeur maximale de l'efficacité ϵ_m dans le domaine considéré à la première question est atteinte pour $\chi = 8$, quelle que soit la valeur de P_1 . Dans ce cas, les états thermodynamiques des points du cycle peuvent donc aisément être déduits du tableau ci-dessus, en observant les remarques qui suivent.

- Toutes les pressions sont proportionnelles à la pression P_1 .
- Toutes les températures sont les mêmes.
- L'efficacité motrice du cycle est la même.

13.B Cycle de Stirling

Description

Considérons un moteur à air dont le cycle thermodynamique simplifié est un pseudo-cycle de Stirling, comportant des dévalorisations à basse et à haute température. Ce cycle est représenté par les diagrammes thermodynamiques de la figure 13.5.

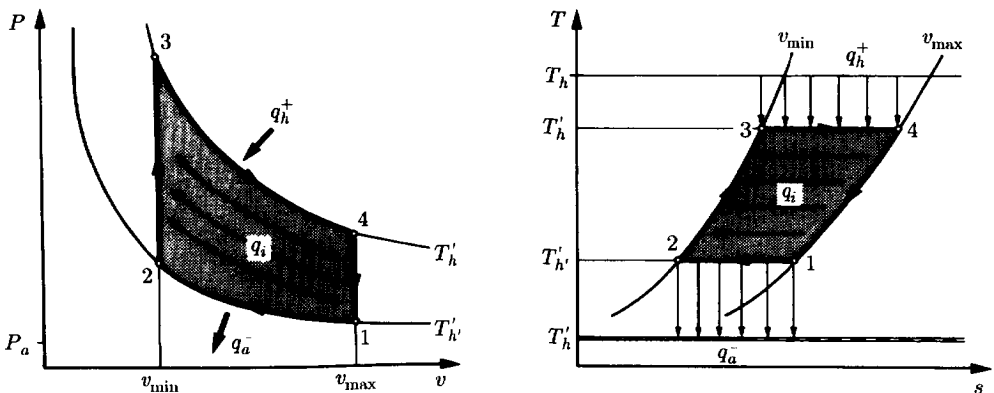


Fig. 13.5

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $T_a = 298 \text{ K}$
- Température de la source chaude : $T_h = 1200 \text{ K}$
- Pression de l'air au point 1 : $P_1 = 3 \text{ bar}$
- Rapport volumétrique de compression : $\chi = v_{\max}/v_{\min} = 1.5$
- Température au niveau du refroidissement : $T'_{h'} = 560 \text{ K}$
- Température au niveau du réchauffage : $T'_h = 1000 \text{ K}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.287 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isochore de l'air : $c_v = 0.805 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique en chaque point du cycle.
- Calculer les énergies-travail et les énergies-chaleur, massiques, mises en jeu au cours de chaque transformation.
- Calculer l'exergie-chaleur reçue de la source chaude.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle.
- Calculer le rendement exergetique du cycle.

Solution

Etats thermodynamiques

Point 1

Le volume massique est, selon la loi des gaz parfaits (5.8) :

$$v_1 = v_{\max} = \frac{rT'_{h'}}{P_1} = 0.5357 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Point 2

La transformation 1-2 étant isotherme, nous avons selon le tableau 8.3 (vol. I) :

$$T_2 = T'_{h'} = 560 \text{ K}$$

$$v_2 = v_{\min} = \frac{v_{\max}}{\chi} = 0.3572 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_2 = P_1 \frac{v_{\max}}{v_{\min}} = P_1 \chi = 4.5 \text{ bar}$$

Point 3

La transformation 2-3 étant isochore, nous avons, selon (5.44) :

$$v_3 = v_{\min} = 0.3572 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_3 = \frac{rT'_h}{v_{\min}} = 8.04 \text{ bar}$$

Point 4

La transformation 3-4 étant isotherme et la transformation 4-1 étant isochore, nous avons, selon le tableau 8.3 (vol. I) :

$$T_4 = T'_h = 1\,000\text{ K}$$

$$v_4 = v_{\max} = 0.5357\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_4 = P_3 \frac{v_{\min}}{v_{\max}} = \frac{P_3}{\chi} = 5.36\text{ bar}$$

Energies-travail et énergies-chaleur, massiques

Les équations fondamentales d'un système fermé monophasé (2.3), compte tenu des hypothèses et selon (2.58), donnent les relations générales :

$$\delta a^- = P dv = -du + \delta q^+ = -c_v dT + \delta q^+$$

Transformation 1-2

L'intégration des relations précédentes donne, pour une transformation isotherme, et selon le tableau 8.3 :

$$\begin{aligned} {}^2_1 a^+ &= {}^2_1 q^- = - \int_1^2 P dv = -rT_1 \ln \frac{v_{\min}}{v_{\max}} \\ &= q_a^- = rT'_h \ln \chi = 65.17\text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Transformation 2-3

L'intégration des relations générales donne, pour une transformation isochore :

$${}^3_2 a^- = 0\text{ kJ/kg}$$

$${}^3_2 q^+ = c_v(T'_h - T_h) = 354.2\text{ kJ/kg}$$

Transformation 3-4

L'intégration des relations générales donne, pour une transformation isotherme et selon le tableau 8.3 (vol. I) :

$$\begin{aligned} {}^4_3 a^- &= {}^4_3 q^+ = \int_3^4 P dv = rT'_h \ln \frac{v_{\max}}{v_{\min}} \\ &= q_h^+ = rT'_h \ln \chi = 116.37\text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Transformation 4-1

L'intégration des relations générales donne, pour une transformation isochore :

$${}^1_4 a^- = 0\text{ kJ/kg}$$

$${}^1_4 q^- = c_v(T'_h - T_h) = 354.2\text{ kJ/kg}$$

Exergie-chaleur reçue de la source chaude

L'exergie-chaleur reçue de la source chaude est, selon (10.37) :

$$e_{qh}^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_h}\right) q_h^+ = 87.47\text{ kJ/kg}$$

Efficacité motrice du cycle

L'efficacité motrice du cycle est, conformément à la définition (13.43) :

$$\epsilon_m = \frac{\frac{4}{3}a^- - \frac{2}{1}a^+}{q_h^+} = 1 - \frac{\frac{2}{1}a^+}{q_h^+} = 0.44 = 44\%$$

Rendement exergetique du cycle

Le rendement exergetique du cycle est, conformément à la définition (13.45) :

$$\eta = \frac{\frac{4}{3}a^- - \frac{2}{1}a^+}{e_{qh}^+} = 0.585 = 58.5\%$$

13.C Pseudo-cycle de Ericsson

Description

Il s'agit d'étudier le pseudo-cycle de Ericsson, avec dévalorisation à basse et à haute température, représenté dans le diagramme T - s de la figure 13.6.

Le gaz qui parcourt le cycle est de l'air.

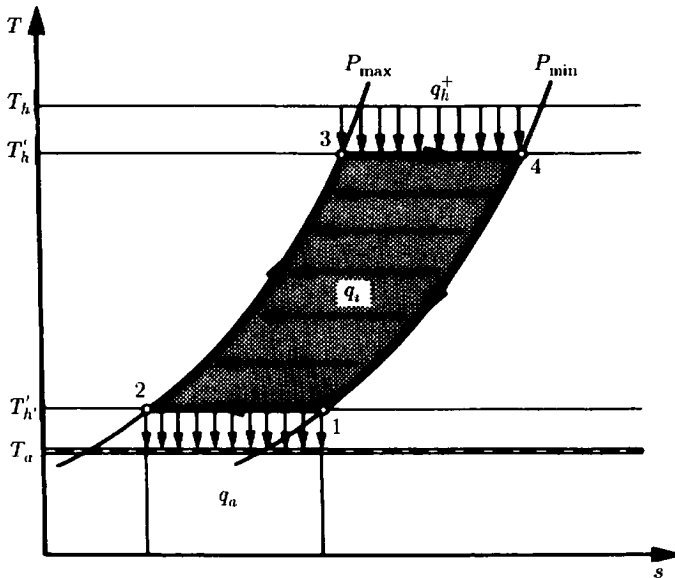


Fig. 13.6

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_a = 0 \text{ bar}$
- Température de la source chaude : $\hat{T}_h = 1\,200^\circ\text{C}$
- Pression minimale : $P_{\min} = 1 \text{ bar}$
- Rapport de pression : $\pi = P_{\max}/P_{\min} = 12$
- Température au niveau du réchauffage : $\hat{T}'_h = 1\,000^\circ\text{C}$
- Température de l'air au niveau du refroidissement : $\hat{T}'_{h'} = 50^\circ\text{C}$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1.0087 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer l'énergie-travail et l'énergie-chaleur, massiques, mises en jeu au cours de chaque transformation.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle.
- Calculer l'exergie-chaleur reçue de la source chaude.
- Calculer le rendement exergetique du cycle.

Solution**Energies-travail et énergies-chaleur**

Les équations fondamentales (4.57) d'un système ouvert, en régime permanent, donnent, compte tenu des hypothèses, de (2.60) et de (5.8), le bilan énergétique :

$$\delta e^- = -rT \frac{dP}{P} = -c_p dT + \delta q^+$$

Nous obtenons par intégration les énergies-travail et les énergies-chaleur qui suivent.

Transformation 1-2

$${}_1e^+ = q_a^- = rT'_{h'} \ln \pi = 231.42 \text{ kJ/kg}$$

Transformation 2-3

$${}_2e^- = 0 \text{ kJ/kg}$$

$${}_2q^+ = c_p(T'_h - T'_{h'}) = 958.27 \text{ kJ/kg}$$

Transformation 3-4

$${}_3e^- = q_h^+ = rT'_h \ln \pi = 911.77 \text{ kJ/kg}$$

Transformation 4-1

$${}_4e^- = 0 \text{ kJ/kg}$$

$${}_2q^+ = c_p(T'_h - T'_{h'}) = 958.27 \text{ kJ/kg}$$

Efficacité motrice

L'efficacité motrice du cycle est, conformément à la définition (13.43) :

$$\epsilon_m = \frac{\frac{4}{3}e^- - \frac{2}{1}e^+}{q_h^+} = 0.746 = 74.6 \%$$

Exergie-chaleur

L'exergie-chaleur reçue par l'air au niveau de la source chaude est, conformément à la définition (10.34) :

$$e_{qh}^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_h}\right) q_h^+ = 742.71 \text{ kJ/kg}$$

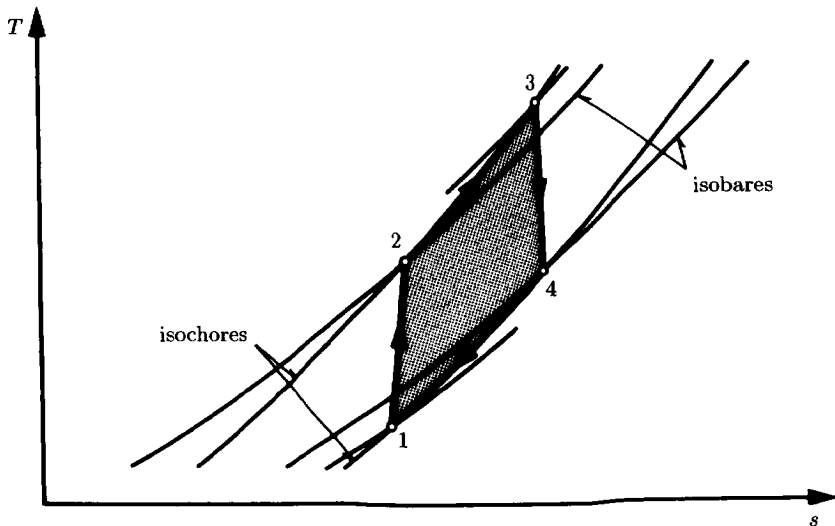
Rendement exergetique

Le rendement exergetique du cycle est, conformément à la définition (13.45) :

$$\eta = \frac{\frac{4}{3}e^- - \frac{2}{1}e^+}{e_{qh}^+} = 0.916 = 91.6 \%$$

13.D Cycle d'un moteur à air chaud**Description**

Il s'agit d'étudier le cycle d'un moteur à air chaud, représenté dans le diagramme T - s de la figure 13.7.

**Fig. 13.7**

L'air parcourant le cycle, subit les transformations suivantes :

- 1-2 : compression adiabate,
- 2-3 : chauffage isochore,
- 3-4 : détente adiabate,
- 4-1 : refroidissement isochore.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique de l'air au point 1 : $V_1 = 3.8 \text{ l}$
 $P_1 = 0.95 \text{ bar}$
 $\hat{T}_1 = 17^\circ\text{C}$
- Rapport de pression de la transformation 1-2 : $\pi = P_2/P_1 = 8$
- Constante massique de l'air : $r = 288 \text{ J/(K kg)}$
- Rapport calorifique de l'air : $\gamma = 1.389$
- Facteur polytrophe relatif à la compression : $\gamma_{sc} = 1.506$
- Facteur polytrophe relatif à la détente : $\gamma_{sD} = 1.289$
- Energie-chaleur reçue par l'air pendant le chauffage : $Q_c^+ = 7.5 \text{ kJ}$

Questions

- Déterminer l'état thermodynamique (v , P , T) aux points 2, 3 et 4 du cycle.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle.

Solution

Calculs préliminaires

La masse d'air est, selon l'équation d'état (5.72) appliquée au point 1 :

$$M = \frac{V_1 P_1}{r T_1} = 0.00432 \text{ kg}$$

Le facteur calorifique est, selon (2.36) :

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.28$$

La chaleur spécifique isochore de l'air est, selon (2.74) :

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} = 740.57 \text{ J/(K kg)}$$

Etats thermodynamiques aux points 2, 3 et 4

Point 2

La pression est :

$$P_2 = \pi P_1 = 7.6 \text{ bar}$$

La température est, selon le tableau 8.7 (vol. I) :

$$T_2 = T_1 \pi^{\Gamma_{\sigma}} = 583.53 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 310.38^\circ\text{C}$$

Le volume massique est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$v_2 = \frac{r T_2}{P_2} = 0.221 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Point 3

Le volume massique est :

$$v_3 = v_2 = 0.221 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Premier Principe (1.23), appliqué à la transformation 2-3, donne, compte tenu de la première hypothèse et de (2.58) :

$$U_3 - U_2 = Mc_v(T_3 - T_2) = Q_h^+$$

La température est donc :

$$T_3 = T_2 + \frac{Q_h^+}{Mc_v} = 2927.77 \text{ K} \quad \hat{T}_3 = 2654.62^\circ\text{C}$$

La pression est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$P_3 = \frac{rT_3}{v_3} = 38.13 \text{ bar}$$

Point 4

Le volume massique est :

$$v_4 = \frac{V_1}{M} = 0.88 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La pression est, selon le tableau 8.7 (vol. I) :

$$P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma_{\sigma D}} = 6.43 \text{ bar}$$

La température est, selon l'équation d'état (5.71) :

$$T_4 = \frac{v_4 P_4}{r} = 1965.36 \text{ K} \quad \hat{T}_4 = 1691.21^\circ\text{C}$$

Efficacité motrice

L'énergie-travail massique utile fournie par le cycle est, en vertu des équations fondamentales (2.3), compte tenu des hypothèses et de (2.58) :

$$\begin{aligned} e^- &= {}^4_3e^- - {}^2_1e^+ = (u_3 - u_4) - (u_2 - u_1) \\ &= c_v((T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)) = 495.47 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

L'énergie-chaleur massique reçue par le cycle de la source chaude est :

$$q_h^+ = \frac{Q_h^+}{M} = 1736.08 \text{ kJ/kg}$$

L'efficacité motrice du cycle est donc, conformément à la définition (13.43) :

$$\epsilon_m \equiv \frac{e^-}{q_h^+} = 0.285 = 28.5 \%$$

13.E Cycle de Diesel simple**Description**

Considérons un moteur à air dont le cycle thermodynamique est un cycle de Diesel simple. Ce cycle est représenté dans les diagrammes thermodynamiques de la figure 13.8.

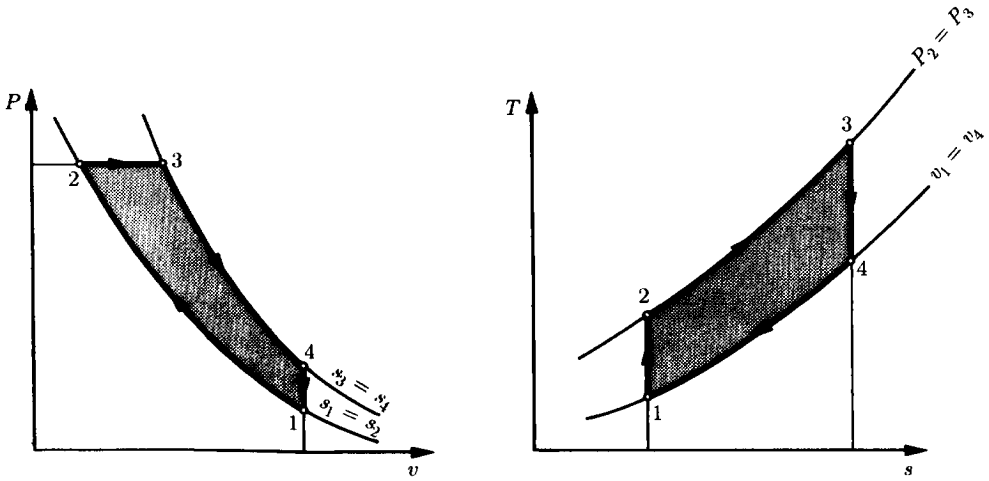


Fig. 13.8

L'air subit les transformations suivantes :

- 1-2 : compression adiabate,
- 2-3 : chauffage isobare,
- 3-4 : détente adiabate,
- 4-1 : refroidissement isochore.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Etat thermodynamique au point 1 : $P_1 = 0.95 \text{ bar}$ $T_1 = 290 \text{ K}$
- Rapports volumétriques : $\chi = v_1/v_2 = 15$
 $\chi_c = v_3/v_2 = 3$
- Rapport calorifique de l'air : $\gamma = 1.408$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique de l'air aux points 2, 3 et 4 en fonction de l'état thermodynamique au point 1 et des rapports volumétriques de compression.
- Calculer les énergies-travail et les énergies-chaleur, massiques, mises en jeu au cours de chaque transformation en fonction de l'état thermodynamique au point 1 et des rapports volumétriques de compression.
- Etablir la relation donnant l'efficacité motrice du cycle en fonction des rapports volumétriques de compression, et tracer un diagramme pour les valeurs $\chi = 12-18-24$.

Solution**Etats thermodynamiques****Point 2**

La transformation 1-2, selon (2.2) et compte tenu de la deuxième hypothèse, est isentrope. Nous avons alors, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{-\gamma} = \chi^\gamma$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\Gamma = \chi^{\gamma-1}$$

Le facteur calorifique Γ est, conformément à la définition (2.36) :

$$\Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.29$$

Nous avons finalement :

$$P_2 = P_1 \chi^\gamma = 43.07 \text{ bar}$$

$$T_2 = T_1 \chi^{\gamma-1} = 876.54 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 603.39^\circ\text{C}$$

Point 3

La transformation 2-3 étant isobare, nous avons, selon le tableau 8.2 (vol. I) :

$$P_3 = P_2 = 43.07 \text{ bar}$$

$$T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2} = T_1 \chi^{\gamma-1} \chi_c = 2629.63 \text{ K} \quad \hat{T}_3 = 2356.48^\circ\text{C}$$

Point 4

La transformation 3-4, selon (2.2) et compte tenu de la deuxième hypothèse, est isentrope. Nous avons alors, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$$\frac{P_4}{P_3} = \left(\frac{v_4}{v_3} \right)^{-\gamma} = \left(\frac{v_1}{v_2} \frac{v_2}{v_3} \right)^{-\gamma} = \left(\frac{\chi_c}{\chi} \right)^\gamma$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^\Gamma = \left(\frac{\chi_c}{\chi} \right)^{\gamma-1}$$

Nous obtenons finalement :

$$P_4 = P_3 \left(\frac{\chi_c}{\chi} \right)^\gamma = P_1 \chi_c^\gamma = 4.46 \text{ bar}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{\chi_c}{\chi} \right)^{\gamma-1} = T_1 \chi_c^\gamma = 1362.7 \text{ K} \quad \hat{T}_4 = 1089.55^\circ\text{C}$$

Energies-travail et énergies-chaleur, massiques

Les équations fondamentales d'un système fermé homogène (2.3), compte tenu des deux premières hypothèses, donnent les relations générales :

$$\delta a^- = P dv$$

$$dq^+ = T ds$$

Transformation 1-2

L'intégration des relations précédentes donne, pour une transformation isentropique, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$${}_1^2a^+ = - \int_1^2 P dv = c_v T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\gamma} - 1 \right) = c_v T_1 (\chi^{\gamma-1} - 1)$$

$${}_1^2q^+ = 0$$

Transformation 2-3

L'intégration des relations générales donne, pour une transformation isobare, selon le tableau 8.2 (vol. I) :

$${}_2^3a^- = \int_2^3 P dv = r(T_3 - T_2) = r T_1 \chi^{\gamma-1} (\chi_c - 1)$$

$${}_2^3q^+ = \int_2^3 T ds = c_p (T_3 - T_2) = c_p T_1 \chi^{\gamma-1} (\chi_c - 1)$$

Transformation 3-4

L'intégration des relations générales donne, pour une transformation isentropique, selon le tableau 8.6 (vol. I) :

$${}_3^4a^- = \int_3^4 P dv = c_v T_3 \left(1 - \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\gamma} \right) = c_v T_1 \chi_c (\chi^{\gamma-1} - \chi_c^{\gamma-1})$$

$${}_3^4q^+ = 0$$

Transformation 4-1

L'intégration des relations générales donne, pour une transformation isochore, selon le tableau 8.1 (vol. I) :

$${}_4^1a^- = 0$$

$${}_4^1q^- = - \int_4^1 T ds = c_v (T_4 - T_1) = c_v T_1 (\chi_c^{\gamma} - 1)$$

Efficacité motrice du cycle

L'efficacité motrice du cycle est, conformément à la définition (13.43) ainsi que selon (13.44) :

$$\epsilon_m = \frac{{}_2^3a^- + {}_3^4a^- - {}_1^2a^+}{{}_2^3q^+} = 1 - \frac{{}_4^1q^-}{{}_2^3q^+}$$

$$= 1 - \frac{\chi_c^{\gamma} - 1}{\gamma \chi^{\gamma-1} (\chi_c - 1)}$$

Le diagramme de la figure 13.9 montre l'efficacité motrice du cycle de Diesel en fonction du rapport de compression χ_c , avec le rapport de compression χ en paramètre :

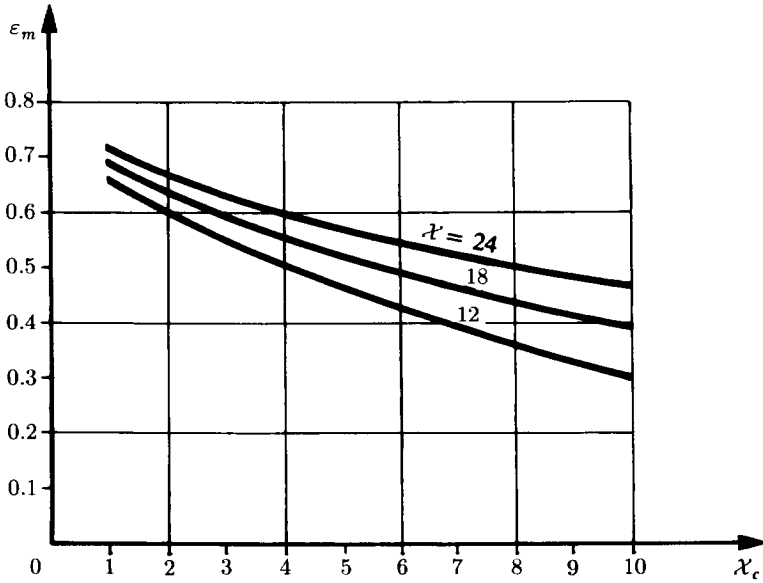


Fig. 13.9

13.F Cycle de Brayton

Description

Un cycle de Brayton est un cycle bitherme moteur, avec transfert-chaleur interne, constitué de deux isentropes et de deux isobares (fig. 13.10).

Il est théoriquement possible de réaliser un cycle de Brayton à l'aide du système fermé, avec transvasement et en régime permanent, faisant l'objet de la figure 13.11. Nous considérons un système fonctionnant avec de l'air.

L'air parcourant le cycle subit les transformations suivantes :

- 1-2 : compression adiabate et sans dissipation ;
- 2-3 : chauffage isobare par transfert-chaleur interne \dot{Q}_R , réversible ;
- 3-4 : chauffage isobare par transfert-chaleur externe \dot{Q}_E^+ avec une source chaude à température T_h ;
- 4-5 : détente adiabate et sans dissipation ;
- 5-6 : refroidissement isobare par transfert-chaleur interne \dot{Q}_R , réversible ;
- 6-1 : refroidissement isobare par transfert-chaleur externe \dot{Q}_a^- avec une source froide à température T_a (atmosphère).

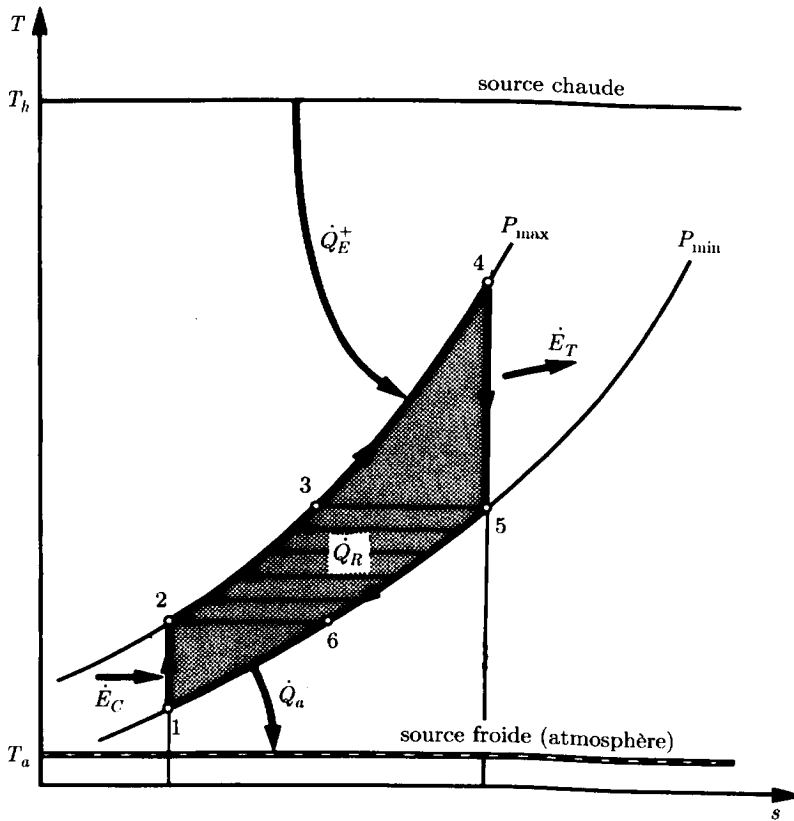


Fig. 13.10

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- | | |
|---|---|
| • Température atmosphérique : | $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$ |
| • Température de la source chaude : | $\hat{T}_h = 1200^\circ\text{C}$ |
| • Pression minimale : | $P_{\min} = 1 \text{ bar}$ |
| • Rapport de pression : | $\pi_C = P_{\max}/P_{\min} = 4$ |
| • Températures de l'air : | $\hat{T}_1 = 15^\circ\text{C}$ |
| | $\hat{T}_4 = 850^\circ\text{C}$ |
| • Débit-masse de l'air : | $\dot{M} = 10 \text{ kg/s}$ |
| • Chaleur spécifique isobare de l'air : | $c_p = 1.0087 \text{ kJ}/(\text{K kg})$ |
| • Rapport calorifique de l'air : | $\Gamma = 0.2857$ |
| • Rapport calorifique de l'air : | $\Gamma = 0.2857$ |

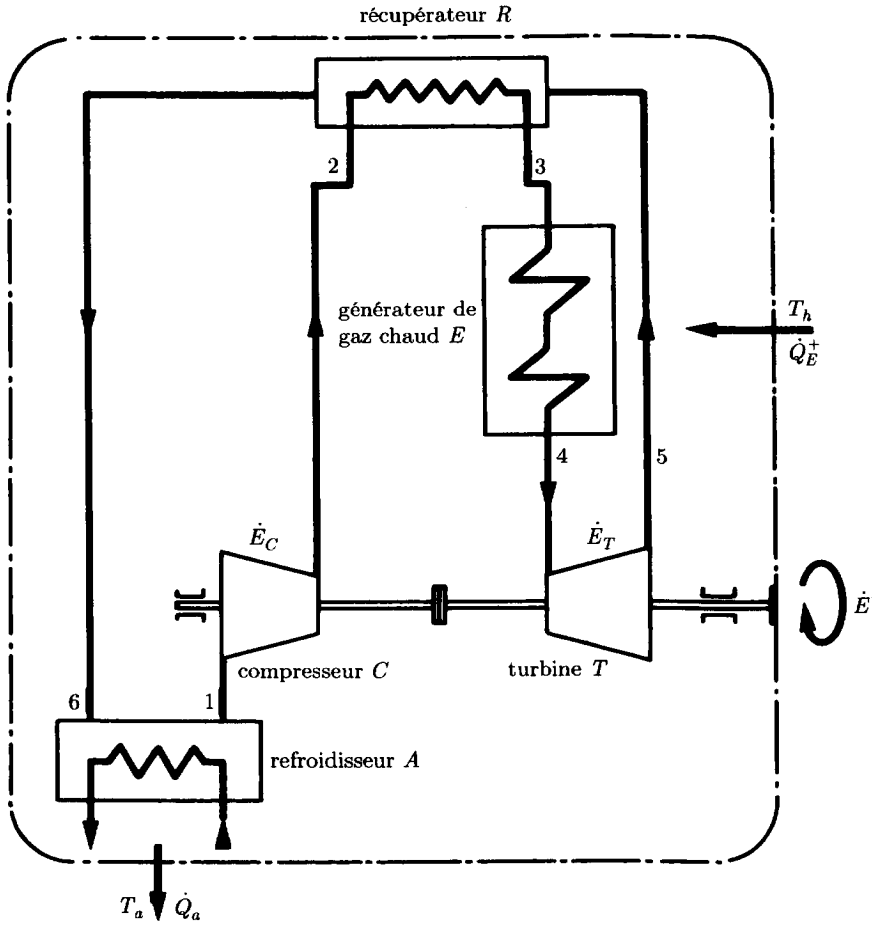


Fig. 13.11

Questions

- Calculer les états thermodynamiques (P, T) aux points 2 à 6 du cycle.
- Calculer la puissance-travail et la puissance-chaleur mises en jeu au cours de chaque transformation.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle.
- Calculer le rendement exergétique du cycle.
- Calculer l'efficacité motrice et le rendement exergétique du cycle dans le cas où il n'y a pas de récupération par transfert-chaleur interne \dot{Q}_R .

Solution

Etats thermodynamiques

Point 2

La pression au point 2 est :

$$P_2 = P_{\max} = P_{\min} \pi_C = 4 \text{ bar}$$

La transformation 1-2 est isentrope, selon (2.2). Le tableau 8.6 (vol. I) donne, compte tenu de la deuxième hypothèse, la température au point 2 :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = T_1 \pi_C^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 428.18 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 155.03^\circ \text{C}$$

Point 4

La transformation 2-3-4 étant isobare, la pression au point 4 est :

$$P_4 = P_{\max} = 4 \text{ bar}$$

La température au point 4 est, selon les données :

$$\hat{T}_4 = 850^\circ \text{C}$$

Point 5

Les transformations 2-3-4 et 5-6-1 étant isobares, le rapport de pression est :

$$\pi_T \equiv \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{1}{\pi_C} = 0.25$$

La transformation 4-5 est isentrope, selon (2.2). Le tableau 8.6 (vol. I) donne, compte tenu de la deuxième hypothèse, la température au point 5 :

$$T_5 = T_4 \left(\frac{P_{\min}}{P_{\max}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = T_4 \pi_C^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 755.84 \text{ K} \quad \hat{T}_5 = 482.69^\circ \text{C}$$

Point 3

La pression au point 3 est :

$$P_3 = P_{\max} = 4 \text{ bar}$$

Le transfert-chaleur interne \dot{Q}_R étant réversible, la température au point 3 est :

$$\hat{T}_3 = \hat{T}_5 = 482.69^\circ \text{C}$$

Point 6

La pression et la température au point 6 sont :

$$P_6 = P_{\min} = 1 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_6 = \hat{T}_2 = 155.03^\circ \text{C}$$

Puissances-travail et puissances-chaleur

Les équations fondamentales (4.57) d'un système ouvert, en régime permanent, donnent, compte tenu des hypothèses et de (2.60), le bilan énergétique :

$$\delta e^- = -dh + \delta q^+$$

$$\delta \dot{E}^- = -\dot{M} c_p dT + \dot{Q}^+$$

Nous obtenons par intégration les puissances-travail et les puissances-chaleur qui suivent :

Transformation 1-2

$$\dot{E}_C = \dot{M} c_p (T_2 - T_1) = 1\,412.5 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_C = 0 \text{ kW}$$

Transformation 2-3

$$\dot{E}_{RH} = 0 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_R = \dot{M}c_p(T_3 - T_2) = 3\,305.1 \text{ kW}$$

Transformation 3-4

$$\dot{E}_E = 0 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_E^+ = \dot{M}c_p(T_4 - T_3) = 3\,705.1 \text{ kW}$$

Transformation 4-5

$$\dot{E}_T = \dot{M}c_p(T_4 - T_5) = 3\,705.1 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_T = 0 \text{ kW}$$

Transformation 5-6

$$\dot{E}_{RB} = 0 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_R = \dot{M}c_p(T_5 - T_6) = 3\,305.1 \text{ kW}$$

Transformation 6-1

$$\dot{E}_a = 0 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_a^- = \dot{M}c_p(T_6 - T_1) = 1\,412.5 \text{ kW}$$

Efficacité motrice

L'efficacité motrice du cycle est, conformément à la définition (13.43) :

$$\epsilon_m \equiv \frac{\dot{E}^-}{\dot{Q}_E^+} = \frac{\dot{E}_T - \dot{E}_C}{\dot{Q}_E^+} = 0.619 = 61.9 \%$$

Rendement exergetique

L'exergie-chaleur reçue par l'air au niveau de la source chaude est, conformément à la définition (10.38) :

$$\dot{E}_{qE}^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_h}\right) \dot{Q}_E^+ = 3\,018.1 \text{ kW}$$

Le rendement exergetique du cycle est, conformément à la définition (13.45) :

$$\eta \equiv \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_{qE}^+} = \frac{\dot{E}_T - \dot{E}_C}{\dot{E}_{qE}^+} = 76 \%$$

Cycle sans transfert-chaleur interne

La puissance-chaleur et l'exergie-chaleur reçues par le cycle sont alors :

$$\dot{Q}_E^{+'} = \dot{Q}_R + \dot{Q}_E^+ = 7\,010.1 \text{ kW}$$

$$\dot{E}_{qE}^{+'} = \left(1 - \frac{T_a}{T_h}\right) \dot{Q}_E^{+'} = 5\,710.3 \text{ kW}$$

L'efficacité motrice et le rendement exergetique du cycle deviennent alors :

$$\epsilon'_m = \frac{\dot{E}_T - \dot{E}_C}{\dot{Q}_E^{+'}} = 0.327 = 32.7 \%$$

$$\eta' = \frac{\dot{E}_T - \dot{E}_C}{\dot{E}_{qE}^{+'}} = 0.401 = 40.1 \%$$

Remarquons que les performances obtenues précédemment pour le cycle avec transfert-chaleur interne sont beaucoup plus élevées que ces dernières. Cela met bien en évidence le grand intérêt de la récupération.

13.G Le cycle de Rankine

Description

Le cycle de Rankine, représenté dans le diagramme T - s de la figure 13.12, est un cycle bitherme moteur qui utilise de la vapeur comme fluide de travail. Il comporte les transformations suivantes :

- 1-2 : compression du liquide,
- 2-2' : chauffage jusqu'à l'état de liquide saturé,
- 2'-3 : vaporisation jusqu'à l'état de vapeur saturée,
- 3-4 : détente de la vapeur,
- 4-1 : condensation jusqu'à l'état de liquide saturé.

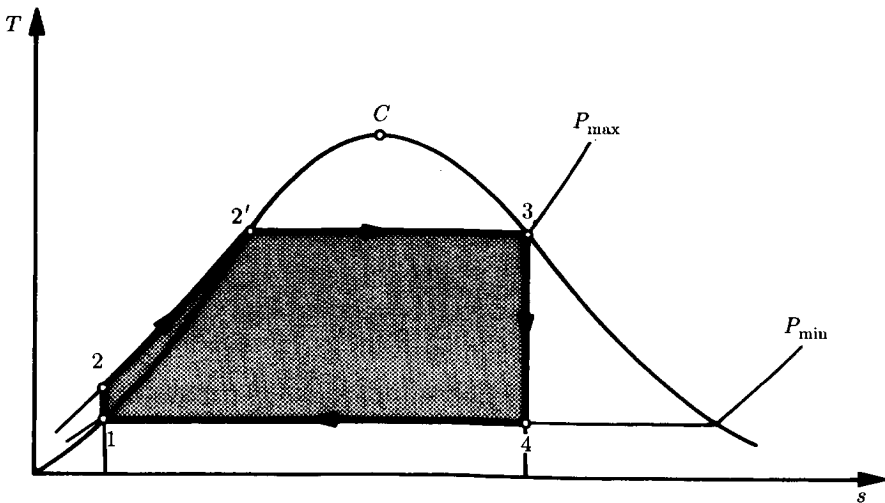


Fig. 13.12

Hypothèses

- La compression et la détente sont adiabates.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- Le régime est permanent.

Données

- Pression maximale : $P_{\max} = 40 \text{ bar}$
- Température au point 1 : $\hat{T}_1 = 35^\circ\text{C}$
- Température au point 2 : $\hat{T}_2 = 35.14^\circ\text{C}$
- Volume massique moyen de l'eau liquide : $\bar{v} = 0.0010043 \text{ m}^3/\text{kg}$
- Etats de saturation de l'eau :

P [bar]	\hat{T} [°C]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/(K kg)]	s'' [kJ/(K kg)]
0.05622	35	146.56	2565.4	0.5049	8.3543
40	250.33	1087.4	2800.3	2.7965	6.0685

- Débit-masse d'eau : $\dot{M} = 7 \text{ kg/s}$

Questions

- Calculer les états thermodynamiques aux points 2 et 4.
- Calculer les puissances-travail et les puissances-chaleur mises en jeu au cours de chaque transformation.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle.

Solution**Etats thermodynamiques**

La compression est isentrope, selon (4.23) et compte tenu des première et troisième hypothèses. Nous avons donc :

$$s_2 = s_1 = s'(T_1) = 0.5049 \text{ kJ/(K kg)}$$

L'intégration de (1.152) donne l'accroissement d'enthalpie entre les points 1 et 2 :

$${}_1^2\Delta h = \bar{v}(P_{\max} - P_{\min}) = 4.017 \text{ kJ/kg}$$

L'enthalpie au point 2 est finalement :

$$h_2 = h_1 + {}_1^2\Delta h = 150.577 \text{ kJ/kg}$$

La détente est isentrope, selon (4.23) et compte tenu des première et troisième hypothèses. Nous avons donc :

$$s_4 = s_3 = s''(P_{\max}) = 6.0685 \text{ kJ/(K kg)}$$

Le point 4 se trouve sous la courbe de saturation. Son titre est calculé à l'aide de (5.85) :

$$x_4 = \frac{s_4 - s'}{s'' - s'} = 0.709$$

L'enthalpie au point 4 est alors, selon (5.84) :

$$h_4 = h' + (h'' - h')x_4 = 1861.02 \text{ kJ/kg}$$

Puissances-travail et puissances-chaleur**Transformation 1-2**

La puissance-chaleur lors de la pressurisation est nulle :

$${}_1\dot{Q}^+ = 0 \text{ kW}$$

La relation (4.213) donne la puissance-travail :

$${}_1\dot{E}^+ = \dot{M}(h_2 - h_1) = 28.1 \text{ kW}$$

Transformation 2-3

La puissance-travail lors du chauffage est nulle :

$${}_2\dot{E}^+ = 0 \text{ kW}$$

La relation (4.182) donne la puissance-chaleur :

$${}_2\dot{Q}^+ = \dot{M}(h_3 - h_2) = 18\,548.1 \text{ kW}$$

Transformation 3-4

La puissance-chaleur lors de la détente est nulle :

$${}_3\dot{Q}^+ = 0 \text{ kW}$$

La relation (4.213) donne la puissance-travail :

$${}_3\dot{E}^- = \dot{M}(h_3 - h_4) = 6\,575 \text{ kW}$$

Transformation 4-1

La puissance-travail lors de la condensation est nulle :

$${}_4\dot{E}^+ = 0 \text{ kW}$$

La relation (4.182) donne la puissance-chaleur :

$${}_4\dot{Q}^- = \dot{M}(h_4 - h_1) = 12\,001.2 \text{ kW}$$

Efficacité motrice du cycle

L'efficacité motrice du cycle est, conformément à la définition (10.26) en considérant le bilan net d'énergie-travail du cycle comme prestation fournie par le cycle :

$$\epsilon_m = \frac{{}_3\dot{E}^- - {}_1\dot{E}^+}{{}_2\dot{Q}^+} = 0.353 = 35.3 \%$$

13.H Cycle de turboréacteur**Description**

Considérons le turboréacteur d'aviation représenté par le schéma de la figure 13.13. Pour étudier le cycle de ce turboréacteur, on l'assimile au cycle théorique représenté dans le diagramme T - s de la figure 13.13.

1-2 : ralentissement de l'air dans le diffuseur, ayant pour effet une augmentation de sa pression ;

2-3 : compression dans le compresseur ;

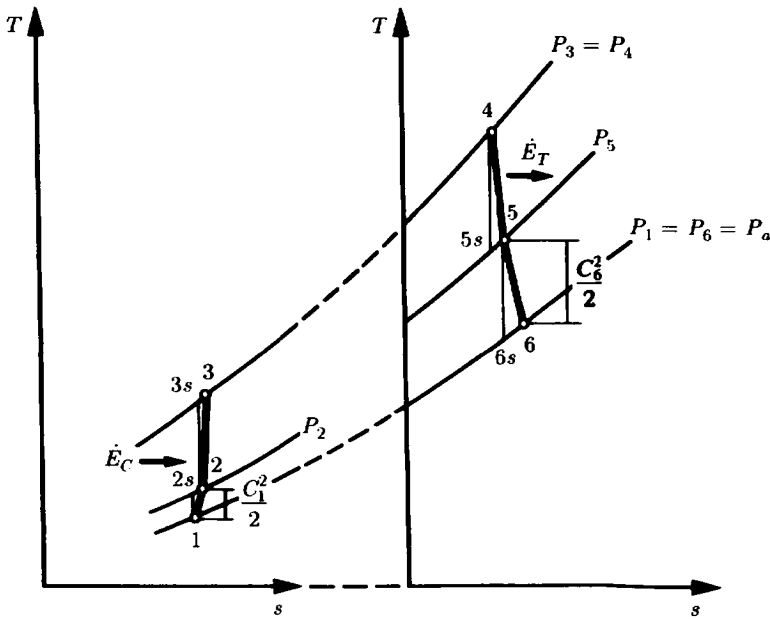
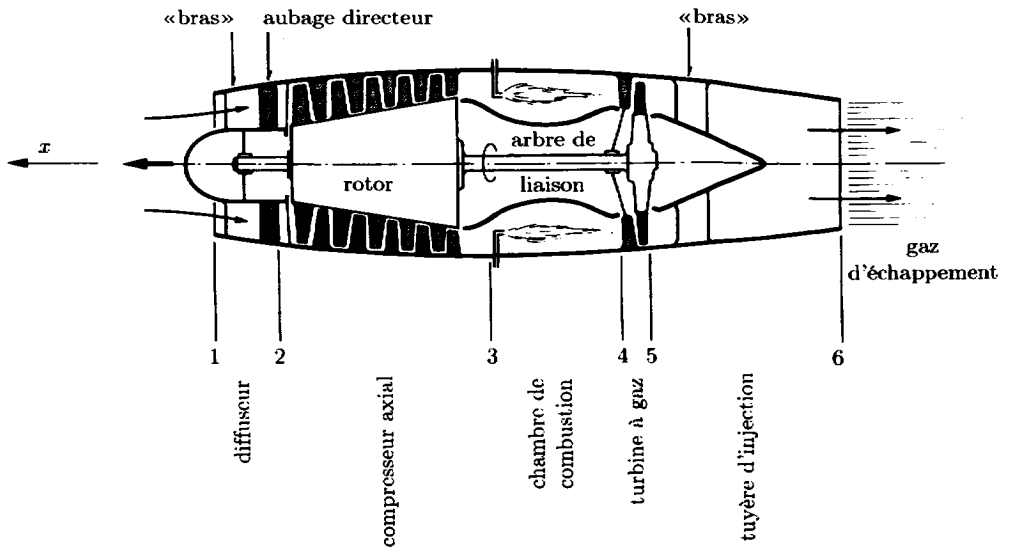


Fig. 13.13

3-4 : combustion isobare par injection de kérosène dans la chambre de combustion ;

4-5 : détente des gaz de combustion dans la turbine, la puissance-travail fournie servant à entraîner le compresseur ;

5-6 : détente des gaz de combustion dans la tuyère, ayant pour effet une forte augmentation de leur énergie cinétique.

Hypothèses

- La combustion est complète.
- La résultante des forces exercées par la pression au droit des sections fluides 1 et 6 est nulle.
- La surenthalpie du kérosène injecté dans la chambre de combustion est négligeable.
- Les transferts-chaaleur avec l'air atmosphérique sont négligés.
- L'énergie cinétique est négligeable aux points 2 à 5.
- Les variations de l'énergie potentielle sont négligeables.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- La tuyère fonctionne en régime adapté.
- Le régime est permanent.
- L'air et les gaz de combustion possèdent pratiquement les mêmes propriétés thermodynamiques.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Température de référence : $\hat{T}_0 = 0^\circ\text{C}$
- Altitude de vol : $Z = 5\,000\text{ m}$
- Etat atmosphérique : $P_a = 0.60\text{ bar}$ $T_a = 250\text{ K}$
- Vitesse de l'avion, adimensionnelle : $Ma = 0.82$
- Rapport de pression : $\pi_C = P_3/P_2 = 8$
- Température des gaz à l'entrée de la turbine : $T_4 = 1\,300\text{ K}$
- Pouvoir énergétique inférieur du kérosène, référé à $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$: $\Delta h_i^0 = 44\,300\text{ kJ/kg}$
- Poussée : $K = 16\text{ kN}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1.0087\text{ kJ/(K kg)}$
- Rapport calorifique de l'air : $\Gamma = 0.2857$
- Rendement isentrope du diffuseur : $\eta_{Ds} = 0.96$
- Rendement isentrope du compresseur : $\eta_{Cs} = 0.88$
- Rendement isentrope de la turbine : $\eta_{Ts} = 0.90$
- Rendement isentrope de la tuyère : $\eta_{Ss} = 0.96$
- Rendement mécanique de l'arbre turbine-compresseur : $\eta_m = 0.98$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique (P, T) en tous les points du cycle, ainsi que les vitesses de l'air à l'entrée et des gaz à la sortie du turboréacteur.
- Calculer les débits-masse de l'air et du combustible.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle.

- Calculer l'efficacité propulsive du turboréacteur.
- Calculer l'efficacité thermopropulsive du turboréacteur.

Solution

Remarque préliminaire

Nous considérons un référentiel lié au turboréacteur.

Etats thermodynamiques

Point 1

La pression et la température au point 1 sont :

$$P_1 = P_a = 0.6 \text{ bar}$$

$$T_1 = T_a = 250 \text{ K} \quad \hat{T}_1 = -23.15^\circ \text{C}$$

La vitesse de l'air au point 1, égale à celle de l'avion, est, selon (4.107) et (4.108) :

$$C_1 = MaA = Ma\sqrt{\gamma r T_a} = 260.42 \text{ m/s}$$

Point 2

Le rendement isentrope du diffuseur est, selon (4.261) et (4.263), compte tenu de la cinquième hypothèse :

$$\eta_{Ds} = \frac{\check{p}_{sD}}{C_1^2/2} = \frac{h_{2s} - h_1}{C_1^2/2}$$

Nous avons, selon (2.60), compte tenu du tableau 8.6 (vol. I) et en posant $\pi_D = P_2/P_1$:

$$\eta_{Ds} = \frac{c_p(T_{2s} - T_1)}{C_1^2/2} = \frac{c_p T_1 (\pi_D^\Gamma - 1)}{C_1^2/2}$$

Le rapport de pression du diffuseur est donc :

$$\pi_D = \left(1 + \eta_{Ds} \frac{C_1^2}{2c_p T_1} \right)^{1/\Gamma} = 1.5295$$

La pression au point 2 est :

$$P_2 = P_1 \pi_D = 0.9117 \text{ bar}$$

Les équations fondamentales (4.57) appliquées au diffuseur donnent, compte tenu de (2.60) et de la cinquième hypothèse :

$$\frac{C_1^2}{2} = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$$

La température au point 2 est donc :

$$T_2 = T_1 + \frac{C_1^2}{2c_p} = 283.62 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 10.47^\circ \text{C}$$

Point 3

La pression au point 3 est :

$$P_3 = P_2 \pi_C = 7.342 \text{ bar}$$

Le rapport de température relatif au compresseur est, selon (4.236) :

$$\tau_C \equiv \frac{T_3}{T_2} = 1 + \frac{\pi_C^\Gamma - 1}{\eta_{Cs}} = 1.922$$

La température au point 3 est donc :

$$T_3 = T_2 \tau_C = 545.13 \text{ K} \quad \hat{T}_3 = 271.98^\circ \text{C}$$

Point 4

La pression et la température au point 4 sont, selon les données :

$$P_4 = P_3 = 7.342 \text{ bar}$$

$$T_4 = 1300 \text{ K} \quad \hat{T}_4 = 1026.85^\circ \text{C}$$

Point 5

La relation (11.85) donne, compte tenu des hypothèses et de la définition (11.6) du rapport d'air, le bilan énergétique :

$$(\dot{M}_A + \dot{M}_F) c_p \hat{T}_4 = \dot{M}_F \underline{\Delta} h_i^0 + \dot{M}_A c_p \hat{T}_3$$

$$\left(\frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} + 1 \right) c_p \hat{T}_4 = \underline{\Delta} h_i^0 + \frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} c_p \hat{T}_3$$

Le rapport d'air relatif à la combustion est donc :

$$\frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} = \frac{\underline{\Delta} h_i^0 - c_p \hat{T}_4}{c_p \hat{T}_4 - c_p \hat{T}_3} = 56.457 \text{ kg A/kg F}$$

Le Premier Principe (1.45) donne le bilan mécanique de l'arbre des turbomachines :

$$\eta_m \dot{E}_T = \dot{E}_C$$

$$\eta_m (\dot{M}_A + \dot{M}_F) (h_4 - h_5) = \dot{M}_A (h_3 - h_2)$$

$$\eta_m \left(\frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} + 1 \right) c_p (T_4 - T_5) = \frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} c_p (T_3 - T_2)$$

La température au point 5 est donc :

$$T_5 = T_4 - \frac{(\dot{M}_A/\dot{M}_F)(T_3 - T_2)}{\eta_m ((\dot{M}_A/\dot{M}_F) + 1)} = 1037.8 \text{ K} \quad \hat{T}_5 = 764.65^\circ \text{C}$$

Le rapport de pression de la turbine est, selon (7.245) en en posant $\tau_T = T_5/T_4$:

$$\pi_T \equiv \frac{P_5}{P_4} = \left(1 - \frac{1 - \tau_T}{\eta_{Ts}} \right)^{1/\Gamma} = 0.4114$$

La pression au point 5 est donc :

$$P_5 = P_4 \pi_T = 3.0207 \text{ bar}$$

Point 6

La pression au point 6 est :

$$P_6 = P_1 = P_a = 0.6 \text{ bar}$$

Le rapport de pression de la tuyère est, selon le bilan des pressions :

$$\pi_S \equiv \frac{P_6}{P_5} = \frac{1}{\pi_D \pi_C \pi_T} = 0.1986$$

Le rendement isentrope de la tuyère de sortie est, selon (4.279) et (4.281) compte tenu de la cinquième hypothèse :

$$\eta_{Ss} = \frac{C_6^2/2}{-\dot{p}_{sS}} = \frac{C_6^2/2}{h_5 - h_{6s}}$$

Nous avons, selon (2.60) et compte tenu du tableau 8.6 (vol. I) :

$$\eta_{Ss} = \frac{C_6^2/2}{c_p(T_5 - T_{6s})} = \frac{C_6^2/2}{c_p T_5 (1 - \pi_S^{\gamma})}$$

La vitesse des gaz à la sortie de la tuyère est donc :

$$C_6 = \sqrt{2\eta_{Ss} c_p T_5 (1 - \pi_S^{\gamma})} = 862.17 \text{ m/s}$$

Les équations fondamentales (4.57) appliquées à la tuyère donnent, compte tenu de (2.60) et de la cinquième hypothèse :

$$\frac{C_6^2}{2} = h_5 - h_6 = c_p(T_5 - T_6)$$

La température au point 6 est donc :

$$T_6 = T_5 - \frac{C_6^2}{2c_p} = 669.34 \text{ K} \quad \hat{T}_6 = 396.19^\circ \text{C}$$

Débits-masse

Le bilan spatial de quantité de mouvement (6.118) donne, compte tenu de deuxième et neuvième hypothèses, la poussée du turboréacteur :

$$\vec{K} = \iint_{F_r} \vec{C} d\dot{M}^+ - gM\vec{k}$$

En projetant sur l'axe x nous obtenons :

$$K = (\dot{M}_A + \dot{M}_F)C_6 - \dot{M}_A C_1 = \dot{M}_A \left(\left(1 + \frac{1}{\dot{M}_A/\dot{M}_F} \right) C_6 - C_1 \right)$$

Le débit-masse de l'air absorbé par le turboréacteur est donc :

$$\dot{M}_A = \frac{K}{\left(1 + (\dot{M}_F/\dot{M}_A) \right) C_6 - C_1} = 25.931 \text{ kg/s}$$

Le débit-masse du kérosène consommé est :

$$\dot{M}_F = \frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_A/\dot{M}_F} = 0.4593 \text{ kg/s}$$

La détermination de ces débits-masse permet de dimensionner le compresseur et la turbine, ainsi que de calculer le rapport poussée/poids du turboréacteur

Efficacité motrice

Le Premier Principe (1.45), appliqué au turboréacteur entre les sections 1 et 6, donne un bilan énergétique qui est analogue à (11.85), mais qui doit tenir compte des énergies cinétiques :

$$\dot{M}_G \left(\hat{h}_G + \frac{C_6^2}{2} \right) = \dot{M}_F \Delta \underline{h}_i^0 + \dot{M}_A \frac{C_1^2}{2}$$

La puissance mécanique fournie par le turboréacteur est égale à l'accroissement de l'énergie cinétique des gaz :

$$\dot{E}^- = (\dot{M}_F + \dot{M}_A) \frac{C_6^2}{2} - \dot{M}_A \frac{C_1^2}{2} = \dot{M}_F \Delta \underline{h}_i^0 - \dot{M}_G \hat{h}_G$$

L'efficacité motrice du cycle de turboréacteur est alors, par analogie avec (12.78) :

$$\epsilon_m \equiv \frac{\dot{E}^-}{\dot{M}_F \Delta \underline{h}_i^0} = \frac{\left(1 + \frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} \right) C_6^2 - \frac{\dot{M}_A}{\dot{M}_F} C_1^2}{2 \Delta \underline{h}_i^0} = 0.439 = 43.9 \%$$

Efficacité propulsive

La puissance propulsive correspondant à la poussée du turboréacteur est :

$$\dot{E}_p = K C_1 = (\dot{M}_F + \dot{M}_A) C_1 C_6 - \dot{M}_A C_1^2$$

L'efficacité propulsive du turboréacteur est donnée, en posant $c = C_6/C_1$, par la relation :

$$\epsilon_p \equiv \frac{\dot{E}_p}{\dot{E}^-} = 2 \frac{(1 + (\dot{M}_A/\dot{M}_F))c - (\dot{M}_A/\dot{M}_F)}{(1 + (\dot{M}_A/\dot{M}_F))c^2 - (\dot{M}_A/\dot{M}_F)} = 0.467 = 46.7 \%$$

Nous constatons que l'efficacité propulsive dépend du rapport d'air \dot{M}_A/\dot{M}_F et du rapport des vitesses c . Lorsque le rapport \dot{M}_A/\dot{M}_F est grand par rapport à 1, l'efficacité propulsive est approximativement :

$$\epsilon_p^* \cong \frac{2}{1 + c}$$

Efficacité thermopropulsive

L'efficacité thermopropulsive du turboréacteur est donnée par la relation :

$$\epsilon_{tp} \equiv \frac{\dot{E}_p}{\dot{M}_F \Delta \underline{h}_i^0} = \epsilon_m \epsilon_p = 0.205 = 20.5 \%$$

13.1 Cycle de Brayton inversé**Description**

Il s'agit d'étudier le cycle de Brayton inversé représenté dans le diagramme T - s de la figure 13.14.

Il est théoriquement possible de réaliser ce cycle avec de l'air, à l'aide du système fermé, avec transvasement et en régime permanent, faisant l'objet de la figure 13.15.

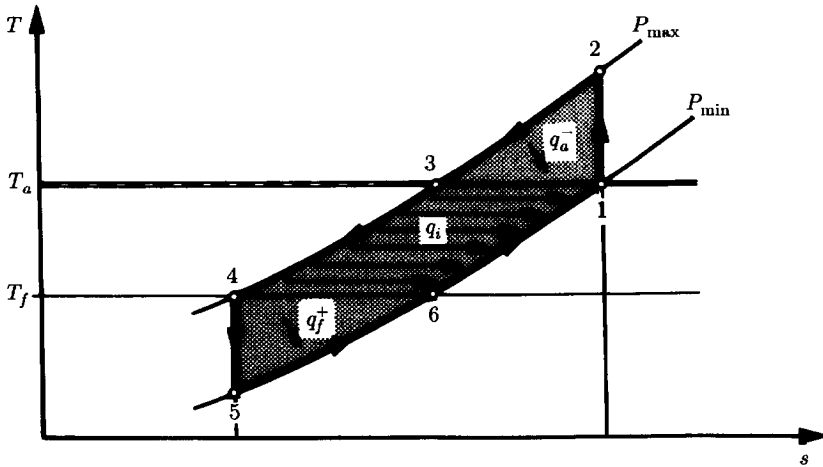


Fig. 13.14

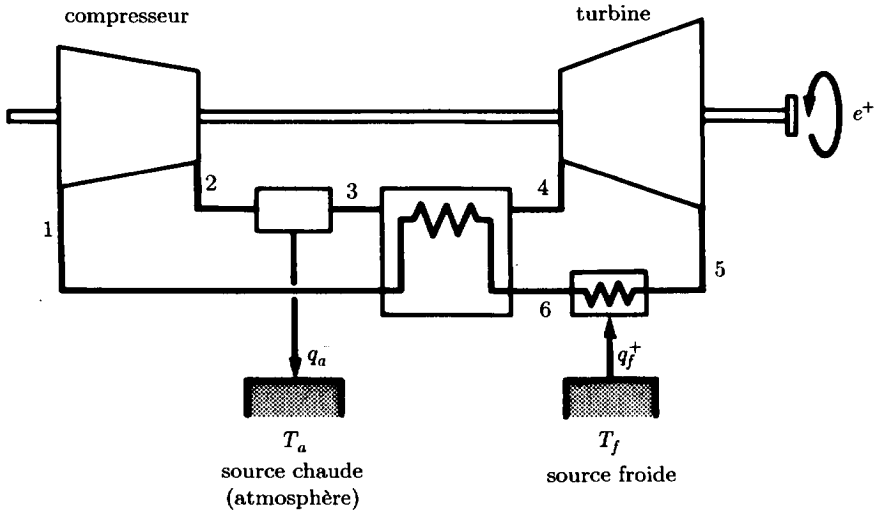


Fig. 13.15

L'air parcourant le cycle subit les transformations suivantes :

- 1-2 : compression adiabate et sans dissipation,
- 2-3 : refroidissement isobare par transfert-chaleur externe q_a^- avec une source chaude à la température atmosphérique T_a ,
- 3-4 : refroidissement isobare par transfert-chaleur interne réversible q_i avec l'air du cycle,
- 4-5 : détente adiabate et sans dissipation,
- 5-6 : chauffage isobare par transfert-chaleur externe q_f^+ avec une source froide à température T_f ,
- 6-1 : chauffage isobare par transfert-chaleur interne réversible q_i avec l'air du cycle.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 27^\circ\text{C}$
- Température de la source froide : $\hat{T}_f = -8^\circ\text{C}$
- Rapport de pression du compresseur : $\pi_C = P_{\max}/P_{\min} = 3$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Rapport calorifique de l'air : $\Gamma = 0.29$

Questions

- Calculer l'efficacité de réfrigération du cycle.
- Calculer le rendement exergetique du cycle.
- Calculer la perte exergetique globale massique, ainsi que les différentes pertes exergetiques massiques dont elle est composée.

Solution

Efficacité de réfrigération

L'efficacité de réfrigération est, conformément à la définition (13.100) :

$$\epsilon_f \equiv \frac{q_f^+}{e^+}$$

L'énergie-chaleur massique reçue de la source froide est, selon (2.60) et (4.181), compte tenu des hypothèses :

$$q_f^+ = h_6 - h_5 = c_p(T_6 - T_5)$$

Les transformations 2-4 et 5-1 étant isobares, le rapport de pression de la turbine est :

$$\pi_T \equiv \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{1}{\pi_C} = \frac{1}{3}$$

La relation (2.2) montre que la transformation 4-5 est isentrope. Le tableau 8.6 (vol. I) donne alors, compte tenu de la deuxième hypothèse, la température au point 5 :

$$T_5 = T_4 \left(\frac{P_{\min}}{P_{\max}} \right)^\Gamma = T_f \pi_T^\Gamma = 192.8 \text{ K} \quad \hat{T}_5 = -80.34^\circ\text{C}$$

L'énergie-chaleur massique reçue de la source froide est finalement :

$$q_f^+ = c_p(T_f - T_5) = 72.34 \text{ kJ/kg}$$

L'énergie-chaleur massique donnée à la source chaude est, selon (2.60) et (4.181) :

$$q_a^- = h_2 - h_3 = c_p(T_2 - T_3)$$

La relation (2.2) montre que la transformation 1-2 est isentrope. Le tableau 8.6 (vol. I) donne alors la température au point 2 :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right)^\Gamma = T_a \pi_C^\Gamma = 412.77 \text{ K} \quad \hat{T}_2 = 139.62^\circ\text{C}$$

L'énergie-chaleur massique donnée à la source chaude est finalement :

$$q_a^- = c_p(T_2 - T_a) = 112.62 \text{ kJ/kg}$$

L'énergie-travail massique reçue par le cycle est alors, selon (13.98) :

$$e^+ = q_a^- - q_f^+ = 40.27 \text{ kJ/kg}$$

L'efficacité de réfrigération du cycle est finalement :

$$\epsilon_f = 1.8 = 180 \%$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique du cycle est, conformément à la définition (13.102) :

$$\eta \equiv \frac{e_{qf}^-}{e^+}$$

L'exergie-chaleur massique reçue par le cycle au niveau de la source froide est, conformément à la définition (10.37) :

$$e_{qf}^- = - \left(1 - \frac{T_a}{T_f} \right) q_f^+ = 9.549 \text{ kJ/kg}$$

Le rendement exergetique du cycle est donc :

$$\eta = 0.24 = 24 \%$$

Perte exergetique globale massique

La perte exergetique globale massique est, selon le bilan exergetique (13.28) ou selon (13.103) :

$$l = e^+ - e_{qf}^- = (1 - \eta)e^+ = 30.73 \text{ kJ/kg}$$

Cette perte globale est égale à la somme des deux pertes qui suivent.

La perte exergetique due au transfert-chaleur q_f^+ avec chute de température entre la source froide à température T_f et l'air du cycle (transformation 5-6) est, selon (2.60) et (10.143) :

$$l_{ta} = \int_2^3 \left(1 - \frac{T_a}{T} \right) \delta q_a^- = q_a^- - c_p T_a \ln \frac{T_2}{T_a} = 16.99 \text{ kJ/kg}$$

La perte exergetique due au transfert-chaleur q_a^- avec chute de température entre l'air du cycle (transformation 2-3) et la source chaude à la température atmosphérique T_a est, selon (2.60) et (10.143) :

$$l_{tf} = \int_5^6 \left(\frac{T_a}{T} - \frac{T_a}{T_f} \right) \delta q_f^+ = c_p T_a \ln \frac{T_f}{T_5} - \frac{T_a}{T_f} q_f^+ = 13.74 \text{ kJ/kg}$$

Il est intéressant de contrôler que la somme des deux pertes calculées est bien égale à la perte globale :

$$l = l_{ta} + l_{tf} = 30.73 \text{ kJ/kg}$$

Comme $T_2/T_a = T_f/T_5$ (transformations isentropes entre les mêmes pression), nous avons aussi :

$$l = q_a^- - \frac{T_a}{T_f} q_f^+ = 30.73 \text{ kJ/kg}$$

13.J Cycle de Carnot

Description

Il s'agit d'étudier le cycle de Carnot fonctionnant avec de l'oxygène et utilisé comme cycle moteur, représenté dans les diagrammes $P-v$ et $T-s$ de la figure 13.10 (vol. I).

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'oxygène parcourant le cycle est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Température de la source chaude : $T_h = 400 \text{ K}$
- Température de la source froide (atmosphère) : $T_a = 300 \text{ K}$
- Rapport volumétrique de détente : $\chi = V_4/V_3 = 5$
- Constante massique de l'oxygène : $r = 259.82 \text{ J/(K kg)}$

Questions

- Calculer l'énergie-chaleur massique q_h^+ reçue par le cycle au niveau de la source chaude.
- Calculer l'exergie-chaleur massique e_{qh}^+ reçue par le cycle au niveau de la source chaude.
- Calculer l'efficacité motrice ϵ_m^* du cycle.
- Calculer l'énergie-travail massique e^- fournie par le cycle.
- Calculer l'énergie-chaleur massique q_a^- donnée par le cycle au niveau de la source froide.

Réponses

- $q_h^+ = 167.27 \text{ kJ/kg}$
- $e_{qh}^+ = 41.82 \text{ kJ/kg}$
- $\epsilon_m^* = 0.25 = 25 \%$
- $e^- = 41.82 \text{ kJ/kg}$
- $q_a^- = 125.45 \text{ kJ/kg}$

13.K Cycle de Diesel amélioré

Description

Une analyse détaillée du fonctionnement d'un moteur à combustion interne montre que le cycle de Diesel simple (exercice 13.E) est assez éloignée de la

réalité. Un modèle plus proche de la réalité est le cycle de Diesel amélioré représenté dans la figure 13.16.

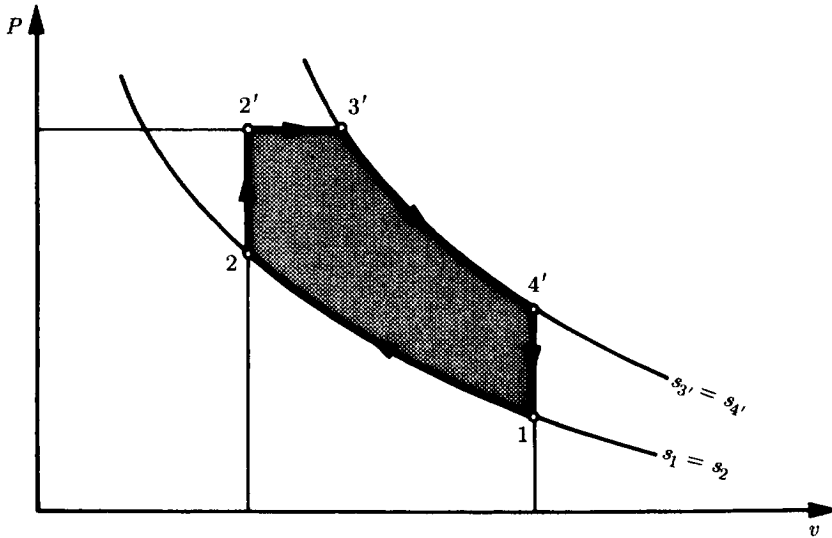


Fig. 13.16

L'air subit les transformations suivantes :

- 1-2 : compression adiabate,
- 2-2' : chauffage isochore,
- 2'-3' : chauffage isobare,
- 3'-4' : détente adiabate,
- 4'-1 : refroidissement isochore.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Questions

- Tracer dans les diagrammes $P-v$ et $T-s$ les cycles de Diesel simple et amélioré en gardant le même rapport volumétrique de compression $\chi = v_1/v_2$ et la même énergie-chaleur massique reçue. Montrer que l'efficacité motrice du cycle de Diesel amélioré est supérieure à celle du cycle de Diesel simple.
- Etablir la relation donnant l'efficacité motrice ϵ'_m du cycle de Diesel amélioré en fonction des grandeurs suivantes :

Rapports volumétriques :

$$\chi = v_1/v_2 \quad \chi_c = v_{3'}/v_{2'}$$

Rapport de pression isochore :

$$\pi_v = P_{2'}/P_2$$

Réponses

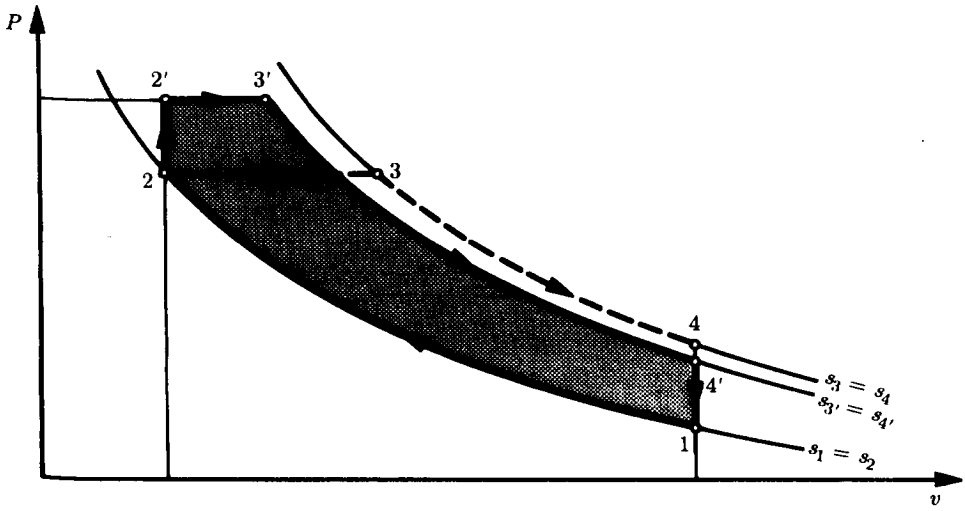


Fig. 13.17

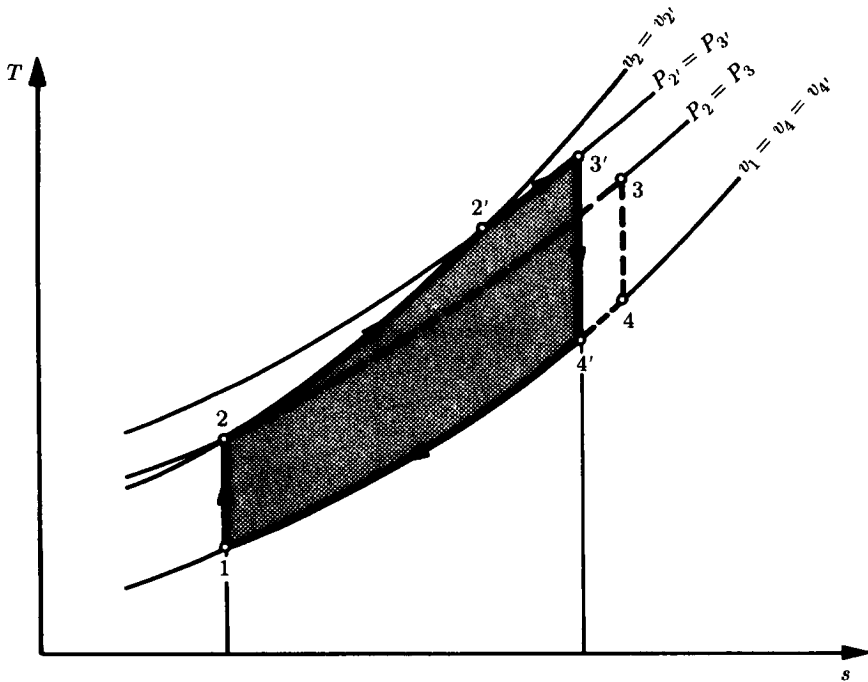


Fig. 13.18

$$\bullet \quad \epsilon'_m = 1 - \frac{1}{\gamma \chi^{\gamma-1}} \left(\frac{\pi_v \chi_c^\gamma - 1}{\pi_v (\chi_c - 1) + ((\pi_v - 1)/\gamma)} \right)$$

Remarque : Pour $\pi_v = 1$, on retombe sur l'efficacité ϵ_m d'un cycle de Diesel simple (voir exercice 13.E).

13.L Cycle de statoréacteur

Description

Considérons le statoréacteur représenté par le schéma de la figure 13.19. Le statoréacteur est un système propulsif utilisé pour des avions volant à très haute vitesse. Il est basé sur le même principe que celui du turboréacteur, mais la différence essentielle réside dans le fait qu'il ne comporte pas de turbomachines. Le cycle de ce statoréacteur est représenté dans le diagramme $T-s$ de la figure 13.19.

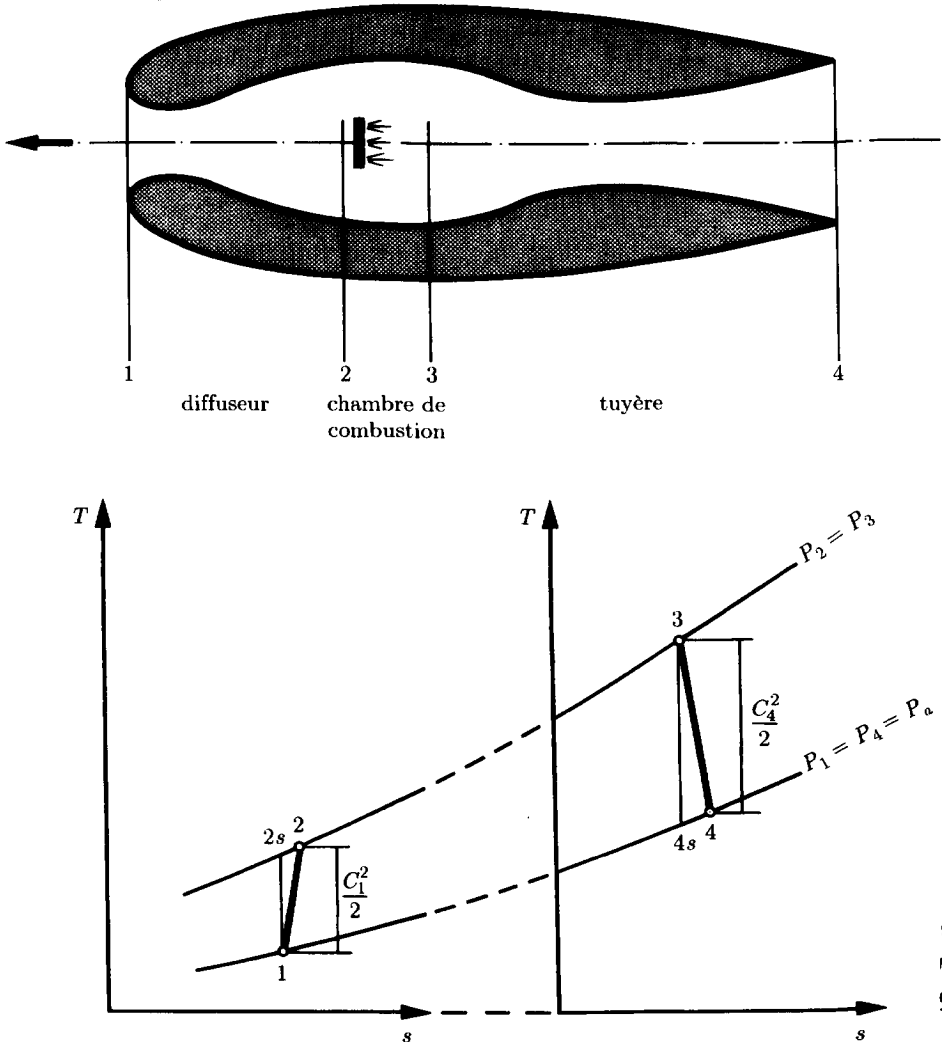


Fig. 13.19

Le fluide parcourant le statoréacteur subit les transformations suivantes :

- 1-2 : ralentissement de l'air dans le diffuseur, ayant pour effet une forte augmentation de sa pression ;

- 3-3 : combustion isobare par injection de kérosène dans la chambre de combustion ;
- 3-4 : détente des gaz de combustion dans la tuyère, ayant pour effet une forte augmentation de leur énergie cinétique.

Hypothèses

- La combustion est complète.
- La résultante des forces exercées par la pression au droit des sections fluides 1 et 4 est nulle.
- La surenthalpie du kérosène injecté dans la chambre des combustion est négligeable.
- Les transferts-chaaleur avec l'air atmosphérique sont négligés.
- L'énergie cinétique est négligeable aux points 2 et 3.
- Les variations de l'énergie potentielle sont négligeables.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- La tuyère fonctionne en régime adapté.
- Le régime est permanent.
- L'air et les gaz de combustion possèdent pratiquement les mêmes propriétés thermodynamiques.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz parfaits.

Données

- Température de référence : $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Altitude de vol : $Z = 15\,000\text{ m}$
- Etat atmosphérique : $P_a = 0.12\text{ bar}$
 $T_a = 218\text{ K}$
- Vitesse de l'avion, adimensionnelle : $Ma = 2.5$
- Température des gaz à l'entrée de la tuyère : $T_3 = 1\,300\text{ K}$
- Pouvoir énergétique inférieur du kérosène, référé à $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$: $\Delta h_i^0 = 44\,300\text{ kJ/kg}$
- Débit-masse de l'air : $\dot{M}_A = 36\text{ kg/s}$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_p = 1.0087\text{ kJ/(K kg)}$
- Rapport calorifique de l'air : $\Gamma = 0.2857$
- Rendement isentrope du diffuseur : $\eta_{Ds} = 0.96$
- Rendement isentrope de la tuyère : $\eta_{Ss} = 0.96$

Questions

- Calculer l'état thermodynamique (P, T) en tous les points du cycle, ainsi que les vitesses C_1 de l'air à l'entrée et C_4 des gaz à la sortie du statoréacteur.
- Calculer le débit-masse \dot{M}_F de kérosène et la poussée K donnée par le statoréacteur.
- Calculer l'efficacité motrice ϵ_m du cycle de statoréacteur.
- Calculer l'efficacité propulsive ϵ_p du statoréacteur.
- Calculer l'efficacité thermopropulsive ϵ_{tp} du réacteur.

Réponses

- | Point | P
[bar] | T
[K] | C
[m/s] |
|-------|--------------|------------|--------------|
| 1 | 0.12 | 218 | 741.42 |
| 2 | 1.8952 | 490.5 | 0 |
| 3 | 1.8952 | 1 300 | 0 |
| 4 | 0.12 | 619.3 | 1 171.86 |
- $\dot{M}_F = 0.6838 \text{ kg/s}$ $K = 16.3 \text{ kN}$
- $\epsilon_m = 0.505 = 50.5 \%$
- $\epsilon_p = 0.790 = 79.0 \%$
- $\epsilon_{tp} = 0.399 = 39.9 \%$.

13.M Cycles de thermopompe superposés

Description

Soient deux cycles bithermes de thermopompe, sans dissipation, comportant des dévalorisations à basse et à haute température (pseudo-cycles de Carnot inversés). Ces cycles sont représentés dans le diagramme T - s de la figure 13.20.

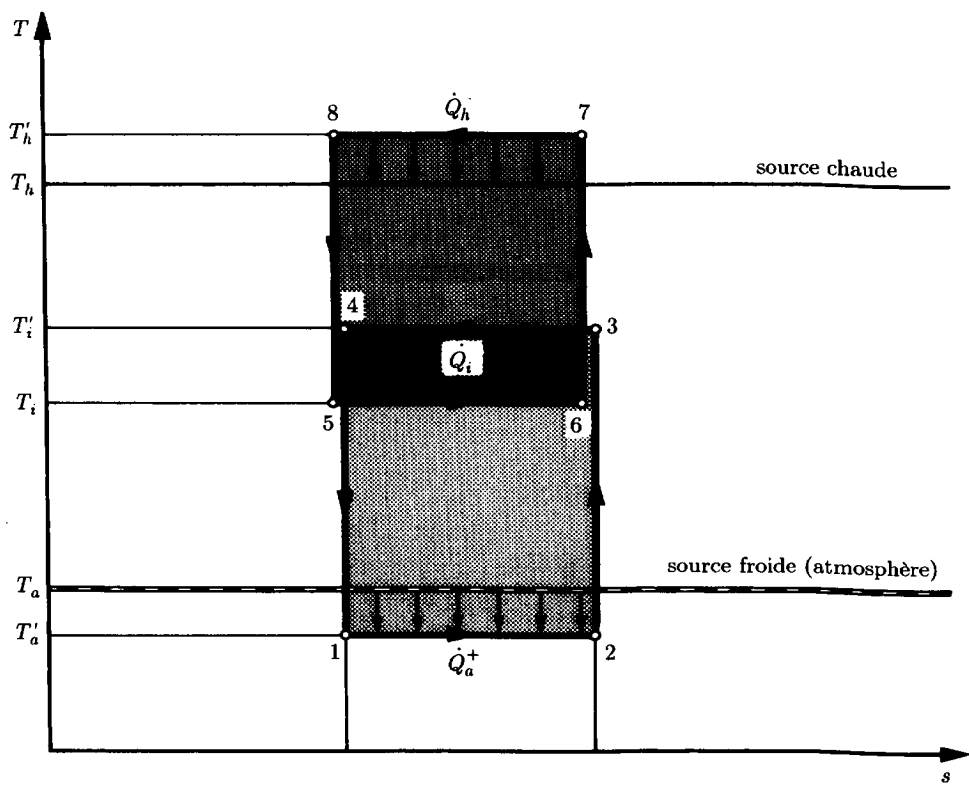


Fig. 13.20

Il s'agit de deux thermopompes dont les cycles thermodynamiques sont superposés. La première consomme la puissance-travail \dot{E}_1^+ , prend la puissance-chaleur \dot{Q}_a^+ à la source froide (atmosphère) et fournit la puissance-chaleur \dot{Q}_i à la température T_i' . La deuxième consomme la puissance-travail \dot{E}_2^+ , prend la puissance-chaleur \dot{Q}_i à la température T_i et fournit la puissance-chaleur \dot{Q}_h^- à la source chaude.

Remarquons que la puissance-chaleur \dot{Q}_i fournie par la première thermopompe au niveau du tronçon 3-4 est entièrement prise par la deuxième thermopompe au niveau du tronçon 5-6.

Questions

- Etablir les relations donnant l'efficacité de chauffage ϵ_h et le rendement exergetique η de l'ensemble des deux thermopompes en fonction des températures T_a , T_i , T_h et des écarts

$$\Delta T_a = T_a - T_a' \quad \Delta T_i = T_i' - T_i \quad \Delta T_h = T_h' - T_h$$

- Montrer que, dans le cas où $\Delta T_i = 0$, l'efficacité de chauffage ϵ_h et le rendement exergetique η ne dépendent pas de la température intermédiaire T_i .

Réponses

$$\epsilon_h = \frac{T_h'}{T_h' - \frac{T_i}{T_i'} T_a'} = \frac{T_h}{T_h - \frac{1 - \frac{\Delta T_a}{T_a}}{\left(1 + \frac{\Delta T_i}{T_i}\right) \left(1 + \frac{\Delta T_h}{T_h}\right)} T_a}$$

$$\eta = \frac{T_h' (T_h - T_a)}{T_h \left(T_h' - \frac{T_i}{T_i'} T_a'\right)} = \frac{T_h - T_a}{T_h - \frac{1 - \frac{\Delta T_a}{T_a}}{\left(1 + \frac{\Delta T_i}{T_i}\right) \left(1 + \frac{\Delta T_h}{T_h}\right)} T_a}$$

- En posant $\Delta T_i = 0$, nous retrouvons les formules (13.117) et (13.118) établies dans le paragraphe 13.6.9. Il est clair que, dans ce cas ϵ_h et η ne dépendent pas de T_i .

13.N Pseudo-cycle de Stirling inversé

Description

Il s'agit d'étudier le pseudo-cycle de Stirling inversé, avec dévalorisations à basse et à haute température, représenté dans le diagramme $T-s$ de la figure 13.21.

Il est théoriquement possible de réaliser un tel cycle en inversant le sens de marche du moteur Stirling représenté dans la figure 13.12 (vol. I).

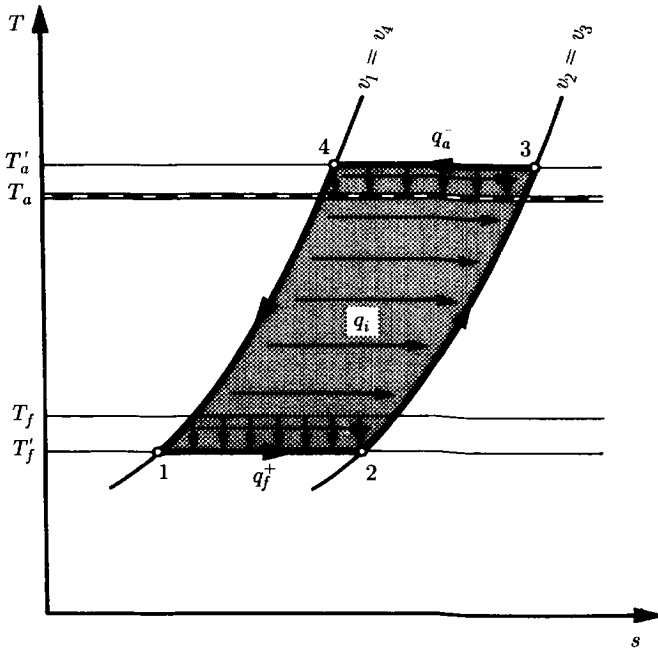


Fig. 13.21

L'air parcourant le cycle subit les transformations :

- 1-2 : détente isotherme au cours de laquelle l'air donne de l'énergie-travail et reçoit de l'énergie-chaleur q_f^+ de la source froide, à la température T_f' ;
- 2-3 : chauffage isochore, au cours duquel l'air traverse l'accumulateur et reçoit de ce dernier l'énergie-chaleur q_i , à une température variant de T_f' à T_a' ;
- 3-4 : compression isotherme, au cours de laquelle l'air reçoit de l'énergie-travail et donne l'énergie-chaleur q_a^- à l'atmosphère, à la température T_a' ;
- 4-1 : réfrigération isochore, au cours de laquelle l'air retraverse l'accumulateur et donne à ce dernier l'énergie chaleur q_i , à une température variant de T_a' à T_f' .

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Température de l'air au niveau de la réfrigération : $\hat{T}_a' = 25^\circ\text{C}$
- Température de la source froide : $\hat{T}_f' = -30^\circ\text{C}$
- Température de l'air au niveau du réchauffage : $\hat{T}_f' = -40^\circ\text{C}$

- Rapport de pression : $\pi = P_4/P_3 = 10$
- Constante massique de l'air : $r = 0.2882 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Chaleur spécifique isochore de l'air : $c_v = 0.7205 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer l'énergie-travail massique e^+ consommée par le cycle.
- Calculer l'efficacité de réfrigération ϵ_f du cycle.
- Calculer le rendement énergétique η du cycle.
- Calculer la perte exergetique globale massique l et déterminer la nature de cette perte.

Réponses

- $e^+ = 43.1 \text{ kJ/kg}$
- $\epsilon_f = 3.587 = 358.7 \%$
- $\eta = 0.738 = 73.8 \%$
- $l = 11.319 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

La perte est due aux transferts-chaleur avec chute de température au niveau des sources froide et chaude.

13.0 Pseudo-cycle de Ericsson inversé

Description

Il s'agit d'étudier le pseudo-cycle de Ericsson inversé, fonctionnant avec de l'air et utilisé comme cycle de thermopompe, représenté dans le diagramme T - s de la figure 13.22.

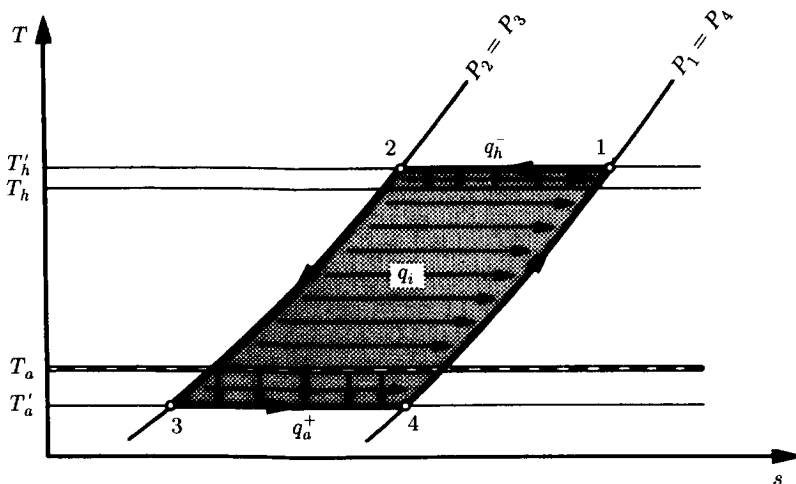


Fig. 13.22

L'air parcourant le cycle subit les transformations suivantes :

- 1-2 : compression isotherme dans le compresseur refroidi par transfert-chaleur externe q_h^- avec une source chaude à température T_h ;
- 2-3 : refroidissement isobare dans un transmetteur d'énergie thermique, par transfert-chaleur interne réversible q_i avec l'air du cycle ;
- 3-4 : détente isotherme dans une turbine chauffée par transfert-chaleur externe q_a^+ avec une source froide à la température atmosphérique T_a ;
- 4-1 : chauffage isobare dans le transmetteur d'énergie thermique, par transfert-chaleur interne réversible q_i avec l'air du cycle.

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air parcourant le cycle est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Température de la source froide (atmosphère) : $\hat{T}_a = 10^\circ\text{C}$
- Température de la source chaude : $\hat{T}_h = 45^\circ\text{C}$
- Rapport de pression : $\pi = P_2/P_1 = 5$
- Température de l'air au niveau de la source froide : $\hat{T}'_a = 5^\circ\text{C}$
- Température de l'air au niveau de la source chaude : $\hat{T}'_h = 55^\circ\text{C}$
- Constante massique de l'air : $r = 288 \text{ J}/(\text{K kg})$

Questions

- Calculer l'énergie-travail massique e^+ reçue par l'air du cycle.
- Calculer l'efficacité de chauffage ϵ_h du cycle.
- Calculer le rendement exergetique η du cycle.
- Calculer la perte exergetique globale massique l , ainsi que les différentes pertes exergetiques massiques dont elle est composée.

Réponses

- $e^+ = 23.176 \text{ kJ/kg}$
- $\epsilon_h = 6.563 = 656.3 \%$
- $\eta = 0.722 = 72.2 \%$
- $l = 6.443 \text{ kJ/kg}$ $l_{ta} = 2.318 \text{ kJ/kg}$ $l_{th} = 4.125 \text{ kJ/kg}$

13.P Etude comparative de cycles moteurs théoriques

Description

Il s'agit de comparer les performances de cycles moteurs théoriques et de mettre en évidence les différences entre les approches énergétique et exergetique. On considère les deux cas qui suivent.

Cas I Cycles ayant des sources chaudes à la même température.

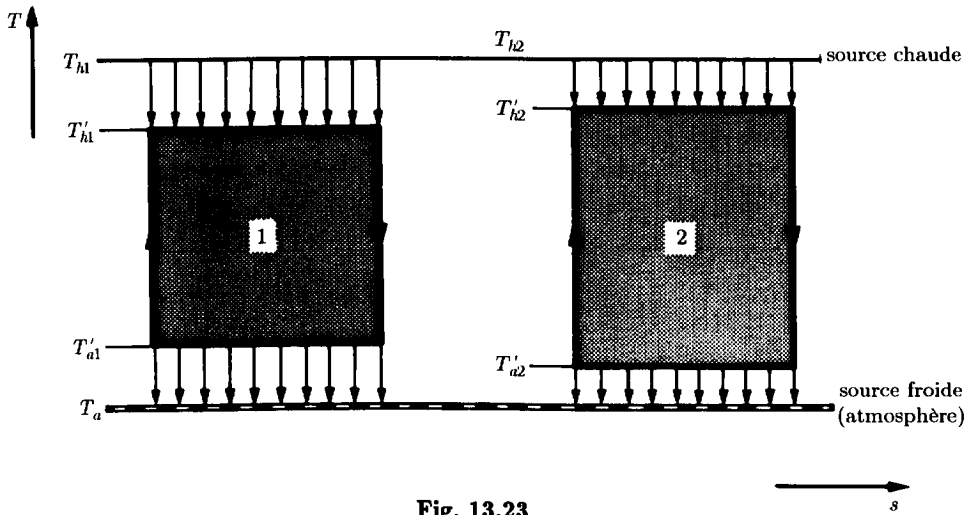


Fig. 13.23

Cas II Cycles ayant des sources chaudes à températures différentes.

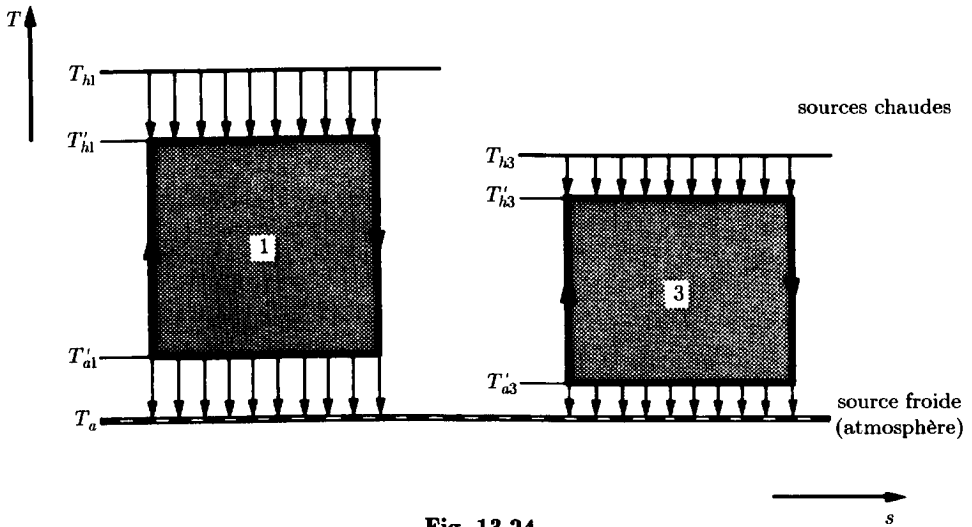


Fig. 13.24

Données

- Température atmosphérique :
- Températures relatives au cycle 1 :
- Températures relatives au cycle 2 :

$$\begin{aligned}\hat{T}_a &= 10^\circ\text{C} \\ \hat{T}_{h1} &= 1\,200^\circ\text{C} \\ \hat{T}'_{h1} &= 600^\circ\text{C} \\ \hat{T}'_{a1} &= 80^\circ\text{C} \\ \hat{T}_{h2} &= 1\,200^\circ\text{C} \\ \hat{T}'_{h2} &= 1\,000^\circ\text{C} \\ \hat{T}'_{a2} &= 40^\circ\text{C}\end{aligned}$$

- Températures relatives au cycle 3 : $\hat{T}_{h3} = 500^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{h3} = 400^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{a3} = 40^\circ\text{C}$

Questions

Dans chacun des cas I et II :

- Désigner le meilleur des deux cycles présentés, et expliquer les raisons de cette appréciation.
- Calculer respectivement les efficacités motrices ϵ_m et les rendements exergetiques η des deux cycles, ainsi que les efficacités motrices ϵ_m^* et les rendements exergetiques η^* des cycles de Carnot fonctionnant entre les mêmes sources thermiques.

Réponses

- Cas I

Le cycle 2 est meilleur que le cycle 1, car les irréversibilités (pertes exergetiques dues aux transferts-chaleur avec chute de température au niveau des sources chaude et froide) sont plus faibles.

- Cas II

Le cycle 3 est meilleur que le cycle 1, pour la même raison que dans le cas I.

- Efficacité motrice : $\epsilon_m = \frac{T'_h - T'_a}{T'_h}$

$$\text{Rendement exergetique : } \eta = \frac{T_h}{T_h - T_a} \frac{T'_h - T'_a}{T'_h}$$

- Cas I

Cas II

$\epsilon_{m1} = 60\%$	$\epsilon_{m2} = 75\%$	$\epsilon_{m1} = 60\%$	$\epsilon_{m3} = 53\%$
$\epsilon_{m1}^* = 81\%$	$\epsilon_{m2}^* = 81\%$	$\epsilon_{m1}^* = 81\%$	$\epsilon_{m3}^* = 63\%$
$\eta_1 = 74\%$	$\eta_2 = 93\%$	$\eta_1 = 74\%$	$\eta_3 = 84\%$
$\eta_1^* = 100\%$	$\eta_2^* = 100\%$	$\eta_1^* = 100\%$	$\eta_3^* = 100\%$

Les efficacités motrices ϵ_{m1} et ϵ_{m2} trouvées dans le cas I semblent conduire à l'appréciation donnée comme réponse à la première question. Par contre, les efficacités motrices ϵ_{m1} et ϵ_{m3} trouvées dans le cas II sont en contradiction avec cette appréciation.

Les rendements exergetiques obtenus expriment bien la qualité thermodynamique des cycles, aussi bien dans le cas I que dans le cas II. Il convient donc d'être très prudent dans l'interprétation des performances des cycles, lorsque ces dernières sont exprimées par la notion d'efficacité motrice, c'est-à-dire lorsqu'elles sont basées seulement sur le Premier Principe.

13.Q Etude comparative de thermopompes théoriques

Description

Il s'agit de comparer les performances de cycles de thermopompes théoriques et de mettre en évidence les différences entre les approches énergétique et exergetique. On considère les deux cas qui suivent.

Cas I Cycles ayant des sources chaudes à la même température.

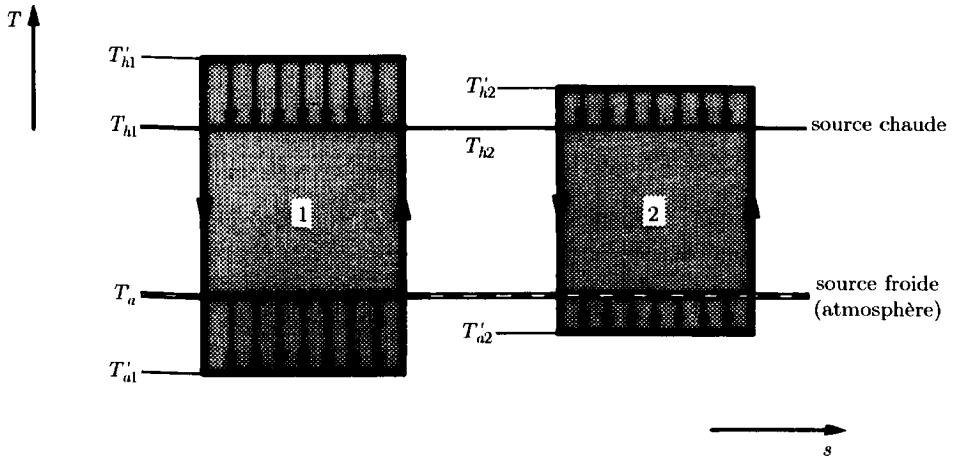


Fig. 13.25

Cas II Cycles ayant des sources chaudes à températures différentes.

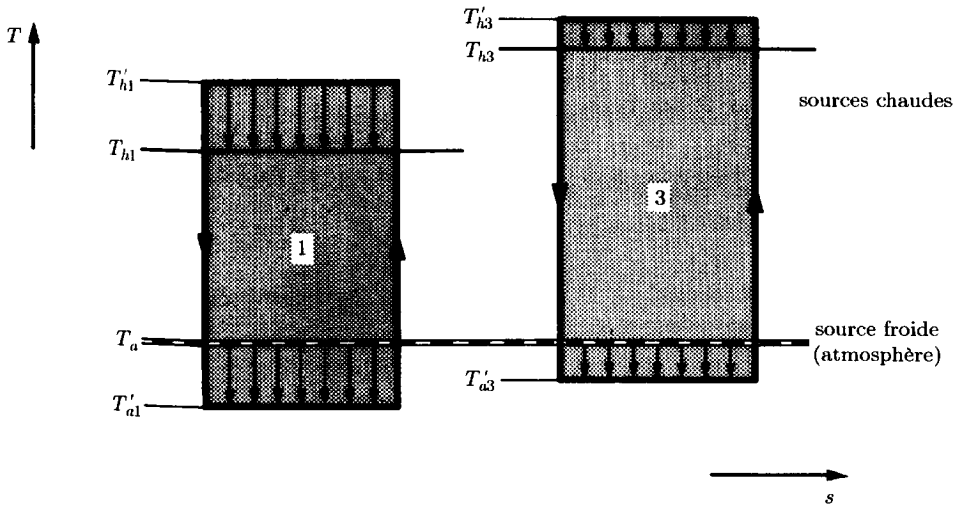


Fig. 13.26

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 10^\circ\text{C}$
- Températures relatives au cycle 1 : $\hat{T}'_{h1} = 50^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_{h1} = 40^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{a1} = 0^\circ\text{C}$

- Températures relatives au cycle 2 : $\hat{T}'_{h2} = 45^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_{h2} = 40^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{a2} = 5^\circ\text{C}$
- Températures relatives au cycle 3 : $\hat{T}'_{h3} = 60^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_{h3} = 55^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{a3} = 5^\circ\text{C}$

Questions

Dans chacun des cas I et II :

- Désigner le meilleur des deux cycles présentés, et expliquer les raisons de cette appréciation.
- Calculer respectivement les efficacités de chauffage ϵ_h et les rendements exergetiques η des deux cycles, ainsi que les efficacités motrices ϵ_m^* et les rendements exergetiques η^* des cycles de Carnot fonctionnant entre les mêmes sources thermiques.

Réponses

• Cas I

Le cycle 2 est meilleur que le cycle 1, car les irréversibilités (pertes exergetiques dues aux transferts-chaaleur avec chute de température au niveau des sources chaude et froide) sont plus faibles.

• Cas II

Le cycle 3 est meilleur que le cycle 1, pour la même raison que dans le cas I.

- Efficacité de chauffage : $\epsilon_h = \frac{T'_h}{T'_h - T'_a}$
 Rendement exergetique : $\eta = \frac{T'_h}{T_h} \frac{T'_h}{T'_h - T'_a}$

• Cas I

$$\begin{array}{ll} \epsilon_{h1} = 646 \% & \epsilon_{h2} = 795 \% \\ \epsilon_{h1}^* = 1\,044 \% & \epsilon_{h2}^* = 1\,044 \% \\ \eta_1 = 62 \% & \eta_2 = 76 \% \\ \eta_1^* = 100 \% & \eta_2^* = 100 \% \end{array}$$

Cas II

$$\begin{array}{ll} \epsilon_{h1} = 646 \% & \epsilon_{h3} = 606 \% \\ \epsilon_{h1}^* = 1\,044 \% & \epsilon_{h1}^* = 729 \% \\ \eta_1 = 62 \% & \eta_3 = 83 \% \\ \eta_1^* = 100 \% & \eta_3^* = 100 \% \end{array}$$

Les efficacités de chauffage ϵ_{h1} et ϵ_{h2} trouvées dans le cas I semblent conduire à l'appréciation donnée comme réponse à la première question. Par contre, les efficacités de chauffage ϵ_{h1} et ϵ_{h3} trouvées dans le cas II sont en contradiction avec cette appréciation.

Les rendements exergetiques obtenus expriment bien la qualité thermodynamique des cycles, aussi bien dans le cas I que dans le cas II. Il convient donc d'être très prudent dans l'interprétation des performances des cycles de thermopompes, lorsque ces dernières sont exprimées par la notion d'efficacité de chauffage, c'est-à-dire lorsqu'elles sont basées seulement sur le Premier Principe.

13.R Etude comparative de cycles de frigopompes théoriques

Description

Il s'agit de comparer les performances de cycles de frigopompes théoriques et de mettre en évidence les différences entre les approches énergétique et exergetique.

On considère les deux cas qui suivent :

Cas I Cycles ayant des sources chaudes à la même température.

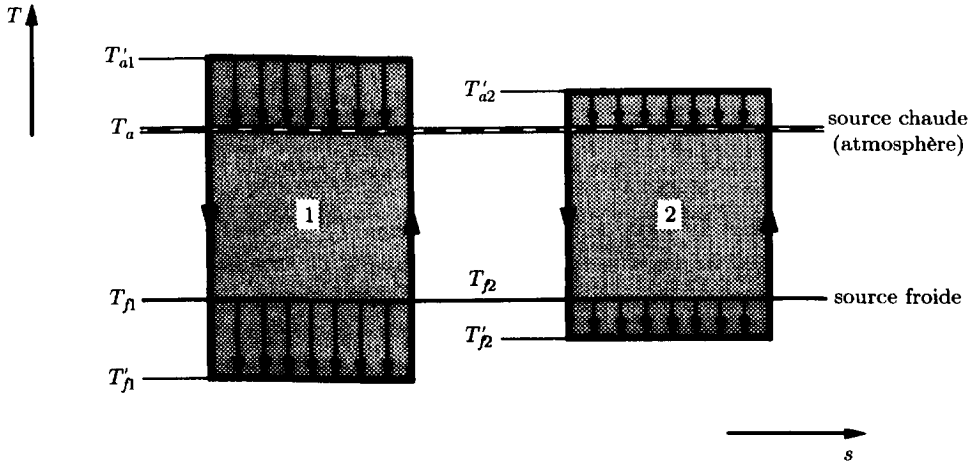


Fig. 13.27

Cas II Cycles ayant des sources chaudes à températures différentes.

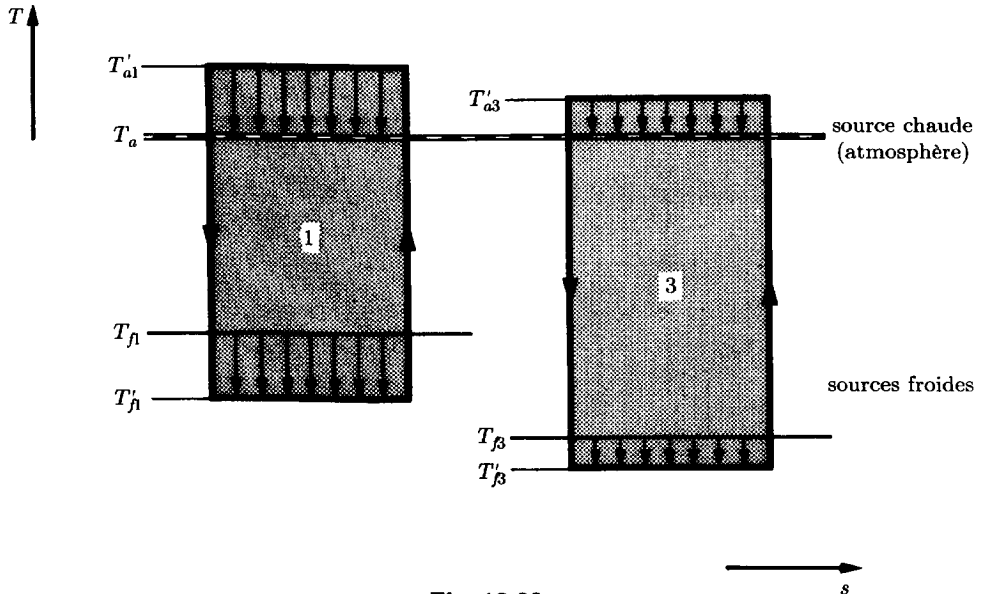


Fig. 13.28

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Températures relatives au cycle 1 : $\hat{T}'_{a1} = 30^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_{f1} = -20^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{f1} = -30^\circ\text{C}$
- Températures relatives au cycle 2 : $\hat{T}'_{a2} = 25^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_{f2} = -20^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{f2} = -25^\circ\text{C}$
- Températures relatives au cycle 3 : $\hat{T}'_{a3} = 25^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_{f3} = -40^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{f3} = -45^\circ\text{C}$

Questions

Dans chacun des cas I et II :

- Désigner le meilleur des deux cycles présentés, et expliquer les raisons de cette appréciation.
- Calculer respectivement les efficacités de réfrigération ϵ_f et les rendements exergétiques η des deux cycles, ainsi que les efficacités de réfrigération ϵ_f^* et les rendements exergétiques η^* des cycles de Carnot fonctionnant entre les mêmes sources thermiques.

Réponses

- Cas I : Le cycle 2 est meilleur que le cycle 1, car les irréversibilités (pertes exergétiques dues aux transferts-chaleur avec chute de température au niveau des sources chaude et froide) sont plus faibles.
- Cas II : Le cycle 3 est meilleur que le cycle 1, pour la même raison que dans le cas I.

• Efficacité de réfrigération : $\epsilon_f = \frac{T'_f}{T'_a - T'_f}$

Rendement exergétique : $\eta = \frac{T_a - T_f}{T_f} \frac{T'_f}{T'_a - T'_f}$

- Cas I

$$\epsilon_{f1} = 405 \% \quad \epsilon_{f2} = 496 \%$$

$$\epsilon_{f1}^* = 633 \% \quad \epsilon_{f2}^* = 633 \%$$

$$\eta_1 = 64 \% \quad \eta_2 = 78 \%$$

$$\eta_1^* = 100 \% \quad \eta_2^* = 100 \%$$

- Cas II

$$\epsilon_{f1} = 405 \% \quad \epsilon_{f3} = 326 \%$$

$$\epsilon_{f1}^* = 633 \% \quad \epsilon_{f3}^* = 389 \%$$

$$\eta_1 = 64 \% \quad \eta_3 = 84 \%$$

$$\eta_1^* = 100 \% \quad \eta_3^* = 100 \%$$

Les efficacités de réfrigération ϵ_{f1} et ϵ_{f2} trouvées dans le cas I semblent conduire à l'appréciation donnée comme réponse à la première question. Par contre, les efficacités de chauffage ϵ_{f1} et ϵ_{f3} trouvées dans le cas II sont en contradiction avec cette appréciation.

Les rendements exergétiques obtenus expriment bien la qualité thermodynamique des cycles, aussi bien dans le cas I que dans le cas II. Il convient donc

d'être très prudent dans l'interprétation des performances des cycles de frigopompes, lorsque ces dernières sont exprimées par la notion d'efficacité de chauffage, c'est-à-dire lorsqu'elles sont basées seulement sur le Premier Principe.

13.3 Etude de cycles théoriques de cogénération

Description

Il s'agit de calculer les performances de cycles théoriques de cogénération et de mettre en évidence les différences entre les approches énergétique et exergetique. On considère les deux cas qui suivent :

Cas I Cycles moteur de cogénération, théorique.

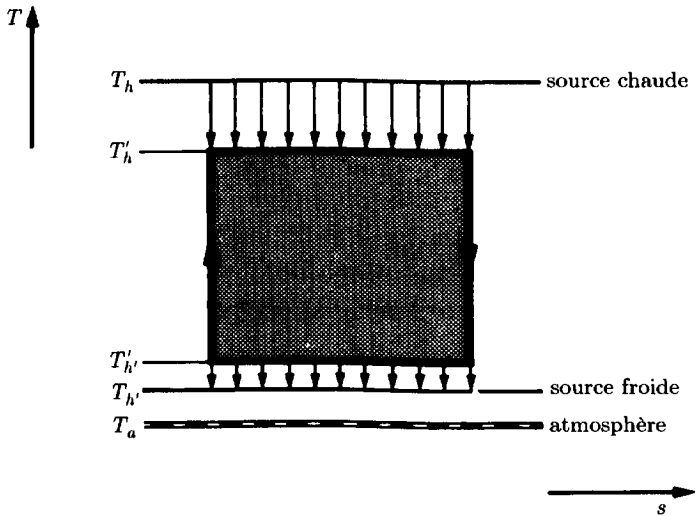


Fig. 13.29

Cas II Cycles de thermo-frigopompe, théorique.

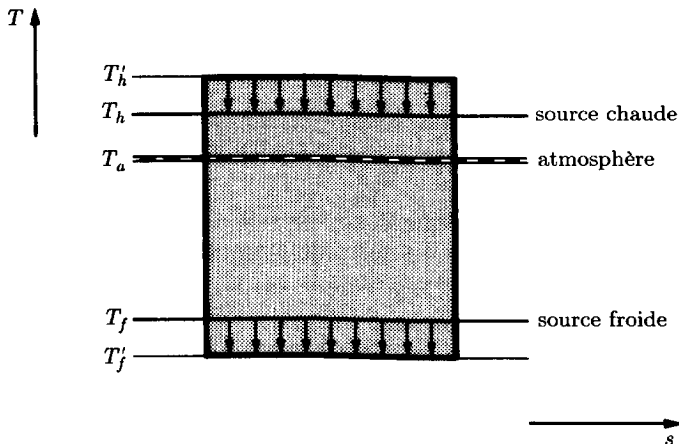


Fig. 13.30

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 10^\circ\text{C}$
- Températures relatives au cycle moteur de cogénération : $\hat{T}_h = 1200^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_h = 600^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_{h'} = 80^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_{h'} = 60^\circ\text{C}$
- Températures relatives au cycle de thermo-frigopompe : $\hat{T}'_h = 50^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_h = 40^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_f = -20^\circ\text{C}$
 $\hat{T}'_f = -30^\circ\text{C}$

Questions

- Pour le cas I, calculer l'efficacité ϵ_{mh} et le rendement exergétique η du cycle moteur théorique de cogénération, ainsi que l'efficacité ϵ_{mh}^* et le rendement exergétique η^* du cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes sources thermiques.
- Pour le cas II, calculer l'efficacité ϵ_{hf} et le rendement exergétique η du cycle de thermo-frigopompe théorique, ainsi que l'efficacité ϵ_{hf}^* et le rendement exergétique η^* du cycle de Carnot inversé fonctionnant entre les mêmes sources thermiques.
- Commenter les résultats obtenus dans les deux cas.

Réponses

- Cas I

$$\epsilon_{mh} = 100\% \quad \epsilon_{mh}^* = 100\%$$

$$\eta = \frac{T_h}{T_h - T_a} \frac{T'_h T'_h - T_a T'_{h'}}{T'_h T'_h} = 81\% \quad \eta^* = 100\%$$

- Cas II

$$\epsilon_{hf} = \frac{T'_h + T'_f}{T'_h - T'_f} = 708\% \quad \epsilon_{hf}^* = 944\%$$

$$\eta = \frac{T_h - T_a}{T_h} \frac{T'_h}{T'_h - T'_f} + \frac{T_a - T_f}{T_f} \frac{T'_f}{T'_h - T'_f} = 75\% \quad \eta^* = 100\%$$

La notion d'efficacité basée uniquement sur le Premier Principe, conduit à un résultat ϵ_{mh} inintéressant dans le cas I et à un résultat ϵ_{hf} absurde dans le cas II. Par contre, la notion de rendement exergétique, basée sur les Premier et Deuxième Principes, exprime bien la qualité thermodynamique des cycles, aussi bien dans le cas I que dans le cas II.

Exemples d'application des chapitres 10 à 13

14.A Refroidissement atmosphérique d'un condenseur

Description

Pour refroidir le condenseur d'une installation à vapeur, on utilise la tour de refroidissement humide représentée dans le schéma de la figure 14.1.

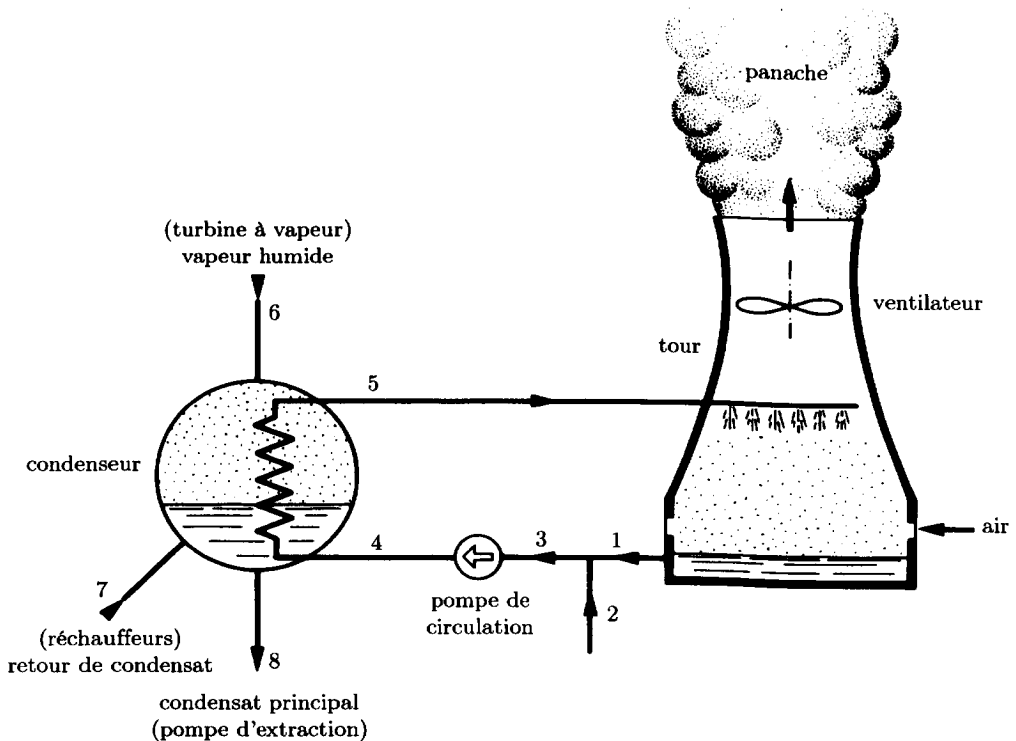


Fig. 14.1

L'eau de refroidissement est chauffée dans le condenseur (transformation 4-5), puis ruisselle sur les faces de nombreuses plaques placées verticalement dans la tour. La circulation de l'eau est assurée par une pompe. L'eau est refroidie par l'air atmosphérique circulant de bas en haut, à contre-courant entre les plaques.

La circulation de l'air est assurée par un grand ventilateur à axe vertical situé au col de la tour. Une certaine quantité d'eau est inévitablement entraînée par l'air atmosphérique, à cause de l'évaporation et du phénomène de primage. Elle est compensée par une injection continue d'eau d'appoint (point 2).

Hypothèses

- Le condenseur, la pompe et les conduites sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée dans tous les éléments du circuit sauf dans la partie 4-5 et dans la pompe de circulation.
- Le régime est permanent.
- L'eau liquide est incompressible.
- La chaleur spécifique de l'eau liquide est constante.

Données

- Pression atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$
- Etat thermodynamique de l'eau du condenseur (état saturé) :
 $P = 0.04 \text{ bar}$
 $\hat{T} = 28.98 \text{ }^\circ\text{C}$
 $h' = 121.41 \text{ kJ/kg}$
 $h'' = 2\,554.5 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse d'eau et titre de vapeur au point 6 : $\dot{M}_6 = 31.55 \text{ kg/s}$
 $x_6 = 0.92$
au point 7 : $\dot{M}_7 = 7 \text{ kg/s}$
 $x_7 = 0.1$
- Etats thermodynamiques de l'eau de refroidissement :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]
1	1	14
2	1	10
4	2.3	—

- Volume massique de l'eau liquide : $v = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$
- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c = 4.18 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Débit-masse d'eau au point 5 : $\dot{M}_5 = 2\,145 \text{ kg/s}$
- Rendement isentrope de la pompe de circulation : $\eta_{Ps} = 0.7$
- Débit-masse de l'eau d'appoint : $\dot{M}_2 = 40.5 \text{ kg/s}$

Questions

- Déterminer l'état thermodynamique (P, T) des points 1 à 8, ainsi que les débits-masse d'eau correspondants.

- Calculer la puissance mécanique consommée par la pompe de circulation.
- Calculer la puissance dissipée dans la pompe de circulation.
- Calculer la puissance-chaleur transférée dans le condenseur.
- Calculer la puissance dissipée dans le circuit d'eau de refroidissement.

Solution

Etats thermodynamiques et débits-masse

Les débits-masse aux points 1 à 8 sont, selon l'équation de continuité (4.1) :

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_5 - \dot{M}_2 = 2\,104.5 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_2 = 40.5 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_3 = \dot{M}_1 + \dot{M}_2 = 2\,145 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_4 = \dot{M}_3 = 2\,145 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_5 = 2\,145 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_6 = 31.55 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_7 = 7 \text{ kg/s}$$

$$\dot{M}_8 = \dot{M}_6 + \dot{M}_7 = 38.55 \text{ kg/s}$$

Les états thermodynamiques aux points 1 et 2 sont donnés :

$$P_1 = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_1 = 14^\circ\text{C}$$

$$P_2 = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_2 = 10^\circ\text{C}$$

Le Premier Principe (1.45) appliqué à l'opération de mélange 1 + 2-3, donne, compte tenu des hypothèses et de (5.159) :

$$\dot{M}_3 h_3 = \dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_2 h_2$$

$$\dot{M}_1 (h_3 - h_1) = \dot{M}_2 (h_2 - h_3)$$

$$\dot{M}_1 (c(T_3 - T_1) + v(P_3 - P_1)) = \dot{M}_2 (c(T_2 - T_3) + v(P_2 - P_3))$$

Les équations fondamentales (4.57) appliquées aux transformations 1-3 et 2-3 donnent, compte tenu des deuxième et troisième hypothèses :

$$P_3 = P_2 = P_1 = 1 \text{ bar}$$

Nous obtenons finalement la température au point 3 :

$$T_3 = \frac{\dot{M}_1 T_1 + \dot{M}_2 T_2}{\dot{M}_1 + \dot{M}_2} = 287.07 \text{ K} \quad \hat{T}_3 = 13.92^\circ\text{C}$$

La pression au point 4 est une donnée :

$$P_4 = 2.3 \text{ bar}$$

Le rendement isentrope de la pompe de circulation est, conformément à la définition (4.251), compte tenu des deuxième et cinquième hypothèses :

$$\eta_{Ps} \equiv \frac{\int_3^{4s} v dP}{\int_3^{e+} v dP} = \frac{v(P_4 - P_3)}{e^+}$$

L'énergie-travail massique reçue par la pompe de circulation est, selon (5.159) et (4.213) :

$$e^+ = h_4 - h_3 = c(T_4 - T_3) + v(P_4 - P_3)$$

La température au point 4 est finalement :

$$T_4 = T_3 + \frac{(1/\eta_{Ps} - 1)v(P_4 - P_3)}{c} = 287.09 \text{ K} \quad \hat{T}_4 = 13.94^\circ\text{C}$$

Le Premier Principe (1.45), appliqué au condenseur, donne, compte tenu des hypothèses :

$$\dot{M}_5(h_5 - h_4) = \dot{M}_6 h_6 + \dot{M}_7 h_7 - \dot{M}_8 h_8$$

L'eau aux points 6 et 7 étant à la même pression et à la même température que l'eau dans le condenseur, nous avons, compte tenu de (5.84) :

$$P_6 = 0.04 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_6 = 28.98^\circ\text{C}$$

$$h_6 = h' + (h'' - h')x_6 = 2359.85 \text{ kJ/kg}$$

$$P_7 = 0.04 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_7 = 28.98^\circ\text{C}$$

$$h_7 = h' + (h'' - h')x_7 = 364.72 \text{ kJ/kg}$$

L'état thermodynamique de l'eau au point 8 étant identique à celui de l'eau dans le condenseur (état saturé), nous avons :

$$P_8 = 0.04 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_8 = 28.98^\circ\text{C}$$

$$h_8 = h' = 121.41 \text{ kJ/kg}$$

La variation d'enthalpie massique entre les points 4 et 5 est finalement :

$$h_5 - h_4 = \frac{\dot{M}_6 h_6 + \dot{M}_7 h_7 - \dot{M}_8 h_8}{\dot{M}_5} = 33.72 \text{ kJ/kg}$$

Cette variation est aussi, selon (5.159) :

$$h_5 - h_4 = c(T_5 - T_4) - v(P_4 - P_5)$$

Les équations fondamentales (4.57) appliquées au tronçon allant du point 5 à la tour donnent, compte tenu des deuxième et troisième hypothèses :

$$P_5 = P_a = 1 \text{ bar}$$

La température au point 5 est finalement :

$$T_5 = T_4 + \frac{h_5 - h_4 - v(P_4 - P_a)}{c} = 295.12 \text{ K} \quad \hat{T}_5 = 21.97^\circ\text{C}$$

Puissance mécanique consommée par la pompe de circulation

La puissance mécanique consommée par la pompe de circulation est :

$$\dot{E}_P^+ = \dot{M}_3 e^+ = \frac{\dot{M}_3 v(P_4 - P_3)}{\eta_{Ps}} = 398.36 \text{ kW}$$

Puissance dissipée dans la pompe de circulation

La puissance dissipée dans la pompe de circulation est, selon (4.214) :

$$\dot{R}_P = \dot{M}_3 \frac{4}{3} r = \dot{E}_P^+ (1 - \eta_{Ps}) = 119.51 \text{ kW}$$

Puissance-chaleur transférée dans le condenseur

La puissance-chaleur transférée dans le condenseur est, compte tenu des hypothèses :

$$\dot{Q}_A^+ = \dot{M}_5 (h_5 - h_4) = 72\,326 \text{ kW}$$

Puissance dissipée dans le circuit d'eau de refroidissement

La puissance dissipée dans le circuit d'eau de refroidissement est égale, compte tenu de la troisième hypothèse, à la somme des puissances dissipées dans la pompe de circulation et dans le tronçon 4-5 du condenseur.

La puissance dissipée dans la pompe de circulation \dot{R}_P a été calculée précédemment.

La puissance dissipée dans le tronçon 4-5 est, selon (4.189) :

$$\dot{R}_A = \dot{M}_5 \frac{5}{4} r = \dot{M}_5 v (P_4 - P_5) = 278.85 \text{ kW}$$

La puissance totale dissipée est finalement :

$$\dot{R} = \dot{R}_P + \dot{R}_A = 398.36 \text{ kW}$$

14.B Installation motrice de turbine à gaz en circuit ouvert, industrielle

Description

Considérons la centrale thermique de Beznau (Suisse), faisant l'objet du paragraphe 14.2.4 et représentée par le schéma simplifié de la figure 14.23 (vol. I).

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- Les puissances consommées pour la préparation du combustible, entre le réservoir et les injecteurs des chambres de combustion, sont négligées.
- Le pouvoir exergétique du combustible est pratiquement égal à son pouvoir énergétique inférieur.
- La puissance d'échauffement de l'air entre l'atmosphère et le point 1 est négligée.
- L'influence de la teneur en imbrûlés (monoxyde de carbone) sur l'enthalpie et l'entropie des gaz de combustion est négligeable.
- Les efficacités des paliers des arbres *HP* et *BP* sont pratiquement égales.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$
- Etat de référence : $P^0 = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique du combustible
dans le réservoir : $P_F = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_F = 0^\circ\text{C}$
- Pouvoir énergétique inférieur du combustible,
référé à $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$ $\Delta h_i^0 = 41\,373.3 \text{ kJ/kg}$
- Pouvoir énergétique inférieur du monoxyde de carbone,
référé à $\hat{T}^0 = 0^\circ\text{C}$: $\Delta h_{i\text{CO}}^0 = 10\,100 \text{ kJ/kg}$
- Débit-masse de combustible : $\dot{M}_{FH} = 0.6423 \text{ kg/s}$
 $\dot{M}_{FB} = 0.4019 \text{ kg/s}$
- Etats thermodynamiques de l'air :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	k [kJ/kg]
1	1	5	5.0313	0.0182	0.0600
2	2.38	90	90.5205	0.0374	80.3047
3	2.315	25	24.8757	-0.1538	66.8862
4	3.75	92	92.3563	-0.0882	116.4481
5	3.71	25	24.5714	-0.2902	103.8395
6	8.8	117	117.1312	-0.2677	190.2535
7	8.38	407.7	420.1532	0.3412	326.9544

- Débit-masse d'air : $\dot{M}_A = 90 \text{ kg/s}$
- Etats thermodynamiques des gaz de combustion,
relatifs au facteur d'air $\lambda = 10.6$:

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	k [kJ/kg]
8	8.3	650	704.4982	0.6756	519.9581
9	2.44	455.4	462.5975	0.7815	249.1308

- Etats thermodynamiques des gaz de combustion,
relatifs au facteur d'air $\lambda = 6.52$:

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	k [kJ/kg]
10	2.4	600	636.7496	0.9934	365.4024
11	1.018	461.5	482.4510	1.0305	200.9699
12	1	179.9	182.7546	0.5170	41.5361

- Degré de combustion, énergétique,
des chambres de combustion : $\beta_H = 1 - (\Delta \dot{H}_{iIH}^0 / \Delta \dot{H}_{iH}^0) = 0.998$
 $\beta_B = 1 - (\Delta \dot{H}_{iIB}^0 / (\Delta \dot{H}_{iB}^0 + \Delta \dot{H}_{iIH}^0))$
 $= 0.998$

- Pertes énergétiques des compresseurs,
en valeurs relatives : $\varphi_c = \dot{Q}_c^- / \dot{Y}_C^- = 0.001$
- Pertes énergétiques des turbines,
en valeurs relatives : $\varphi_t = \dot{Q}_t^- / \dot{Y}_T^+ = 0.001$
- Perte énergétique de la chambre de combustion VH ,
en valeur relative : $\varphi_{vh} = \dot{Q}_{vh}^- / \beta_H \Delta \dot{H}_{iH}^0 = 0.010$
- Perte énergétique de la chambre de combustion VB ,
en valeur relative : $\varphi'_{vb} = \dot{Q}_{vb}^- / (\Delta \dot{H}_{iB}^0 + \Delta \dot{H}_{iIH}^0) = 0.010$
- Perte par diffusion, en valeur relative : $\psi'_d = \dot{L}_d / \dot{M}_F \Delta k^0 = 0.025$
- Efficacité du réducteur de vitesse : $\epsilon_n = 0.998$
- Efficacité de l'alternateur : $\epsilon_g = 0.988$

Questions

- Représenter l'évolution thermodynamique de l'air dans un diagramme h - s .
- Calculer la puissance énergétique consommée par l'installation.
- Calculer les pertes énergétiques relatives à chaque élément de l'installation.
- Calculer l'efficacité motrice de l'installation.
- Calculer la puissance exergétique consommée par l'installation
- Calculer les pertes exergétiques relatives à chaque élément de l'installation.
- Calculer le rendement exergétique de l'installation.

Solution

Calculs préliminaires

Le débit-masse des gaz de combustion sortant de la chambre de combustion VH est :

$$\dot{M}_{GH} = \dot{M}_A + \dot{M}_{FH} = 90.6423 \text{ kg/s}$$

Le débit-masse de gaz de combustion sortant de la chambre de combustion VB est :

$$\dot{M}_{GB} = \dot{M}_{GH} + \dot{M}_{FB} = 91.0442 \text{ kg/s}$$

Evolution thermodynamique de l'air :

Voir le schéma de la figure 14.2.

Puissance énergétique consommée

La puissance énergétique consommée par l'installation est, compte tenu de la troisième hypothèse :

$$\sum_1 = (\dot{M}_{FH} + \dot{M}_{FB}) \Delta h_i^0 = 43\,202 \text{ kW}$$

Refroidisseur AM

La perte énergétique est, compte tenu des première et troisième hypothèses :

$$\dot{Q}_{AM}^- = \dot{Y}_{AM}^+ = \dot{M}_A(h_2 - h_3) = 5\,908.0 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{AM}^-}{\sum_1} = 13.7 \%$$

Compresseur CM

$$\dot{Q}_{cm}^- = \varphi_c \dot{Y}_{CM}^- = \varphi_c \dot{M}_A(h_4 - h_3) = 6.07 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{cm}^-}{\sum_1} = 0.01 \%$$

$$\dot{E}_{CM} = (1 + \varphi_c) \dot{M}_A(h_4 - h_3) = 6\,079.3 \text{ kW}$$

Refroidisseur AH

$$\dot{Q}_{AH}^- = \dot{Y}_{AH}^+ = \dot{M}_A(h_4 - h_5) = 6\,100.6 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{AH}^-}{\sum_1} = 14.1 \%$$

Compresseur CH

$$\dot{Q}_{ch}^- = \varphi_c \dot{Y}_{CH}^- = \varphi_c \dot{M}_A(h_6 - h_5) = 8.33 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{ch}^-}{\sum_1} = 0.02 \%$$

$$\dot{E}_{CH} = (1 + \varphi_c) \dot{M}_A(h_6 - h_5) = 8\,338.7 \text{ kW}$$

Chambre de combustion VH

La perte énergétique est, conformément à la définition φ_{vh} :

$$\dot{Q}_{vh}^- = \varphi_{vh} \beta_H \dot{M}_{FH} \Delta h_i^0 = 265.21 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{vh}^-}{\sum_1} = 0.6 \%$$

Remarquons que la potentialité chimique des imbrûlés n'est pas considérée comme une perte, car il est possible que la combustion se poursuive dans la chambre de combustion VB.

Turbine TH

$$\dot{Q}_{th}^- = \varphi_t \dot{Y}_{TH}^+ = \varphi_t \dot{M}_{GH}(h_8 - h_9) = 21.93 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{th}^-}{\sum_1} = 0.05 \%$$

La puissance-travail fournie par la turbine TH est, en vertu des équations fondamentales (4.57) :

$$\dot{E}_{TH} = (1 - \varphi_t) \dot{M}_{GH}(h_8 - h_9) = 21\,904.5 \text{ kW}$$

Chambre de combustion VB

La perte énergétique est, conformément à la définition φ'_{vb} :

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{vb}^- &= \varphi'_{vb}(\dot{M}_{FB}\Delta h_i^0 + \dot{M}_{iCOH}\Delta h_{CO}^0) = \varphi'_{vb}(\dot{M}_{FB} + (1 - \beta_H)\dot{M}_{FH})\Delta h_i^0 \\ &= 166.81 \text{ kW}\end{aligned}$$

$$\frac{\dot{Q}_{vb}^-}{\sum_1} = 0.4 \%$$

Remarquons que la potentialité chimique des imbrûlés n'est pas considérée comme une perte au niveau de la chambre de combustion VB, car elle sera comptabilisée dans la perte cheminée lors de l'étude détaillée du panache.

Turbine TB

$$\dot{Q}_{tb}^- = \varphi_t \dot{Y}_{TB}^+ = \varphi_t \dot{M}_{GB}(h_{10} - h_{11}) = 14.05 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{tb}^-}{\sum_1} = 0.03 \%$$

$$\dot{E}_{TB} = (1 - \varphi_t)\dot{M}_{GB}(h_{10} - h_{11}) = 14\,034.8 \text{ kW}$$

Récupérateur R

La perte énergétique est, compte tenu de la première hypothèse :

$$\dot{Q}_r^- = \dot{M}_{GB}(h_{11} - h_{12}) - \dot{M}_A(h_7 - h_6) = 15.55 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_r^-}{\sum_1} = 0.04 \%$$

Panache P

La perte cheminée est calculée en utilisant la méthode exposée au paragraphe 12.2.2. La figure 14.3 représente le système constitué par le panache (gaz de combustion provenant du récupérateur R) et le flux d'air de dilution.

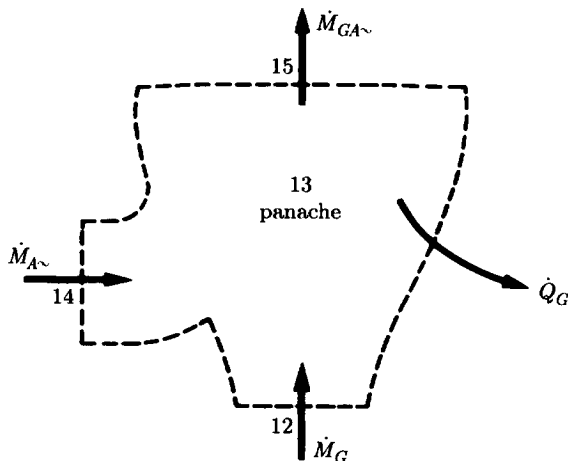


Fig. 14.3

La perte cheminée est donnée par le bilan énergétique (12.38) :

$$\dot{Q}_G^- = \underline{\Delta \dot{H}}_{iIB}^0 + (\hat{H}_G + \hat{H}_{A\infty} - \hat{H}_{GA\infty})$$

Les surenthalpies $\hat{H}_{A\infty}$ de l'air de dilution et $\hat{H}_{GA\infty}$ du mélange final sont nulles, puisque l'air et le mélange final sont en équilibre avec l'atmosphère. Le pouvoir énergétique des imbrûlés (CO) provenant de la chambre de combustion VB est :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta \dot{H}}_{iIB}^0 &= (1 - \beta_B)(\dot{M}_{FB}\underline{\Delta h}_i^0 + \dot{M}_{IH}\underline{\Delta h}_{iI}^0) \\ &= (1 - \beta_B)(\dot{M}_{FB} + (1 - \beta_H)\dot{M}_{FH})\underline{\Delta h}_i^0 = 33.36 \text{ kW} \end{aligned}$$

La perte cheminée est finalement :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_G^- &= \underline{\Delta \dot{H}}_{iIB}^0 + \dot{M}_{GB}h_{12} = 16\,672.11 \text{ kW} \\ \frac{\dot{Q}_G^-}{\sum_1} &= 38.6 \% \end{aligned}$$

Arbre BP

L'efficacité des paliers HP et BP est donnée, compte tenu de la sixième hypothèse, par le bilan mécanique de l'arbre BP :

$$\epsilon_l = \frac{\dot{E}_{CB} + \dot{E}_{CM}}{\dot{E}_{TB}} = 0.982$$

La perte énergétique au niveau des paliers BP est, en tenant compte de la définition (14.65) :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{lb}^- &= (1 - \epsilon_l)\dot{E}_{TB} = 253.8 \text{ kW} \\ \frac{\dot{Q}_{lb}^-}{\sum_1} &= 0.6 \% \end{aligned}$$

Arbre HP

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{lh}^- &= (1 - \epsilon_l)\dot{E}_{TH} = 396.1 \text{ kW} \\ \frac{\dot{Q}_{lh}^-}{\sum_1} &= 0.9 \% \end{aligned}$$

La puissance-travail fournie par l'arbre HP au niveau de l'accouplement est, selon le bilan mécanique (14.66) :

$$\dot{E}_A = \epsilon_l \dot{E}_{TH} - \dot{E}_{CH} = 13\,169.7 \text{ kW}$$

Alternateur G

La perte énergétique est, en tenant compte des efficacités du réducteur et de l'alternateur :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_g^- &= (1 - \epsilon_g)\epsilon_n \dot{E}_A = 157.7 \text{ kW} \\ \frac{\dot{Q}_g^-}{\sum_1} &= 0.4 \% \end{aligned}$$

La puissance électrique fournie par l'alternateur est :

$$\dot{E}_G^- = \epsilon_g \epsilon_n \dot{E}_A = 12\,986 \text{ kW}$$

Perte énergétique totale

La perte énergétique totale est obtenue à l'aide du bilan énergétique de l'installation :

$$\dot{Q}^- = \sum_1 - \dot{E}_G^- = 30\,216.4 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}^-}{\sum_1} = 69.9 \%$$

Autres pertes

Les autres pertes sont obtenues par différence à l'aide du bilan des pertes :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_x^- &= \dot{Q}^- - (\dot{Q}_{cb}^- + \dot{Q}_{AM}^- + \dot{Q}_{cm}^- + \dot{Q}_{AH}^- + \dot{Q}_{ch}^- + \dot{Q}_{vh}^- + \dot{Q}_{th}^- \\ &\quad + \dot{Q}_{vb}^- + \dot{Q}_{tb}^- + \dot{Q}_r^- + \dot{Q}_G^- + \dot{Q}_{lb}^- + \dot{Q}_{lh}^- + \dot{Q}_g^-) \\ &= 222.3 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{Q}_x^-}{\sum_1} = 0.5 \%$$

Efficacité motrice

L'efficacité motrice de l'installation est, conformément à la définition (10.14) :

$$\epsilon_m = \frac{\dot{E}_G^-}{(\dot{M}_{FH} + \dot{M}_{FB})\Delta h_i^0} = 0.301 = 30.1 \%$$

Puissance exergétique consommée

La puissance exergétique consommée par l'installation est, compte tenu des troisième et quatrième hypothèses :

$$\sum_2 = (\dot{M}_{FH} + \dot{M}_{FB})\Delta k^0 = (\dot{M}_{FH} + \dot{M}_{FB})\Delta h_i^0 = 43\,202 \text{ kW}$$

Pertes exergétiques**Compresseur CB**

La perte exergétique est donnée, conformément au bilan exergétique, par la relation générale (10.43), ainsi que selon (10.42) :

$$\begin{aligned} \dot{L}_{CB} &= \dot{E}_{CB} - \dot{E}_{yCB}^- = \dot{Y}_{CB}^- + \dot{Q}_{cb}^- - \dot{E}_{yCB}^- = \dot{M}_A T_a (s_2 - s_1) + \dot{Q}_{cb}^- \\ &= 479.7 \text{ kW} \end{aligned}$$

Nous avons, en valeur relative :

$$\frac{\dot{L}_{CB}}{\sum_2} = 1.1 \%$$

Refroidisseur AM

$$\dot{L}_{AM} = \dot{E}_{yAM}^+ = \dot{M}_A (k_2 - k_3) = 1\,207.7 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{AM}}{\sum_2} = 2.8 \%$$

Compresseur CM

$$\dot{L}_{CM} = \dot{M}_A T_a (s_4 - s_3) + \dot{Q}_{cm}^- = 1618.7 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{CM}}{\sum_2} = 3.7 \%$$

Refroidisseur AH

$$\dot{L}_{AH} = \dot{M}_A (k_4 - k_5) = 1134.8 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{AH}}{\sum_2} = 2.6 \%$$

Compresseur CH

$$\dot{L}_{CH} = \dot{M}_A T_a (s_6 - s_5) + \dot{Q}_{ch}^- = 561.5 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{CH}}{\sum_2} = 1.3 \%$$

Chambre de combustion VH

La perte exergetique est, selon le bilan exergetique (12.18) :

$$\dot{L}_{VH} = \delta_H \dot{M}_{FH} ((1 - \psi'_d) \underline{\Delta k}^0) - \hat{E}_{yH}^-$$

avec

$$\delta_H = \frac{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{M}_J \underline{\Delta k}_I^0}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0}$$

Remarquons que, dans ce bilan, les produits de combustion sont référés à l'état (P^0, T^0) (et non pas (P_i^0, T^0)) ce qui nécessite la correction $(1 - \psi'_d)$ du pouvoir exergetique, correspondant à leur diffusion dans l'atmosphère (voir conventions, § 11.6.1).

En tenant compte des hypothèses, nous avons finalement :

$$\dot{L}_{VH} = \beta_H \dot{M}_{FH} ((1 - \psi'_d) \underline{\Delta h}_i^0) + \dot{M}_A \hat{k}_7 - \dot{M}_{GH} \hat{k}_8 = 8153.6 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{VH}}{\sum_2} = 18.9 \%$$

Turbine TH

La perte exergetique est, selon le bilan exergetique :

$$\dot{L}_{TH} = \dot{M}_{GH} T_a (s_9 - s_8) + \dot{Q}_{th}^- = 2643.9 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{TH}}{\sum_2} = 6.1 \%$$

Chambre de combustion VB

La perte exergetique est, selon le bilan exergetique :

$$\dot{L}_{VB} = \delta_B (\dot{M}_{FB} + (1 - \delta_H) \dot{M}_{FH}) ((1 - \psi'_d) \underline{\Delta k}^0) - \hat{E}_{yVB}^-$$

En tenant compte des hypotheses, nous avons finalement :

$$\begin{aligned} \dot{L}_{VB} &= \beta_B (\dot{M}_{FB} + (1 - \beta_H) \dot{M}_{FH}) ((1 - \psi'_d) \underline{\Delta h}_i^0) + \dot{M}_{GH} \hat{k}_9 - \dot{M}_{GB} \hat{k}_{10} \\ &= 5\,545.54 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{L}_{VB}}{\sum_2} = 12.8 \%$$

Turbine TB

$$\dot{L}_{TB} = \dot{M}_{GB} T_a (s_{11} - s_{10}) + \dot{Q}_{tb}^- = 936.68 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{TB}}{\sum_2} = 2.2 \%$$

Récupérateur R

La perte exergetique est, selon (10.229), (10.230) et (10.231) :

$$\dot{L}_R = \dot{M}_{GB} (k_{11} - k_{12}) - \dot{M}_A (k_7 - k_6) = 2\,211.5 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_R}{\sum_2} = 5.1 \%$$

Panache P

La perte exergetique due au transfert-chaleur panache-atmosphère est, conformément au bilan exergetique donné par la relation générale (10.43) :

$$\dot{L}_{ta}^G = \dot{E}_{yP}^+ = (1 - \psi'_d) \underline{\Delta \hat{K}}_{IB}^0 + (\hat{K}_{G12} + \hat{K}_{A\infty} - \hat{K}_{G13}) = \delta_d \underline{\Delta \hat{K}}_{IB}^0 + \hat{K}_{12}$$

Cette perte exergetique est finalement, en tenant compte des hypotheses :

$$\dot{L}_{ta}^G = (1 - \psi'_d) \underline{\Delta \hat{H}}_{iIB}^0 + \dot{M}_{GB} \hat{k}_{12} = 3\,814.1 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{ta}^G}{\sum_2} = 8.8 \%$$

La perte exergetique due à la diffusion des produits de combustion dans l'atmosphère est, conformément aux données :

$$\dot{L}_d = \psi'_d (\dot{M}_{FH} + \dot{M}_{FB}) \underline{\Delta k}^0 = 1\,080 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_d}{\sum_2} = 2.5 \%$$

Arbre BP

$$\dot{L}_{AB} = \dot{E}_{TB} - \dot{E}_{CB} - \dot{E}_{CM} = \dot{Q}_{lb}^- = 253.8 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{AB}}{\sum_2} = 0.6 \%$$

Arbre HP

$$\dot{L}_{AH} = \dot{Q}_{lh}^- = 396.1 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{AH}}{\sum_2} = 0.9 \%$$

Alternateur G

$$\dot{L}_G = \dot{Q}_g^- = 157.7 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_G}{\sum_2} = 0.4 \%$$

Perte exergetique totale

La perte exergetique totale est obtenue à l'aide du bilan exergetique de l'installation :

$$\dot{L} = \sum_2 - \dot{E}_G^- = 30\,216 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}}{\sum_2} = 69.9 \%$$

Autres pertes

Les autres pertes sont obtenues par différence à l'aide du bilan des pertes exergetiques :

$$\begin{aligned} \dot{L}_{XA} &= \dot{L} - (\dot{L}_{CB} + \dot{L}_{AM} + \dot{L}_{CM} + \dot{L}_{AH} + \dot{L}_{CH} + \dot{L}_{VH} + \dot{L}_{TH} \\ &\quad + \dot{L}_{VB} + \dot{L}_{TB} + \dot{L}_R + \dot{L}_{ta}^G + \dot{L}_d + \dot{L}_{LB} + \dot{L}_{AH} + \dot{L}_G) \\ &= 20.93 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{L}_{XA}}{\sum_2} = 0.05 \%$$

Le groupement des autres pertes avec la perte par diffusion donne bien :

$$\dot{L}_X = \dot{L}_{XA} + \dot{L}_d = 1\,101 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_X}{\sum_2} = 2.5 \%$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique de l'installation est, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_G^-}{(\dot{M}_{FH} + \dot{M}_{FB})\underline{\Delta k^0}} = 1 - \frac{\dot{L}}{(\dot{M}_{FH} + \dot{M}_{FB})\underline{\Delta k^0}} = 0.301 = 30.1 \%$$

Nous constatons que la perte exergetique totale et le rendement exergetique de l'installation sont respectivement égaux à la perte énergetique totale et à l'efficacité motrice. Cela est correct, car l'installation consomme une énergie noble (énergie chimique) et fournit de l'énergie noble (énergie électrique). Mais il est important de remarquer que la répartition des pertes exergetiques est

très différente de celle des pertes énergétiques (voir tableau 14.4, vol. I). C'est bien l'analyse exergetique qui permettra le plus aisément d'optimiser la qualité thermodynamique de l'installation et qui conduira aux résultats les plus précis. A noter que l'installation considérée dans cet exercice est ancienne. L'application des derniers développements en technologie de turbine à gaz devraient permettre, avec la même configuration de cycle mais des températures max plus élevées, d'atteindre des rendements nettement supérieurs.

14.C Installation motrice à cycle combiné gaz-vapeur

Description

Il s'agit d'étudier l'installation motrice à cycle combiné gaz-vapeur, représentée par le schéma simplifié de la figure 14.4.

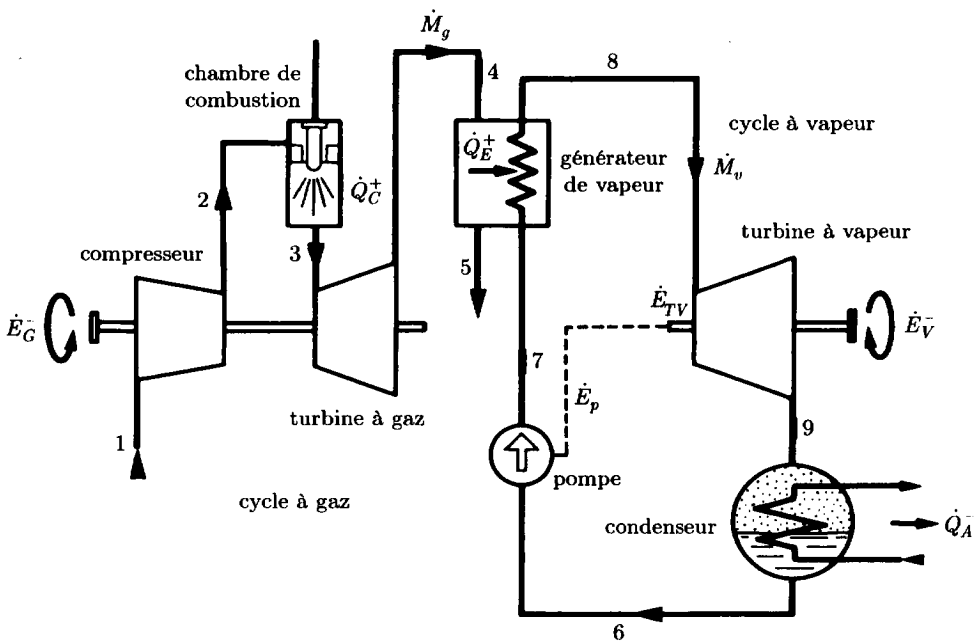


Fig. 14.4

L'installation comporte un cycle à gaz (circuit ouvert) et un cycle à vapeur. Le cycle à gaz absorbe de l'air atmosphérique et consomme de l'énergie chimique au niveau de la chambre de combustion. Il fournit de l'énergie mécanique à l'arbre de la turbine à gaz et de l'énergie thermique au cycle à vapeur, au niveau du générateur de vapeur, puis rejette des gaz dans l'atmosphère. Le cycle à vapeur consomme de l'énergie thermique au niveau du générateur de vapeur et de l'énergie mécanique au niveau de la pompe. Il fournit de l'énergie mécanique à l'arbre de la turbine à vapeur et cède de l'énergie thermique à l'atmosphère, au niveau du condenseur.

Hypothèses

- Le débit-masse de combustible est négligeable vis-à-vis de celui de l'air.
- Tous les éléments de l'installation sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée dans la chambre de combustion, le générateur de vapeur, les conduites et les paliers.
- Le régime est permanent.
- La chambre de combustion est remplacée par un générateur de gaz chaud et les gaz de combustion sont assimilés à de l'air.
- L'eau liquide est incompressible.
- La chaleur spécifique de l'eau liquide est constante.

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'air :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	1	20	294	6.8486
2	6	320	600	7.0653
3	6	880	1 224	7.8015
4	1	520	815	7.8797
5	1	80	354	7.0363

- Etats thermodynamiques de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]
6	0.07	39	163.4
7	45.00	—	168.4
8	45.00	480	3 395.0
9	0.07	39	2 330.0

- Volume massique de l'eau liquide : $v = 0.001 \text{ m}^3/\text{kg}$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c = 4.18 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Puissance mécanique reçue par la pompe : $\dot{E}_P = 50 \text{ kW}$

Questions

- Calculer la température de l'eau au point 7.
- Calculer le débit-masse d'eau parcourant le cycle à vapeur.
- Calculer le débit-masse de gaz parcourant le cycle à gaz.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle à gaz.
- Calculer l'efficacité motrice et le rendement exergetique du cycle à vapeur.
- Calculer l'efficacité motrice du cycle combiné gaz-vapeur.

Solution

Température de l'eau au point 7

La température de l'eau au point 7 est, selon (5.159) et compte tenu des septième et huitième hypothèses :

$$T_7 = T_6 + \frac{h_7 - h_6 - v(P_7 - P_6)}{c} = 312.28 \text{ K} \quad \hat{T}_7 = 39.12^\circ \text{C}$$

Débit-masse d'eau

Le Premier Principe (1.45), appliqué à la pompe, donne, compte tenu des hypothèses :

$$\dot{E}_P^+ = \dot{M}_{\text{vap}}(h_7 - h_6)$$

Le débit-masse d'eau parcourant le cycle à vapeur est donc :

$$\dot{M}_{\text{vap}} = \frac{\dot{E}_P^+}{h_7 - h_6} = 10 \text{ kg/s}$$

Débit-masse de gaz

Le Premier Principe (1.45), appliqué au générateur de vapeur, donne, compte tenu des hypothèses :

$$\dot{M}_g(h_4 - h_5) = \dot{M}_{\text{vap}}(h_8 - h_7)$$

Le débit-masse de gaz parcourant le cycle à vapeur est donc :

$$\dot{M}_g = \frac{\dot{M}_{\text{vap}}(h_8 - h_7)}{h_4 - h_5} = 70 \text{ kg/s}$$

Efficacité motrice du cycle à gaz

L'efficacité motrice du cycle à gaz est, selon (14.72) :

$$\epsilon_{mG} = \frac{\dot{E}_G^-}{\dot{Q}_C^+}$$

La puissance utile fournie par le cycle à gaz est, selon (14.66) et (14.67) et compte tenu des première, quatrième et sixième hypothèses :

$$\dot{E}_G^- = \dot{E}_T - \dot{E}_C = \dot{M}_g((h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)) = 7.21 \text{ MW}$$

La puissance-chaleur reçue par le cycle à gaz est, compte tenu des hypothèses :

$$\dot{Q}_C^+ = \dot{M}_g(h_3 - h_2) = 43.67 \text{ MW}$$

L'efficacité motrice du cycle à gaz est finalement :

$$\epsilon_{mG} = 0.165 = 16.5 \%$$

Efficacité motrice et rendement exergetique du cycle à vapeur

L'efficacité motrice du cycle à vapeur est, selon (14.3) et (14.4) et compte tenu de la troisième hypothèse :

$$\epsilon_{mV} = \frac{\dot{E}_V^-}{\dot{Q}_E^+}$$

$$\epsilon_{mV} = \frac{h_8 - h_9 - (h_7 - h_6)}{h_8 - h_7} = 0.33 = 33 \%$$

Le rendement exergetique du cycle à vapeur est, selon (14.7) :

$$\eta_V = \frac{\dot{E}_{TV} - \dot{E}_P}{\dot{E}_{qE}^+} = \frac{\dot{E}_V^-}{\dot{E}_{qE}^+}$$

Les puissances mécaniques fournies par la turbine à vapeur et consommées par la pompe sont respectivement, selon (14.2) et compte tenu de la troisième hypothèse :

$$\dot{E}_{TV} = \dot{M}_{\text{vap}}(h_8 - h_9) = 10.65 \text{ MW}$$

$$\dot{E}_P = \dot{M}_{\text{vap}}(h_7 - h_6) = 0.05 \text{ MW}$$

$$\dot{E}_V^- = \dot{E}_{TV} - \dot{E}_P$$

L'exergie-chaaleur reçue par le cycle à vapeur au niveau du gaz est, conformément au bilan exergetique (10.234), compte tenu des hypothèses, de (10.35) et de (10.230) :

$$\begin{aligned} \dot{E}_{qE}^+ &= \dot{E}_{qg}^- = \dot{E}_{yg}^+ = \dot{M}_g(k_4 - k_5) \\ &= \dot{M}_g(h_4 - h_5 - T_a(s_4 - s_5)) = 14.96 \text{ MW} \end{aligned}$$

Le rendement exergetique du cycle à vapeur est finalement :

$$\eta_V = 0.709 = 70.9 \%$$

Efficacité motrice du cycle combiné gaz-vapeur

L'efficacité motrice du cycle combiné gaz-vapeur est :

$$\epsilon_{mGV} = \frac{\dot{E}_G^- + \dot{E}_V^-}{\dot{Q}_C^+} = 0.408 = 40.8 \%$$

Remarquons que la puissance-chaaleur \dot{Q}_E transférée dans le générateur de vapeur ne figure pas dans l'expression ci-dessus, car il s'agit d'une opération interne par rapport à l'ensemble de l'installation. Remarquons enfin que l'efficacité du cycle combiné gaz-vapeur n'est pas égale à une combinaison simple des efficacités des cycles à gaz et à vapeur. La formule approchée (14.106) donne une efficacité de cycle combiné légèrement supérieure car elle est basée sur une utilisation complète de la surenthalpie des gaz de combustion ce qui n'est pas le cas ici. Par ailleurs il convient de noter qu'il s'agit là d'une turbine à gaz ancienne et que les turbines à gaz modernes ont une température d'entrée supérieure à 1 200 °C et conduisent à des efficacités de cycles combinés de l'ordre de 50 % et plus.

14.D Installation motrice de turbine à gaz, en circuit fermé, à deux lignes d'arbres

Description

Soit une installation motrice à gaz (hélium), en circuit fermé, améliorée à l'aide de deux refroidissements intermédiaires, d'un réchauffage intermédiaire et d'une

récupération. Les turbomachines sont montées sur deux lignes d'arbres, la puissance utile étant fournie par celle qui comporte les turbomachines à haute pression (fig. 14.5).

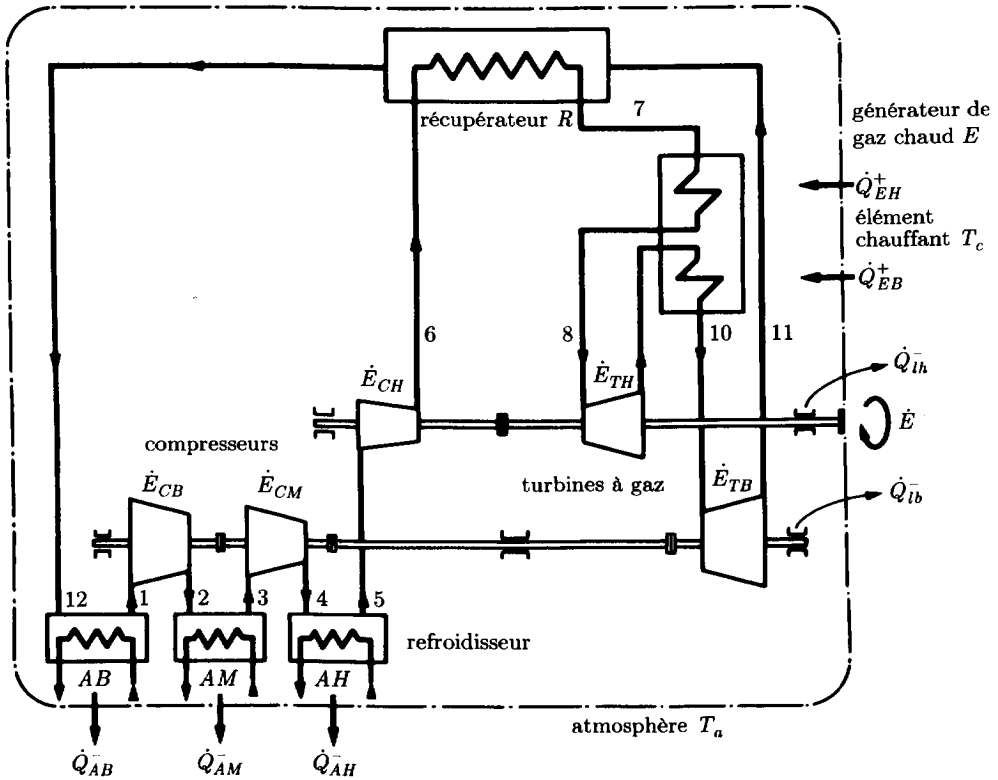


Fig. 14.5

L'hélium parcourant l'installation décrit le cycle thermodynamique représenté dans la figure 14.6.

Les pertes de charge dues à la dissipation dans les refroidisseurs, le récupérateur et le générateur de gaz chaud sont caractérisées par les rapports de pression π_{rc} et π_{rt} définis comme suit :

$$\pi_{rc} = \pi_{AM} \cdot \pi_{AH}$$

$$\pi_{rt} = \pi_{RH} \cdot \pi_{EH} \cdot \pi_{EB} \cdot \pi_{RB} \cdot \pi_{AB}$$

Hypothèses

- Les turbomachines sont adiabates.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.
- L'hélium est assimilable à un gaz parfait.

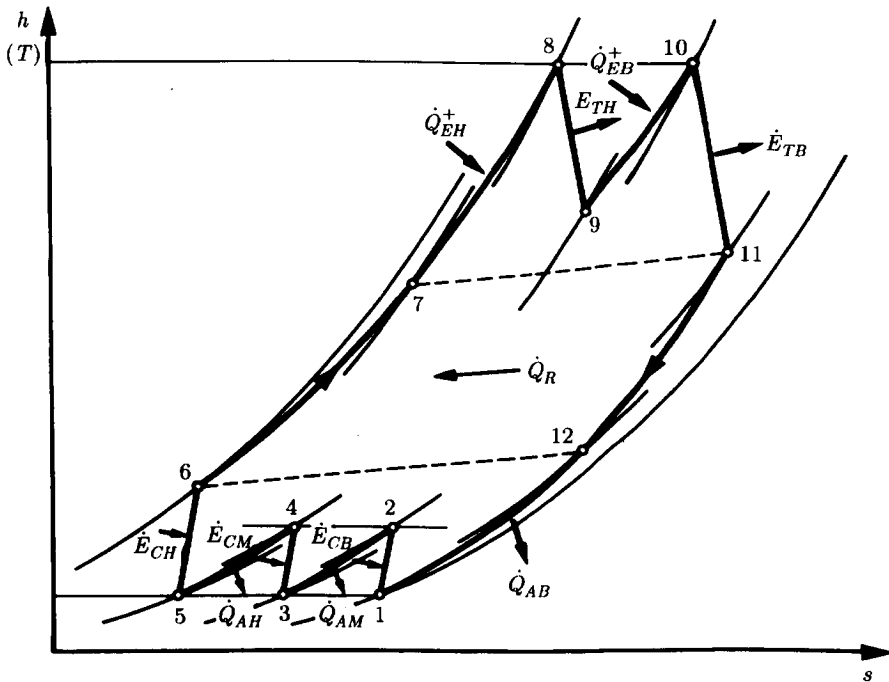


Fig. 14.6

Données

- Rapports de pression : $\pi_{rc} = \pi_{rt} = 1$
- Température au point 1 : $\hat{T}_1 = 30^\circ\text{C}$
- Température au point 8 : $\hat{T}_8 = 600^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isobare de l'hélium : $c_p = 5.19 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Facteur calorifique de l'hélium : $\Gamma = 0.4$
- Rendement isentropique des compresseurs : $\eta_{Cs} = 0.85$
- Rendement isentropique des turbines : $\eta_{Ts} = 0.90$
- Efficacité du récupérateur selon (14.91) : $\epsilon_R = 0.75$
- Efficacité des paliers : $\epsilon_l = 0.98$

Questions

- Etablir les relations donnant les rapports de pression dans le compresseur haute pression, la turbine basse pression et la turbine haute pression, en fonction du rapport de pression global et du rapport de pression dans le compresseur basse pression.
- Etablir la relation donnant la puissance-travail utile fournie.
- Etablir les relations donnant les températures aux points 6, 9 et 11.
- Etablir la relation donnant la puissance-chaleur consommée au niveau du générateur de gaz chaud.
- Etablir la relation donnant l'efficacité motrice de l'installation et tracer un diagramme pour les rapports de pression $\pi_{CB} = 1.5\text{-}1.75\text{-}2.0$.

Solution

Rapport de pression

Les rapports de pression sont liés par l'équation :

$$\pi_{CB} \cdot \pi_{AM} \cdot \pi_{CM} \cdot \pi_{AH} \cdot \pi_{CH} \cdot \pi_{RH} \cdot \pi_{EH} \cdot \pi_{TH} \cdot \pi_{EB} \cdot \pi_{TB} \cdot \pi_{RB} \cdot \pi_{AB} = 1$$

En admettant que la compression 1-4 est une paraïsotherme théorique, nous avons :

$$\pi_{CB} = \pi_{CM}$$

En posant le rapport de pression global :

$$\pi = \pi_{CB} \cdot \pi_{AM} \cdot \pi_{CM} \cdot \pi_{AH} \cdot \pi_{CH} = \frac{P_6}{P_1}$$

nous obtenons, en tenant compte des définitions des rapports de pression π_{rc} et π_{rt} :

$$\pi_{CH} = \frac{\pi}{\pi_{CB}^2 \cdot \pi_{rc}}$$

$$\pi_{TH} = \frac{1}{\pi \cdot \pi_{TB} \cdot \pi_{rt}}$$

Le bilan mécanique de l'arbre basse pression est :

$$\dot{E}_{TB} - \dot{Q}_{lb} - \dot{E}_{CB} - \dot{E}_{CM} = 0$$

En introduisant l'efficacité des paliers $\epsilon_l = (\dot{E}_{TB} - \dot{Q}_{lb}) / \dot{E}_{TB}$, nous obtenons :

$$\epsilon_l \dot{E}_{TB} - \dot{E}_{CB} - \dot{E}_{CM} = 0$$

Les puissances-travail fournies par la turbine et consommées par les compresseurs sont données par (14.67) :

$$\dot{E}_{TB} = \dot{m} c_p \eta_{Ts} (1 - \pi_{TB}^{\Gamma}) T_{10}$$

$$\dot{E}_{CB} = \dot{m} c_p \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CB}^{\Gamma} - 1) T_1$$

$$\dot{E}_{CM} = \dot{m} c_p \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CM}^{\Gamma} - 1) T_3$$

Le bilan mécanique devient, avec $T_1 = T_3$ et $T_8 = T_{10}$:

$$\epsilon_l \dot{m} c_p \eta_{Ts} (1 - \pi_{TB}^{\Gamma}) T_8 - 2 \dot{m} c_p \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CB}^{\Gamma} - 1) T_1 = 0$$

Nous en déduisons finalement le rapport de pression :

$$\pi_{TB} = \left(1 - \frac{2}{\eta_{Cs} \eta_{Ts} \epsilon_l} \frac{T_1}{T_8} (\pi_{CB}^{\Gamma} - 1) \right)^{1/\Gamma}$$

Puissance-travail utile

Le bilan mécanique de l'arbre haute pression est :

$$\dot{E}^- = \dot{E}_{TH} - \dot{Q}_{lh}^- - \dot{E}_{CH}$$

En introduisant l'efficacité des paliers $\epsilon_l = (\dot{E}_{TH} - \dot{Q}_{lh}^-) / \dot{E}_{TH}$, nous obtenons :

$$\dot{E}^- = \epsilon_l \dot{E}_{TH} - \dot{E}_{CH}$$

Les puissances-travail fournies par la turbine et consommées par le compresseur sont données par (14.67) :

$$\dot{E}_{TH} = \dot{M} c_p \eta_{Ts} (1 - \pi_{TH}^F) T_8$$

$$\dot{E}_{CH} = \dot{M} c_p \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CH}^F - 1) T_5$$

Le bilan mécanique devient, avec T_5 et T_1 :

$$\dot{E}^- = \dot{M} c_p \left(\epsilon_l \eta_{Ts} (1 - \pi_{TH}^F) T_8 - \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CH}^F - 1) T_1 \right)$$

Températures aux points 6, 9 et 11

Les températures aux points 6, 9 et 11 sont, selon le tableau 4.8 (vol. I) :

$$T_6 = T_1 \left(1 + \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CH}^F - 1) \right)$$

$$T_9 = T_8 (1 - \eta_{Ts} (1 - \pi_{TH}^F))$$

$$T_{11} = T_8 (1 - \eta_{Ts} (1 - \pi_{TB}^F))$$

Puissance-chaleur consommée

La puissance-chaleur consommée au niveau du générateur de gaz chaud est :

$$\dot{Q}_E^+ = \dot{Q}_{EH}^+ + \dot{Q}_{EB}^+$$

avec :

$$\dot{Q}_{EH}^+ = \dot{M} (h_8 - h_7) = \dot{M} c_p (T_8 - T_7)$$

$$\dot{Q}_{EB}^+ = \dot{M} (h_{10} - h_9) = \dot{M} c_p (T_{10} - T_9)$$

En introduisant l'efficacité du récupérateur ϵ_R définie par (14.91), nous avons :

$$\dot{Q}_{EH}^+ = \dot{M} c_p (T_8 - T_6 - \epsilon_R (T_{11} - T_6))$$

$$\dot{Q}_{EB}^+ = \dot{M} c_p (T_8 - \epsilon_R T_{11} - (1 - \epsilon_R) T_6)$$

En tenant compte des expressions des températures T_6 , T_9 et T_{11} , nous obtenons finalement :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_E^+ = \dot{M} c_p \left(T_8 - \epsilon_R T_8 (1 - \eta_{Ts} (1 - \pi_{TB}^F)) - (1 - \epsilon_R) T_1 \left(1 + \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CH}^F - 1) \right) \right. \\ \left. + T_8 \eta_{Ts} (1 - \pi_{TH}^F) \right) \end{aligned}$$

Efficacité motrice de l'installation

L'efficacité motrice de l'installation est donnée par la définition (10.17) :

$$\epsilon_m \equiv \frac{\dot{E}^-}{\dot{Q}_E^+}$$

$$\epsilon_m = \frac{\epsilon_l \eta_{Ts} (1 - \pi_{TH}^F) T_8 - \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CH}^F - 1) T_1}{(\ell + \eta_{Ts} (\epsilon_R (1 - \pi_{TB}^F) + (1 - \pi_{TH}^F))) T_8 - \ell \left(1 + \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_{CH}^F - 1) \right) T_1}$$

avec $\ell = (1 - \epsilon_R)$

La figure 14.7 représente l'efficacité motrice de l'installation ϵ_m en fonction de π , avec π_{CB} en paramètre.

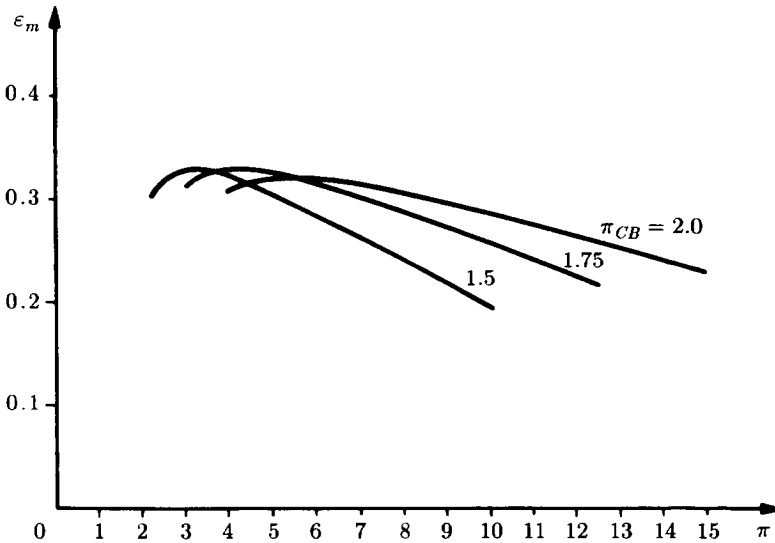


Fig. 14.7

14.E Installation de thermopompe à compression

Description

Il s'agit d'étudier l'installation de thermopompe à compression, faisant l'objet du paragraphe 14.4.2 et représentée dans la figure 14.28 (vol. I). Les figures 14.29 et 14.30 (vol. I) représentent le cycle thermodynamique de l'installation dans les diagrammes $T-s$ et $\ln P-v$.

Le but de l'exercice est de retrouver les performances énergétiques et exergétiques de l'installation, indiquées dans le tableau 14.6 (vol. I).

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$
- Température des locaux à chauffer : $\hat{T}_h = 20^\circ\text{C}$
- Température de la source froide : $\hat{T}_s = 5^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques du fluide frigorigène :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	x —	\dot{M} [kg/s]
1	3.42	21.8	365.876	1.6397	—	0.0522
2	23.49	127.7	432.968	1.7039	—	—
3	23.49	46.2	256.415	1.1855	—	—
4	23.49	30.6	236.261	1.1207	—	—
5	3.42	-15.5	236.261	1.1433	0.34	—
6	3.42	-6.61	345.974	1.5688	—	—

- Etats thermodynamiques de la saumure et de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	x —	\dot{M} [kg/s]
7	2	-4.9	—	—	—	0.5632
8	1.92	-8.2	—	—	—	—
9	2	46.0	192.68	0.6508	—	0.2811
10	1.8	53.7	224.87	0.7506	—	—

- Masse volumique de la saumure : $\rho_s = 1195 \text{ kg/m}^3$
- Chaleur spécifique de la saumure : $c_s = 3.0581 \text{ kJ/(K kg)}$
- Puissance de chauffage : $\dot{Q}_H = 9.069 \text{ kW}$
- Efficacité globale du groupe moteur-piston du compresseur : $\epsilon_c = 0.9153$
- Puissance électrique du moteur du réseau de chauffage : $\dot{E}_H^+ = 0.05 \text{ kW}$
- Efficacité globale du groupe moteur-rotor de la pompe du réseau de chauffage : $\epsilon_h = 0.40$
- Puissance électrique du moteur du réseau de prélèvement : $\dot{E}_S^+ = 0.05 \text{ kW}$
- Efficacité globale du groupe moteur-rotor de la pompe du réseau de prélèvement : $\epsilon_s = 0.40$

Questions

- Calculer la puissance électrique du moteur du compresseur, ainsi que la puissance énergétique consommée par l'installation.
- Calculer la puissance-chaleur prise par le réseau de prélèvement, à la source froide, et la puissance-chaleur reçue par l'évaporateur, de l'atmosphère (défaut d'isolation).

- Calculer les pertes énergétiques relatives à chacun des éléments de l'installation.
- Calculer la puissance-chaleur fournie par le réseau de chauffage à l'air des locaux.
- Calculer l'efficacité de chauffage de l'installation.
- Calculer l'exergie-chaleur prise par le réseau de prélèvement, à la source froide, l'exergie-chaleur reçue par l'évaporateur, de l'atmosphère, et la puissance exergétique consommée par l'installation.
- Calculer les pertes exergétiques relatives à chacun des éléments de l'installation.
- Calculer l'exergie-chaleur fournie par le réseau de chauffage à l'air des locaux.
- Calculer le rendement exergétique de l'installation.

Solution

Puissances consommées

La puissance électrique du moteur du compresseur est :

$$\dot{E}_C^+ = \frac{\dot{Y}_C^-}{\epsilon_c} = \frac{\dot{M}_1(h_2 - h_1)}{\epsilon_c} = 3.826 \text{ kW}$$

La puissance énergétique consommée par l'installation est donc :

$$\sum_1 = \dot{E}_C^+ + \dot{E}_H^+ + \dot{E}_S^+ = 3.926 \text{ kW}$$

Nous avons, en valeurs relatives :

$$\frac{\dot{E}_C^+}{\sum_1} = 97.5 \% \quad \frac{\dot{E}_H^+}{\sum_1} = 1.27 \% \quad , \quad \frac{\dot{E}_S^+}{\sum_1} = 1.27 \%$$

Puissances-chaleur

Le bilan énergétique du réseau de prélèvement est, en vertu du Premier Principe (1.45) :

$$\dot{Q}_S^+ = \dot{M}_7(h_7 - h_8) - (\dot{E}_S^+ - \dot{Q}_s^-)$$

La variation d'enthalpie de la saumure est, selon (5.159) :

$$h_7 - h_8 = c_s(T_7 - T_8) + \frac{P_7 - P_8}{\rho_s} = 10.098 \text{ kJ/kg}$$

La puissance-chaleur prise par le réseau de prélèvement à la source froide est alors :

$$\dot{Q}_S^+ = \dot{M}_7(h_7 - h_8) - \epsilon_s \dot{E}_S^+ = 5.667 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_S^+}{\sum_1} = 144.3 \%$$

La puissance-chaleur reçue par l'évaporateur, de l'atmosphère (défaut d'isolation) est, en vertu du Premier Principe (1.45) :

$$\dot{Q}_e^+ = \dot{M}_1(h_6 - h_5) - \dot{M}_7(h_7 - h_8) = 0.04 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_e^+}{\sum_1} = 1 \%$$

Pertes énergétiques

Le Premier Principe (1.45) permet de calculer les pertes énergétiques qui suivent.

Groupe moteur-piston du compresseur

$$\dot{Q}_C^- = (1 - \epsilon_c) \dot{E}_C^+ = 0.324 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_C^-}{\sum_1} = 8.3 \%$$

Condenseur

$$\dot{Q}_{cd}^- = \dot{M}_1(h_2 - h_3) - \dot{M}_9(h_{10} - h_9) = 0.167 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{cd}^-}{\sum_1} = 4.3 \%$$

Détendeur

$$\dot{Q}_d^- = 0 \text{ kW}$$

Transmetteur interne

$$\dot{Q}_r^- = \dot{M}_1(h_3 - h_4) - \dot{M}_1(h_1 - h_6) = 0.013 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_r^-}{\sum_1} = 0.3 \%$$

Groupe moteur-rotor de la pompe de réseau de chauffage

$$\dot{Q}_h^- = (1 - \epsilon_h) \dot{E}_H^+ = 0.03 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_h^-}{\sum_1} = 0.8 \%$$

Groupe moteur-rotor de la pompe du réseau de prélèvement

$$\dot{Q}_s^- = (1 - \epsilon_s) \dot{E}_S^+ = 0.03 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_s^-}{\sum_1} = 0.8 \%$$

Installation

La perte énergétique totale de l'installation est :

$$\dot{Q}_a^- = \dot{Q}_C^- + \dot{Q}_{cd}^- + \dot{Q}_d^- + \dot{Q}_r^- + \dot{Q}_h^- + \dot{Q}_s^- = 0.565 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_a^-}{\sum_1} = 14.4 \%$$

Puissance-chaleur fournie

La puissance-chaleur fournie par le réseau de chauffage à l'air des locaux est, en vertu du Premier Principe (1.45) :

$$\dot{Q}_H^- = \epsilon_h \dot{E}_H^+ + \dot{M}_9(h_{10} - h_9) = 9.069 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_H^-}{\sum_1} = 231 \%$$

Efficacité de chauffage

L'efficacité de chauffage de l'installation est, selon (13.91) :

$$\epsilon_h = \frac{\dot{Q}_H^-}{\sum_1} = 2.31 = 231 \%$$

Calculs exergetiques préliminaires

- Les coenthalpies massiques aux différents points du circuit frigorigène sont, selon (10.35) :

$$k_1 = -82.008 \text{ kJ/kg} \quad k_2 = -32.452 \text{ kJ/kg}$$

$$k_3 = -67.404 \text{ kJ/kg} \quad k_4 = -69.858 \text{ kJ/kg}$$

$$k_5 = -76.031 \text{ kJ/kg} \quad k_6 = -82.544 \text{ kJ/kg}$$

La variation de coenthalpie massique de la saumure dans l'évaporateur est, selon (5.160) et (10.35) :

$$k_8 - k_7 = h_8 - h_7 - T_a c_s \ln \frac{T_8}{T_7} = 0.241 \text{ kJ/kg}$$

La variation de coenthalpie de l'eau dans le condenseur est, selon (10.35) :

$$k_{10} - k_9 = h_{10} - h_9 - T_a(s_{10} - s_9) = 4.93 \text{ kJ/kg}$$

Exergies-chaleur

L'exergie-chaleur prise par le réseau de prélèvement à la source froide est, conformément à la définition (10.38) :

$$\dot{E}_{qS}^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_s}\right) \dot{Q}_S^+ = 0.102 \text{ kW}$$

L'exergie-chaleur reçue par l'évaporateur, de l'atmosphère (défaut d'isolation) est nulle :

$$\dot{E}_{qE}^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_a}\right) \dot{Q}_E^+ = 0 \text{ kW}$$

La puissance exergetique consommée par l'installation est :

$$\sum_3 = \dot{E}_C^+ + \dot{E}_H^+ + \dot{E}_S^+ + \dot{E}_{qS}^+ + \dot{E}_{qE}^+ = 4.028 \text{ kW}$$

Nous avons, en valeurs relatives :

$$\frac{\dot{E}_C^+}{\sum_3} = 95 \% \quad \frac{\dot{E}_H^+}{\sum_3} = 1.24 \%$$

$$\frac{\dot{E}_S^+}{\sum_3} = 1.24 \% \quad \frac{\dot{E}_{qS}^+}{\sum_3} = 2.5 \%$$

Pertes exergetiques

Le bilan exergetique (10.43), compte tenu de (10.35) et (10.103), permet de calculer les pertes exergetiques qui suivent :

Groupe moteur-compresseur

$$\dot{L}_C = \dot{E}_C^+ - \dot{E}_{yC}^+ = \dot{E}_C^+ - \dot{M}_1(k_2 - k_1) = 1.239 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_C}{\sum_3} = 30.8 \%$$

Condenseur

$$\dot{L}_{Cd} = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^- = \dot{M}_1(k_2 - k_3) - \dot{M}_9(k_{10} - k_9) = 0.439 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{Cd}}{\sum_3} = 10.9 \%$$

Détendeur

$$\dot{L}_D = \dot{E}_{yD}^+ = \dot{M}_1(k_4 - k_5) = 0.322 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_D}{\sum_3} = 8 \%$$

Evaporateur

$$\dot{L}_E = \dot{E}_{y\gamma}^+ - \dot{E}_{y\delta}^- = \dot{M}_1(k_5 - k_6) - \dot{M}_7(k_8 - k_7) = 0.204 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_E}{\sum_3} = 5.1 \%$$

Transmetteur interne

$$\dot{L}_R = \dot{E}_{y\epsilon}^+ - \dot{E}_{y\varphi}^- = \dot{M}_1(k_3 - k_4) - \dot{M}_1(k_1 - k_6) = 0.1 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_R}{\sum_3} = 2.5 \%$$

Réseau de chauffage

$$\begin{aligned} \dot{L}_H &= \dot{E}_H^+ + \dot{E}_{y\beta}^+ - \dot{E}_{qH}^- = \dot{E}_H^+ + \dot{M}_9(k_{10} - k_9) - \left(1 - \frac{T_a}{T_h}\right) \dot{Q}_H^- \\ &= 0.817 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{L}_H}{\sum_3} = 20.3 \%$$

Réseau de prélèvement

$$\dot{L}_S = \dot{E}_S^+ + \dot{E}_{y\delta}^+ + \dot{E}_{qS}^+ = \dot{E}_S^+ + \dot{M}_7(k_8 - k_7) + \dot{E}_{qS}^+ = 0.288 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_S}{\sum_3} = 7.1 \%$$

Installation

La perte exergetique totale de l'installation est :

$$\dot{L} = \dot{L}_C + \dot{L}_{Cd} + \dot{L}_D + \dot{L}_E + \dot{L}_R + \dot{L}_H + \dot{L}_S = 3.409 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}}{\sum_3} = 84.6 \%$$

Exergie-chaleur fournie

L'exergie-chaleur fournie par le réseau de chauffage à l'air des locaux est, selon (10.38) :

$$\dot{E}_{qH}^- = \left(1 - \frac{T_a}{T_h}\right) \dot{Q}_H^- = 0.619 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{E}_{qH}^-}{\sum_3} = 15.4 \%$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique de l'installation est, conformément à la définition générale (13.93) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{qH}^-}{\sum_3} = 0.154 = 15.4 \%$$

14.F Installation de frigopompe à compression**Description**

Il s'agit d'étudier l'installation de frigopompe à compression, faisant l'objet du paragraphe 14.4.3 et représentée dans la figure 14.32 (vol. I). Les figures 14.33 et 14.34 (vol. I) représentent le cycle thermodynamique de l'installation dans les diagrammes $T-s$ et $\ln P-v$ de l'ammoniac NH_3 .

Le but de l'exercice est de retrouver les performances énergétiques et exergetiques de l'installation, indiquées dans le tableau 14.8 (vol. I).

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Température de l'air de la chambre froide : $\hat{T}_f = -20^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'ammoniac et de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]	x —	\dot{M} [kg/s]
1	1.095	-25	1 735.75	7.1587	—	0.1842
2	3.45	56.78	1 905.04	7.2087	—	—
3	3.45	-5.7	1 754.80	6.6932	1	0.2468
4	15.55	131.4	2 047.69	6.8809	—	—
5	15.55	40	686.51	2.6306	0	—
6	3.45	-5.7	686.51	2.6989	0.1659	—
7	3.45	-5.7	474.03	1.9044	0	—
8	1.195	-30	474.03	1.9269	0.0805	—
9	1.195	-30	1 722.89	7.0631	1	0.1842
10	2	27	—	—	—	16.032
11	1.85	32	—	—	—	—

- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
- Chaleur spécifique de l'eau : $c = 4.19 \text{ kJ/(K kg)}$
- Puissance de réfrigération : $\dot{Q}_F^+ = 222.04 \text{ kW}$
- Efficacité globale du groupe moteur-piston
 - du compresseur BP : $\epsilon_{cb} = 0.9018$
 - du compresseur HP : $\epsilon_{ch} = 0.9015$
- Puissance électrique du moteur du réseau de refroidissement : $\dot{E}_A^+ = 1.50 \text{ kW}$
- Efficacité globale du groupe moteur-rotor de la pompe du réseau de refroidissement : $\epsilon_a = 0.70$

Questions

- Calculer les puissances électriques des moteurs des compresseurs BP et HP , ainsi que la puissance énergétique consommée par l'installation.
- Calculer les puissances-chaleur reçues de l'atmosphère par la chambre froide, le transmetteur interne, et la conduite d'aspiration du compresseur BP (défauts d'isolation).
- Calculer les pertes énergétiques relatives à chacun des éléments de l'installation.
- Calculer la puissance-chaleur éliminée par le réseau de refroidissement, vers l'atmosphère.
- Calculer l'efficacité de réfrigération de l'installation.
- Calculer les exergies-chaleur reçues de l'atmosphère par la chambre froide, le transmetteur interne et la conduite d'aspiration du compresseur BP (défauts d'isolation), ainsi que la puissance exergétique consommée par l'installation.
- Calculer les pertes exergétiques relatives à chacun des éléments de l'installation.
- Calculer l'exergie-chaleur fournie par la chambre froide à la charge frigorifique.
- Calculer le rendement exergétique de l'installation.

Solution

Puissances consommées

Les puissances électriques des moteurs des compresseurs *BP* et *HP* sont :

$$\dot{E}_{CB}^+ = \frac{\dot{Y}_{CB}^-}{\epsilon_{cb}} = \frac{\dot{M}_1(h_2 - h_1)}{\epsilon_{cb}} = 34.58 \text{ kW}$$

$$\dot{E}_{CH}^+ = \frac{\dot{Y}_{CH}^-}{\epsilon_{ch}} = \frac{\dot{M}_3(h_4 - h_3)}{\epsilon_{ch}} = 80.18 \text{ kW}$$

La puissance énergétique consommée par l'installation est :

$$\sum_1 = \dot{E}_{CB}^+ + \dot{E}_{CH}^+ + \dot{E}_A^+ = 116.26 \text{ kW}$$

Nous avons, en valeurs relatives :

$$\frac{\dot{E}_{CB}^+}{\sum_1} = 29.7 \% \quad \frac{\dot{E}_{CH}^+}{\sum_1} = 69 \% \quad \frac{\dot{E}_A^+}{\sum_1} = 1.3 \%$$

Puissances-chaleur

Le bilan énergétique de la chambre froide est, en vertu du Premier Principe (1.45) :

$$\dot{Q}_F^+ + \dot{Q}_f^+ = \dot{Q}_E^+ = \dot{M}_1(h_9 - h_8) = 230.04 \text{ kW}$$

La puissance-chaleur reçue par la chambre froide, de l'atmosphère (défaut d'isolation) est donc :

$$\dot{Q}_f^+ = \dot{Q}_E^+ - \dot{Q}_F^+ = 8 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_f^+}{\sum_1} = 6.9 \%$$

La puissance-chaleur reçue par le transmetteur interne, de l'atmosphère (défaut d'isolation) est, en vertu du Premier Principe (1.45) :

$$\dot{Q}_r^+ = \dot{M}_3(h_3 - h_6) - \dot{M}_1(h_2 - h_7) = 0.062 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_r^+}{\sum_1} = 0.1 \%$$

La puissance-chaleur reçue par la conduite d'aspiration du compresseur *BP*, de l'atmosphère, est, en vertu du Premier Principe (1.45) :

$$\dot{Q}_s^+ = \dot{M}_1(h_1 - h_9) = 2.37 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_s^+}{\sum_1} = 2 \%$$

Pertes énergétiques

Le Premier Principe (1.45) permet de calculer les pertes énergétiques qui suivent.

Groupe moteur-piston des compresseurs BP et HP

$$\dot{Q}_{cb}^- = (1 - \epsilon_{cb}) \dot{E}_{CB}^+ = 3.4 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{cb}^-}{\sum_1} = 2.9 \%$$

$$\dot{Q}_{ch}^- = (1 - \epsilon_{ch}) \dot{E}_{CH}^+ = 7.9 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{ch}^-}{\sum_1} = 6.8 \%$$

Condenseur

$$\dot{Q}_{cd}^- = \dot{M}_3(h_4 - h_5) - \dot{M}_{10}(h_{11} - h_{10})$$

La variation d'enthalpie de l'eau est :

$$h_{11} - h_{10} = c(T_{11} - T_{10}) + \frac{P_{11} - P_{10}}{\rho} = 20.935 \text{ kJ/kg}$$

Nous obtenons alors :

$$\dot{Q}_{cd}^- = \dot{M}_3(h_4 - h_5) - \dot{M}_{10}(h_{11} - h_{10}) = 0.31 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{cd}^-}{\sum_1} = 0.3 \%$$

Détendeurs HB et BP

$$\dot{Q}_{dh}^- = 0 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{db}^- = 0 \text{ kW}$$

Réseau de refroidissement

$$\dot{Q}_{ar}^- = (1 - \epsilon_a) \dot{E}_A^+ = 0.45 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_{ar}^-}{\sum_1} = 0.4 \%$$

Installation

La perte énergétique totale de l'installation est :

$$\dot{Q}_a^- = \dot{Q}_{cb}^- + \dot{Q}_{ch}^- + \dot{Q}_{cd}^- + \dot{Q}_{dh}^- + \dot{Q}_{db}^- + \dot{Q}_{ar}^- = 12.05 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_a^-}{\sum_1} = 10.4 \%$$

Puissance-chaleur du réseau de refroidissement

La puissance-chaleur éliminée par le réseau de refroidissement, vers l'atmosphère, est, en vertu du Premier Principe (1.45) :

$$\dot{Q}_A^- = \epsilon_a \dot{E}_A^+ + \dot{M}_{10}(h_{11} - h_{10}) = 336.68 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{Q}_A^-}{\sum_1} = 289.6 \%$$

Efficacité de réfrigération

L'efficacité de réfrigération de l'installation est, selon (13.100) :

$$\epsilon_f = \frac{\dot{Q}_F^+}{\sum_1} = 1.91 = 191 \%$$

Calculs exergétiques préliminaires

Les coenthalpies massiques aux différents points du circuit d'ammoniac sont, selon (10.35) :

$$k_1 = -362.82 \text{ kJ/kg} \quad k_2 = -208.19 \text{ kJ/kg} \quad k_3 = -207.31 \text{ kJ/kg}$$

$$k_4 = 30.55 \text{ kJ/kg} \quad k_5 = -84.65 \text{ kJ/kg} \quad k_6 = -104.67 \text{ kJ/kg}$$

$$k_7 = -84.24 \text{ kJ/kg} \quad k_8 = -90.84 \text{ kJ/kg} \quad k_9 = -347.66 \text{ kJ/kg}$$

La variation de coenthalpie massique de l'eau dans le condenseur est, selon (10.35) et (5.160) :

$$k_{11} - k_{10} = h_{11} - h_{10} - T_a c \ln \frac{T_{11}}{T_{10}} = 0.642 \text{ kJ/kg}$$

Exergies-chaleur

Les exergies-chaleur reçues de l'atmosphère par la chambre froide, le transmetteur interne et la conduite d'aspiration du compresseur *BP* sont nulles :

$$\dot{E}_{qF}^+ = 0 \text{ kW} \quad \dot{E}_{qS}^+ = 0 \text{ kW} \quad \dot{E}_{qR}^+ = 0 \text{ kW}$$

La puissance exergétique consommée par l'installation est :

$$\sum_3 = \dot{E}_{CB}^+ + \dot{E}_{CH}^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_{qF}^+ + \dot{E}_{qS}^+ + \dot{E}_{qR}^+ = 116.26 \text{ kW}$$

Nous avons, en valeurs relatives :

$$\frac{\dot{E}_{CB}^+}{\sum_3} = 29.7 \% \quad \frac{\dot{E}_{CH}^+}{\sum_3} = 69 \% \quad \frac{\dot{E}_A^+}{\sum_3} = 1.3 \%$$

Pertes exergétiques

Le bilan exergétique (10.43), compte tenu de (10.35) et (10.40), permet de calculer les pertes exergétiques qui suivent.

Conduite d'aspiration

$$\dot{L}_S = \dot{E}_{yS}^+ = \dot{M}_1(k_9 - k_1) = 2.79 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_S}{\sum_3} = 2.4 \%$$

Groupe moteur-compresseur BP et HP

$$\dot{L}_{CB} = \dot{E}_{CB}^+ - \dot{E}_{yCB}^- = \dot{E}_{CB}^+ - \dot{M}_1(k_2 - k_1) = 6.1 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{CB}}{\sum_3} = 5.2 \%$$

$$\dot{L}_{CH} = \dot{E}_{CH}^+ - \dot{E}_{yCH}^- = \dot{E}_{CH}^+ - \dot{M}_3(k_4 - k_3) = 21.48 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{CH}}{\sum_3} = 18.5 \%$$

Condenseur

$$\dot{L}_{Cd} = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^- = \dot{M}_3(k_4 - k_5) - \dot{M}_{10}(k_{11} - k_{10}) = 18.14 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{Cd}}{\sum_3} = 15.6 \%$$

Détendeurs HP et BP

$$\dot{L}_{DH} = \dot{E}_{yDH}^+ = \dot{M}_3(k_5 - k_6) = 4.94 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{DH}}{\sum_3} = 4.3 \%$$

$$\dot{L}_{DB} = \dot{E}_{yDB}^+ = \dot{M}_1(k_7 - k_8) = 1.21 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{DB}}{\sum_3} = 1 \%$$

Evaporateur

$$\dot{L}_E = \dot{E}_{yE}^+ - \dot{E}_{qE}^- = \dot{M}_1(k_8 - k_9) - \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \dot{Q}_E^+ = 10.96 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_E}{\sum_3} = 9.4 \%$$

Transmetteur interne

$$\dot{L}_R = \dot{E}_{y\gamma}^+ - \dot{E}_{y\delta}^- = \dot{M}_3(k_6 - k_3) - \dot{M}_1(k_7 - k_2) = 2.5 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_R}{\sum_3} = 2.2 \%$$

Réseau de refroidissement

$$\dot{L}_A = \dot{E}_A^+ - \dot{E}_{yA}^+ - \dot{E}_{qA}^- = \dot{E}_A^+ + \dot{M}_{10}(k_{11} - k_{10}) = 11.79 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_A}{\sum_3} = 10.1 \%$$

Chambre froide

$$\dot{L}_{tF}^a = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \dot{Q}_f^+ = 1.26 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{L}_{tF}^a}{\sum_3} = 1.1 \%$$

Installation

La perte énergétique totale de l'installation est :

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \dot{L}_S + \dot{L}_{CB} + \dot{L}_{CH} + \dot{L}_{Cd} + \dot{L}_{DH} + \dot{L}_{DB} + \dot{L}_E + \dot{L}_R + \dot{L}_A + \dot{L}_{tF}^a \\ &= 81.18 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{L}}{\sum_3} = 69.8 \%$$

Exergie-chaleur

L'exergie-chaleur fournie par la chambre froide à la charge frigorifique est, selon (10.38) :

$$\dot{E}_{qF}^- = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \dot{Q}_F^+ = 35.08 \text{ kW}$$

$$\frac{\dot{E}_{qF}^-}{\sum_3} = 30.2 \%$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique de l'installation est, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{qF}^-}{\sum_3} = 0.302 = 30.2 \%$$

14.G Installation de production d'hélium liquide

Description

Considérons l'installation de production d'hélium liquide, du type Claude, représentée par la figure 14.8.

L'hélium parcourant le cycle subit les transformations suivantes :

- 1 + 24-2 : mélange entre l'hélium gazeux qui est introduit et l'hélium provenant du transmetteur *E1* ;
- 2-3 : compression dans le compresseur refroidi *C* ;
- 3-4 : refroidissement dans le transmetteur *E1* par la vapeur d'hélium provenant du transmetteur *E2* ;
- 4-5 + 6 : soutirage du débit-masse \dot{M}_5 destiné à la turbine *TH* ;

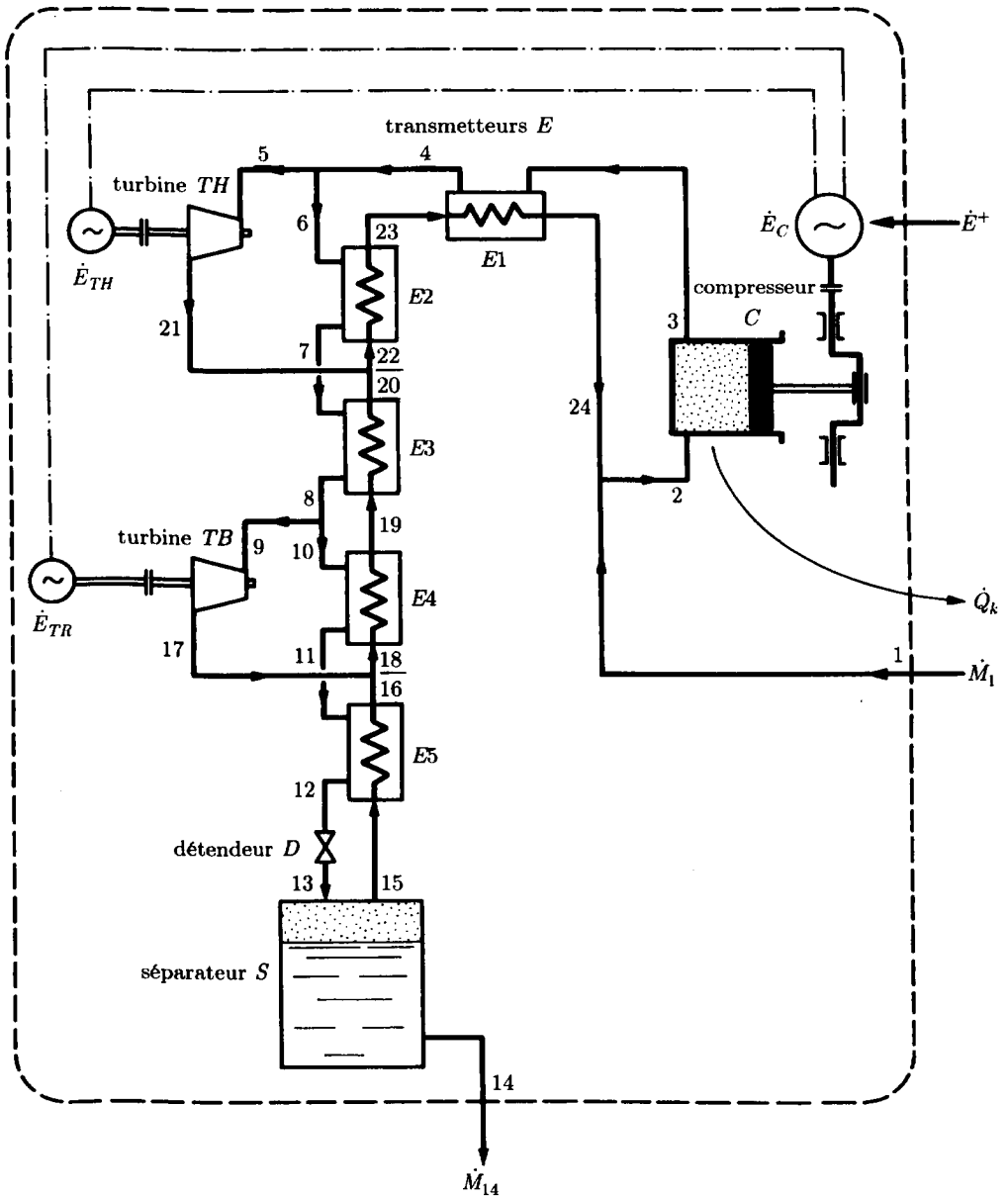


Fig. 14.8

- 6-7 : refroidissement dans le transmetteur E_2 ;
- 7-8 : refroidissement dans le transmetteur E_3 ;
- 8-9 + 10 : soutirage du débit-masse \dot{M}_9 destiné à la turbine TB ;
- 10-11 : refroidissement dans le transmetteur E_4 ;
- 11-12 : refroidissement dans le transmetteur E_5 ;
- 12-13 : détente de type Joule-Thomson dans le détendeur D ;

- 13-14 + 15 : séparation, dans le séparateur *S*, de la vapeur d'hélium et de l'hélium liquide, qui est finalement extrait ;
- 15-16 : échauffement dans le transmetteur *E5* ;
- 16 + 17-18 : mélange avec l'hélium provenant de la turbine *TB* ;
- 18-19 : échauffement dans le transmetteur *E4* ;
- 19-20 : échauffement dans le transmetteur *E3* ;
- 20 + 21-22 : mélange avec l'hélium provenant de la turbine *TH* ;
- 22-23 : échauffement dans le transmetteur *E2* ;
- 23-24 : échauffement dans le transmetteur *E1* ;
- 5-21 : détente dans la turbine *TH* ;
- 9-17 : détente dans la turbine *TB*.

Les puissances électriques fournies par les turbines *TH* et *TB* participent à l'entraînement du moteur du compresseur *C*.

Hypothèses

- Tous les éléments de l'installation, à l'exception du compresseur, sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligeable dans les transmetteurs, le séparateur et les conduites.
- Le régime est permanent.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 27^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'hélium :

Point	P [bar]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	1	300.15	1 573.70	31.4406
2	1	288	1 510.60	31.2260
3	14	293	1 540.86	25.8318
4	—	60	327.10	17.5591
8	—	15	81.047	9.8486

- Etat critique de l'hélium : $P_c = 2.216 \text{ bar}$ $T_c = 5.2 \text{ K}$
- Etat de saturation de l'hélium :

P [bar]	T [K]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/(K kg)]	s'' [kJ/(K kg)]
1	4.20	9.426	30.946	3.3927	8.5159

- Etats thermodynamiques de l'hélium relatifs aux pressions de 1 bar et 14 bar :

P [bar]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	5	36.228	9.6682
1	6	42.371	10.7894
1	7	48.190	11.6869
1	8	53.825	12.4396
1	20	117.840	17.3477
1	21	123.085	17.6036
1	22	128.326	17.8474
1	23	133.562	18.0801
14	288	1514.88	25.7423

- Débit-masse d'hélium au point 2 : $\dot{M}_2 = 0.5 \text{ kg/s}$
- Rapports des débits-masse de soutirage : $m_5 = \dot{M}_5 / \dot{M}_2 = 0.25$
 $m_9 = \dot{M}_9 / \dot{M}_2 = 0.50$
- Rendement isotherme du compresseur : $\eta_{Ct} = 0.80$
- Rendement isentrope de la turbine TH : $\eta_{THs} = 0.85$
- Rendement isentrope de la turbine TB : $\eta_{TBs} = 0.84$
- Efficacité globale du groupe moteur-rotor du compresseur : $\epsilon_c = 0.94$
- Efficacité globale du groupe rotor de la turbine TH -alternateur : $\epsilon_{th} = 0.92$
- Efficacité globale du groupe rotor de la turbine TB -alternateur : $\epsilon_{tb} = 0.92$

Questions

- Représenter qualitativement le cycle thermodynamique de l'installation dans le diagramme $T-s$ de l'hélium.
- Calculer le débit-masse de l'hélium liquéfié.
- Calculer l'énergie électrique consommée pour produire 1 kg d'hélium liquide à la pression de 1 bar.
- Etablir le bilan énergétique de l'installation.
- Calculer l'efficacité de l'installation.
- Etablir le bilan exergétique de l'installation.
- Calculer le rendement exergétique de l'installation.

Solution

Cycle thermodynamique

Le cycle thermodynamique de l'installation est représenté dans le diagramme $T-s$ de la figure 14.9.

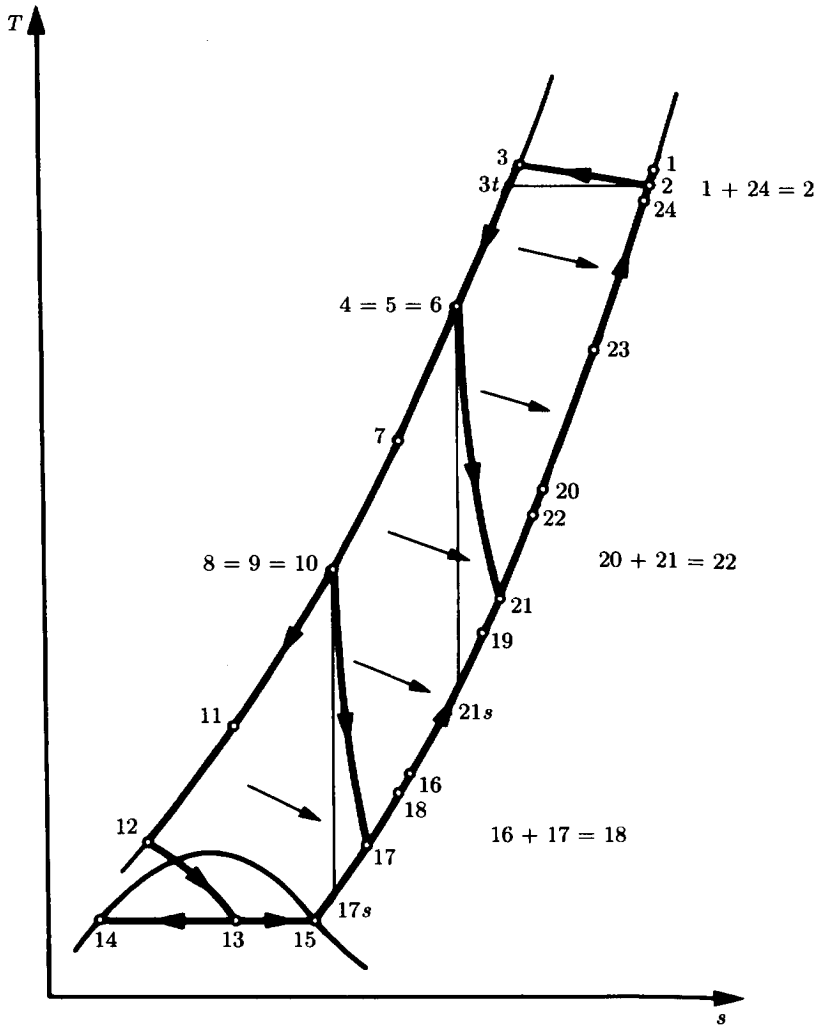


Fig. 14.9

Débit-masse d'hélium liquéfié

Le Premier Principe (1.45), appliqué à l'installation, donne, compte tenu des hypothèses, le bilan énergétique :

$$\dot{E}^+ - \dot{Q}_C^- + \dot{M}_1 h_1 - \dot{M}_{14} h_{14} = 0$$

La puissance électrique consommée par le compresseur est donnée par le bilan électrique :

$$\dot{E}^+ = \dot{E}_C - \dot{E}_{TH} - \dot{E}_{TB}$$

Le bilan de masse donne :

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_{14}$$

Le débit-masse d'hélium liquéfié est donc :

$$\dot{M}_{14} = \frac{\dot{Q}_C^- - \dot{E}^+}{h_1 - h_{14}} = \frac{\dot{Q}_C^- - (\dot{E}_C - \dot{E}_{TH} - \dot{E}_{TB})}{h_1 - h_{14}}$$

L'enthalpie de l'hélium au point 14 (liquide saturé) est, compte tenu de la troisième hypothèse :

$$h_{14} = h'(P_{14}) = 9.426 \text{ kJ/kg}$$

Les puissances électriques fournies par les turbines TH et TB sont, compte tenu de (4.222) :

$$\dot{E}_{TH} = \epsilon_{th} \eta_{THs} m_5 \dot{M}_2 (h_5 - h_{21s}) = 20.032 \text{ kW}$$

avec $h_{21s} = h(P_1, s_5) = 122.173 \text{ kJ/kg}$

$$\dot{E}_{TB} = \epsilon_{tb} \eta_{TBs} m_9 \dot{M}_2 (h_9 - h_{17s}) = 8.468 \text{ kW}$$

avec $h_{17s} = h(P_1, s_9) = 37.216 \text{ kJ/kg}$

La puissance électrique consommée par le compresseur C est, compte tenu de (4.223) :

$$\dot{E}_C = \frac{\dot{M}_2 (h_{3t} - h_2 - T_2 (s_{3t} - s_2))}{\epsilon_C \eta_{Ct}} = 1052.916 \text{ kW}$$

avec

$$h_{3t} = h(P_3, T_2) = 1514.88 \text{ kJ/kg} \quad \text{et} \quad s_{3t} = s(P_3, T_2) = 25.7423 \text{ kJ/(K kg)}$$

La puissance électrique consommée par l'installation est :

$$\dot{E}^+ = \dot{E}_C - \dot{E}_{TH} - \dot{E}_{TB} = 1024.4 \text{ kW}$$

La puissance-chaleur cédée par le compresseur est, selon le Premier Principe (1.45) :

$$\dot{Q}_C^- = \dot{E}_C - \dot{M}_2 (h_3 - h_2) = 1037.8 \text{ kW}$$

Le Premier Principe (1.45), appliqué à l'installation, donne le débit-masse d'hélium liquéfié :

$$\dot{M}_{14} = \frac{\dot{Q}_C^- - \dot{E}^+}{h_1 - h_{14}} = 0.008547 \text{ kg/s}$$

Energie électrique consommée

L'énergie électrique consommée pour produire 1 kg d'hélium liquide est :

$$e^+ = \frac{\dot{E}^+}{\dot{M}_{14}} = 119858 \text{ kJ/kg He liq}$$

Bilan énergétique

Le Premier Principe (1.45) donne le bilan énergétique :

$$\dot{E}^+ - \dot{Q}_C^- + \dot{Y}^+ = 0$$

dans lequel la puissance-transformation \dot{Y}^+ de l'hélium est, selon (1.52) :

$$\dot{Y}^+ = \dot{M}_{14} (h_1 - h_{14}) = 13.37 \text{ kW}$$

Efficacité

L'efficacité de l'installation est, par analogie avec (13.100) :

$$\epsilon = \frac{\dot{Y}^+}{\dot{E}^+} = 0.013 = 1.3 \%$$

Bilan exergétique

La relation générale (10.57) donne le bilan exergétique :

$$\dot{E}_y^- = \dot{E}^+ - \dot{L}$$

dans lequel l'exergie-transformation \dot{E}_y^- de l'hélium est, compte tenu des deuxième et quatrième hypothèses, selon (10.35) et (10.40) :

$$\dot{E}_y^- = \dot{M}_{14}(k_{14} - k_1) = \dot{M}_{14}(h_{14} - h_1 - T_a(s_{14} - s_1)) = 58.583 \text{ kW}$$

Rendement exergétique

Le rendement exergétique de l'installation est, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta \equiv \frac{\dot{E}_y^-}{\dot{E}^+} = 0.057 = 5.7 \%$$

14.H Installation de frigopompe à turbocompression

Description

Il s'agit d'étudier l'installation de frigopompe à turbocompression représentée par le schéma simplifié de la figure 14.10. L'installation utilise un fluide frigorigène.

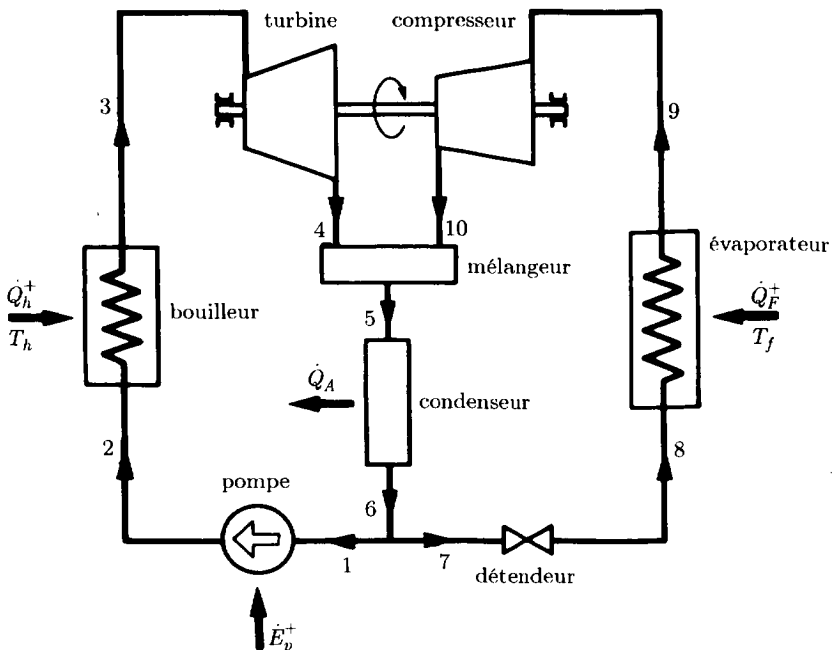


Fig. 14.10

L'installation comporte deux cycles :

- cycle moteur comprenant un bouilleur, une turbine, un condenseur et une pompe ;
- cycle de pompe à chaleur comprenant un évaporateur, un compresseur, un condenseur et un détendeur.

La puissance-travail fournie par la turbine sert uniquement à entraîner le compresseur.

Les états thermodynamiques aux points 3, 6 et 9 sont saturés.

Hypothèses

- Tous les éléments de l'installation sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation est négligée dans tous les éléments de l'installation, sauf le détendeur.
- Le régime est permanent.

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Température de la source chaude : $\hat{T}_h = 110^\circ\text{C}$
- Température de la source froide : $\hat{T}_f = -10^\circ\text{C}$
- Etats de saturation du fluide frigorigène :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/(K kg)]	s'' [kJ/(K kg)]	x —
3	35.8900	104	(537.30)	589.16	(4.53530)	4.67278	1
6	10.5900	44	460.56	(586.22)	4.32233	(4.71855)	0
9	1.8266	-15	(404.30)	562.69	(4.12875)	4.74225	1

- Etats thermodynamiques du fluide frigorigène (vapeur surchauffée) :

P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
10.59	45	587.04	4.72089
10.59	50	591.01	4.73343
10.59	55	594.90	4.74555

- Volume massique moyen du fluide frigorigène liquide

entre les points 1 et 2 :

$$\bar{v} = 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

Questions

- Déterminer les états thermodynamiques (P, T, h, s) des points du cycle et calculer le rapport des débits-masse de fluide frigorigène parcourant respectivement les cycles moteur et générateur.
- Représenter qualitativement les cycles dans un diagramme $\ln P-h$.
- Calculer l'efficacité de réfrigération de l'installation.
- Calculer le rendement exergetique de l'installation.

Solution

Etats thermodynamiques et rapport des débits-masse

Les points 6, 1 et 7 ayant le même état thermodynamique, nous avons, compte tenu des hypothèses :

$$P_7 = P_1 = P_6 = 10.59 \text{ bar}$$

$$\hat{T}_7 = \hat{T}_1 = \hat{T}_6 = 44^\circ\text{C}$$

$$h_7 = h_1 = h_6 = 460.56 \text{ kJ/kg}$$

$$s_7 = s_1 = s_6 = 4.32233 \text{ kJ/(K kg)}$$

La relation (2.2), compte tenu des première et troisième hypothèses, montre que les transformations 1-2, 3-4 et 9-10 sont isentropes. Nous avons donc :

$$s_2 = s_1 = 4.32233 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$s_4 = s_3 = 4.67278 \text{ kJ/(K kg)}$$

$$s_{10} = s_9 = 4.74225 \text{ kJ/(K kg)}$$

Les équations fondamentales (4.57) appliquées au bouilleur, au condenseur, à l'évaporateur et au mélangeur 4+10-5 donnent, compte tenu des deuxième et troisième hypothèses :

$$P_3 = P_2 = 35.89 \text{ bar}$$

$$P_{10} = P_6 = P_5 = P_4 = 10.59 \text{ bar}$$

$$P_9 = P_8 = 1.8266 \text{ bar}$$

Comme $s_4 < s''(P_4) = s''(P_6)$, le point 4 est sous la courbe de saturation. Le titre de vapeur en ce point est alors, selon (5.85) :

$$x_4 = \frac{s_4 - s_6}{s''(P_6) - s_6} = 0.88$$

L'enthalpie massique au point 4 est, selon (5.84) :

$$h_4 = h_6 + (h''(P_6) - h_6)x_4 = 571.7 \text{ kJ/kg}$$

La transformation 1-2 étant isentrope, nous avons, selon (5.160) :

$$dT = 0 \quad \hat{T}_2 = \hat{T}_1 = 44^\circ\text{C}$$

L'enthalpie massique au point 2 est alors, selon (5.159) :

$$h_2 = h_1 + \bar{v}(P_2 - P_1) = 462.58 \text{ kJ/kg}$$

La température et l'enthalpie massique au point 10 sont déterminées par interpolation à l'aide de la table des états thermodynamiques de la vapeur surchauffée du fluide frigorigène, à partir des valeurs P_{10} et h_{10} connues. Nous obtenons finalement :

$$\hat{T}_{10} = 53.64^\circ\text{C}$$

$$h_{10} = 593.84 \text{ kJ/kg}$$

Le bilan mécanique de l'arbre des turbomachines donne, compte tenu de la troisième hypothèse :

$$\dot{E}_T = \dot{E}_C$$

Les puissances-travail fournie par la turbine et consommée par le compresseur sont respectivement, selon (4.213), compte tenu des hypothèses :

$$\dot{E}_T = \dot{M}_4(h_3 - h_4)$$

$$\dot{E}_C = \dot{M}_{10}(h_{10} - h_9)$$

Le rapport des débits-masse de fluide frigorigène parcourant les cycles moteur et de pompe à chaleur est donc :

$$\frac{\dot{M}_4}{\dot{M}_{10}} = \frac{h_{10} - h_9}{h_3 - h_4} = 1.78$$

L'enthalpie massique au point 5 est, en vertu du Premier Principe (1.45), appliqué au mélangeur, compte tenu des hypothèses :

$$h_5 = \frac{\dot{M}_4 h_4 + \dot{M}_{10} h_{10}}{\dot{M}_5} = \frac{(\dot{M}_4/\dot{M}_{10})h_4 + h_{10}}{\dot{M}_5/\dot{M}_{10}} = 579.65 \text{ kJ/kg}$$

Comme $h_5 < h''(P_5) = h''(P_6)$, le point 5 est sous la courbe de saturation. Le titre de vapeur en ce point est alors, selon (5.84) :

$$x_5 = \frac{h_5 - h_6}{h''(P_6) - h_6} = 0.95$$

L'entropie massique au point 5 est, selon (5.85) :

$$s_5 = s_6 + (s''(P_6) - s_6)x_5 = 4.69785 \text{ kJ/(K kg)}$$

Les équations fondamentales (4.57) montrent, compte tenu des deux premières hypothèses, que la transformation 7-8 est isenthalpe. Le point 8 est sous la courbe de saturation, sur le palier correspondant à la pression $P_8 = P_9$. Nous avons donc :

$$h_8 = h_7 = 460.56 \text{ kJ/kg}$$

$$\hat{T}_8 = \hat{T}_9 = -15^\circ\text{C}$$

Le titre de vapeur au point 8 est, selon (5.84) :

$$x_8 = \frac{h_8 - h'(P_9)}{h_9 - h'(P_9)} = 0.36$$

L'entropie massique au point 8 est, selon (5.85) :

$$s_8 = s'(P_9) + (s_9 - s'(P_9))x_8 = 4.34666 \text{ kJ/(K kg)}$$

Nous obtenons aussi le rapport de débits-masse :

$$\frac{\dot{M}_5}{\dot{M}_{10}} = \frac{\dot{M}_4 + \dot{M}_{10}}{\dot{M}_{10}} = \frac{\dot{M}_4}{\dot{M}_{10}} + 1 = 2.78$$

La figure 14.11 montre bien que l'installation comporte deux cycles :

- cycle moteur 1-2-3-4-5-1 tournant dans le sens des aiguilles d'une montre,
- cycle de pompe à chaleur de réfrigération 7-8-9-10-5-7 tournant dans le sens trigonométrique positif.

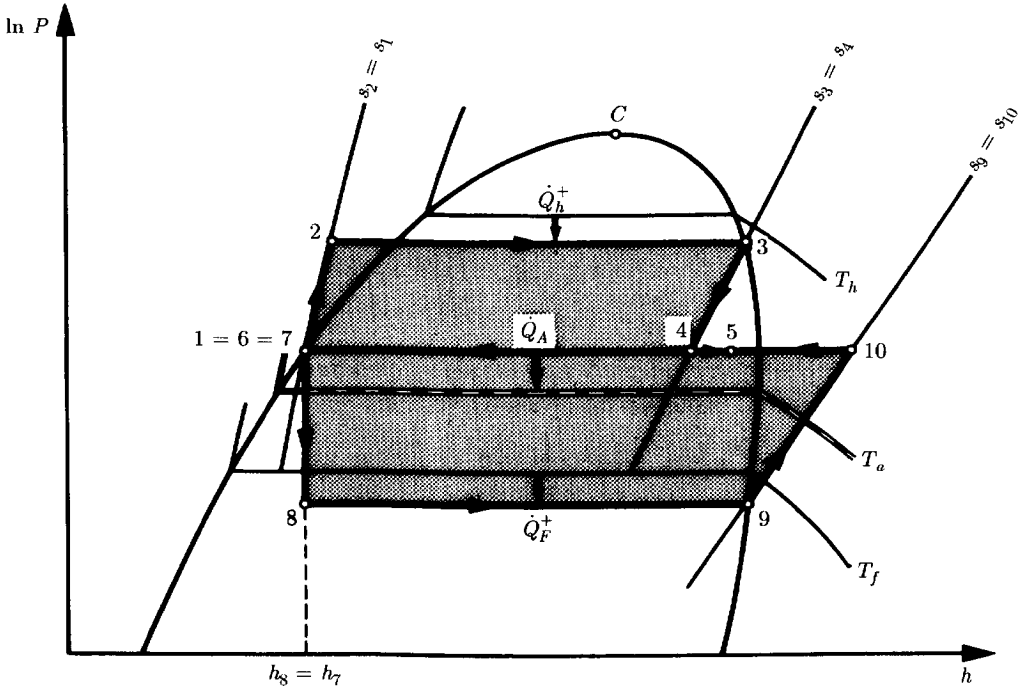


Fig. 14.11

Efficacité de réfrigération

Le bilan énergétique de l'installation est, selon la relation générale (1.45) :

$$-\dot{Q}_F^+ = \dot{E}_P^+ + \dot{Q}_C^+ - \dot{Q}_A^-$$

L'efficacité de réfrigération de l'installation est, par analogie avec la définition (13.100) :

$$\epsilon_f = \frac{\dot{Q}_F^+}{\dot{Q}_h^+ + \dot{E}_P^+}$$

La puissance-travail reçue par la pompe, ainsi que les puissances-chaleur reçues par l'évaporateur et le bouilleur sont respectivement, selon (4.213) :

$$\dot{E}_P^+ = \dot{M}_4(h_2 - h_1)$$

$$\dot{Q}_F^+ = \dot{M}_{10}(h_9 - h_8)$$

$$\dot{Q}_h^+ = \dot{M}_4(h_3 - h_2)$$

L'efficacité de réfrigération de l'installation est finalement :

$$\epsilon_f = \frac{\dot{M}_{10}(h_9 - h_8)}{\dot{M}_4(h_3 - h_1)} = 0.445 = 44.5 \%$$

Rendement exergetique

Le bilan exergetique de l'installation est, selon la relation générale (10.43) :

$$\dot{E}_{qF}^- = \dot{E}_P^+ + \dot{E}_{qh}^+ - \dot{I}$$

Le rendement exergetique de l'installation est alors, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{qF}^-}{\dot{E}_{qh}^+ + \dot{E}_P^+}$$

Les exergies-chaleur fournie au niveau de la source froide et consommée au niveau de la source chaude sont respectivement, conformément à la définition (10.38) :

$$\dot{E}_{qF}^- = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \dot{Q}_F^+$$

$$\dot{E}_{qh}^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_h} \right) \dot{Q}_h^+$$

Le rendement exergetique de l'installation est finalement :

$$\eta = \frac{\dot{M}_{10} ((T_a/T_f) - 1) (h_9 - h_8)}{\dot{M}_4 (h_2 - h_1 + (1 - (T_a/T_h)) (h_3 - h_2))} = 0.205 = 20.5 \%$$

14.1 Installation à vapeur, simple

Description

Il s'agit d'étudier l'installation à vapeur, simple, faisant l'objet du paragraphe 14.1.2 et représentée par la figure 14.2 (vol. I).

Données

- Température atmosphérique :
- Etats thermodynamiques de l'eau :

$$\hat{T}_a = 12^\circ\text{C}$$

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]
1	0.02337	20	83.86
2	100	21	97.35
3	100	530	3 450.20
4	0.02337	20	2 305.64

- Débit-masse d'eau parcourant le cycle :
- Exergie-chaleur reçue par l'eau,
au niveau du générateur de vapeur :

$$\dot{M} = 6 \text{ kg/s}$$

$$\dot{E}_{qE}^+ = 15.179 \text{ MW}$$

Questions

- Calculer l'efficacité motrice ϵ_m de l'installation.
- Calculer le rendement exergetique η de l'installation.

Réponses

- $\epsilon_m = 0.34 = 34 \%$
- $\eta = 0.45 = 45 \%$

14.J Installation à vapeur, à resurchauffe

Description

Il s'agit d'étudier l'installation à vapeur, à resurchauffe, faisant l'objet du paragraphe 14.1.3 et représentée par la figure 14.5 (vol. I).

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 12^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]
1	0.02337	20	83.86
2	180	21.7	107.86
5	180	530	3 359.00
6	28	355	3 133.50
3	28	530	3 525.30
4	0.02337	20	2 320.70

- Débit-masse d'eau parcourant le cycle : $\dot{M} = 6 \text{ kg/s}$
- Exergie-chaaleur reçue par l'eau,
au niveau du générateur de la chaudière : $\dot{E}_{qE}^+ = 16.681 \text{ MW}$

Questions

- Calculer l'efficacité motrice ϵ_{mR} de l'installation.
- Calculer le rendement exergetique η_R de l'installation.

Réponses

- $\epsilon_{mR} = 0.39 = 39 \%$
- $\eta_R = 0.51 = 51 \%$

14.K Installation à vapeur, à soutirage

Description

Il s'agit d'étudier l'installation à vapeur, à soutirage, faisant l'objet du paragraphe 14.1.4 et représentée par la figure 14.7 (vol. I).

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 12^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'eau :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	x —
1	0.02337	20	83.86	0
2	25	20.2	87.19	—
10	20	130	547.50	—
11	20	131.56	554.15	—
12	100	134.4	564.82	—
3	100	530	3 450.20	—
7	10	180	2 776.50	—
4	0.0237	20	2 305.64	0.91
8	10	138.8	584.50	—
9	20	139.0	585.83	—

- Débit-masse d'eau au point 3 : $\dot{M}_3 = 6 \text{ kg/s}$
- Exergie-chaleur reçue par l'eau,
au niveau du générateur de vapeur : $\dot{E}_{qE}^+ = 13.174 \text{ MW}$

Questions

- Calculer le débit-masse \dot{M}_S de soutirage.
- Calculer l'efficacité motrice ϵ_{mS} de l'installation à soutirage.
- Calculer le rendement exergetique η_S de l'installation à soutirage.

Réponses

- $\dot{M}_S = 1.041 \text{ kg/s}$
- $\epsilon_{mS} = 0.364 = 36.4 \%$
- $\eta_S = 0.478 = 47.8 \%$

14.L Installation à vapeur, en régime quasi permanent**Description**

Il s'agit d'étudier l'installation à vapeur, en régime quasi permanent, faisant l'objet du paragraphe 14.1.5 et représentée par la figure 14.9 (vol. I).

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Altitude du point le plus bas
de l'installation : $Z_a = 0 \text{ m}$

- Altitude moyenne de la bache : $\bar{Z} = 10 \text{ m}$
- Section de la bache : $S = 50 \text{ m}^2$
- Etat thermodynamique de l'eau dans la bache (vapeur et liquide saturés) :

P [bar]	\hat{T} [°C]	v' [m ³ /kg]	v'' [m ³ /kg]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/(K kg)]	s'' [kJ/(K kg)]
3	133.54	0.0010735	0.6056	561.43	2724.7	1.6716	6.9909

- Enthalpie massique et entropie massique
de l'eau liquide à (P_a, T_a) :
 $h_a = 84 \text{ kJ/kg}$
 $s_a = 0.2963 \text{ kJ/(K kg)}$
- Vitesse de déplacement du niveau
d'eau de la bache : $dZ/dt = -0.15 \text{ m/h}$
- Puissance-travail fournie par la turbine
à vapeur : $\dot{E}_T^- = 150 \text{ MW}$
- Puissance-travail consommée par la pompe
d'extraction : $\dot{E}_{PE} = 0.3 \text{ MW}$
- Puissance-travail reçue par la pompe
d'alimentation : $\dot{E}_{PA} = 1 \text{ MW}$
- Puissance-chaleur reçue par l'eau,
au niveau du générateur de vapeur : $\dot{Q}_E^+ = 348 \text{ MW}$
- Exergie-chaleur reçue par l'eau,
au niveau du générateur de vapeur : $\dot{E}_{qE}^+ = 198 \text{ MW}$
- Accélération terrestre : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Questions

- Calculer la puissance-transformation \dot{Y}^+ du réseau d'eau de l'installation.
- Calculer l'exergie-transformation \dot{E}_y^+ du réseau d'eau de l'installation.
- Calculer l'efficacité motrice ϵ_m de l'installation.
- Calculer le rendement exergétique η de l'installation.

Réponses

- $\dot{Y}^+ = 917.7 \text{ kW}$
- $\dot{E}_y^+ = 142.0 \text{ kW}$
- $\epsilon_m = 0.426 = 42.6 \%$
- $\eta = 0.750 = 75.0 \%$

14.M Installation à vapeur de cogénération

Description

Il s'agit d'étudier l'installation de cogénération, faisant l'objet du paragraphe 14.1.7 et représentée par la figure 14.13 (vol. I).

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 25^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de l'eau du réseau de chauffage :

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	15	95	399.05	1.24865
2	13	180	763.3	2.1389

- Débit-masse de l'eau du réseau de chauffage : $\dot{M}_D = 96 \text{ kg/s}$
- Puissance-travail fournie par la turbine à vapeur : $\dot{E}_T^- = 7 \text{ MW}$
- Puissance-travail consommée par l'ensemble des pompes : $\dot{E}_P = 0.62 \text{ MW}$
- Puissance-chaleur consommée : $\dot{Q}_E^+ = 45.5 \text{ MW}$
- Exergie-chaleur reçue : $\dot{E}_{qE}^+ = 38.2 \text{ MW}$

Questions

- Calculer la puissance-transformation \dot{Y}_D^- et l'exergie-transformation \dot{E}_{yD}^- fournies au réseau du chauffage à distance.
- Calculer l'efficacité ϵ_D et le rendement exergétique η_D de l'installation de cogénération.
- Calculer la perte exergétique \dot{L} de l'installation de cogénération.

Réponses

- $\dot{Y}_D^- = 34.96 \text{ MW}$ $\dot{E}_{yD}^- = 9.49 \text{ MW}$
- $\epsilon_D = 0.909 = 90.9\%$ $\eta_D = 0.415 = 41.5\%$
- $\dot{L} = 22.33 \text{ MW}$

14.N Installation à gaz, en circuit ouvert**Description**

Soit l'installation motrice à gaz, en circuit ouvert, améliorée à l'aide d'un récupérateur, représentée par le schéma de la figure 14.12.

Le cycle thermodynamique relatif à cette installation ne peut pas être représenté dans un diagramme h - s unique, à cause du changement de composition des gaz, dû à la combustion. Il doit l'être dans deux diagrammes séparés, relatifs l'un à l'air et l'autre aux gaz de combustion (fig. 14.13).

Hypothèses

- La combustion est complète.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air et les gaz de combustion sont assimilables à des gaz parfaits.

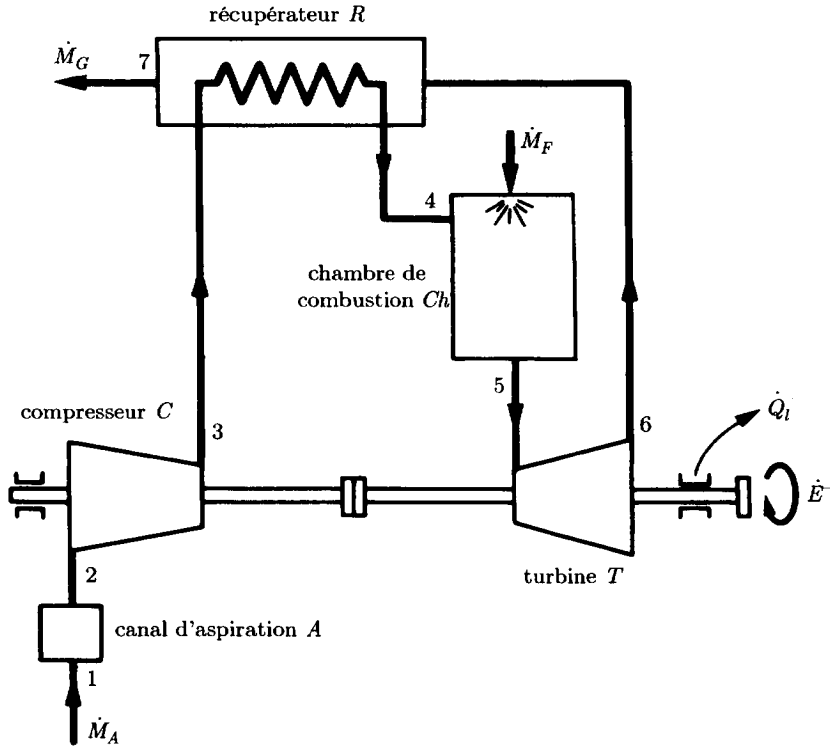


Fig. 14.12

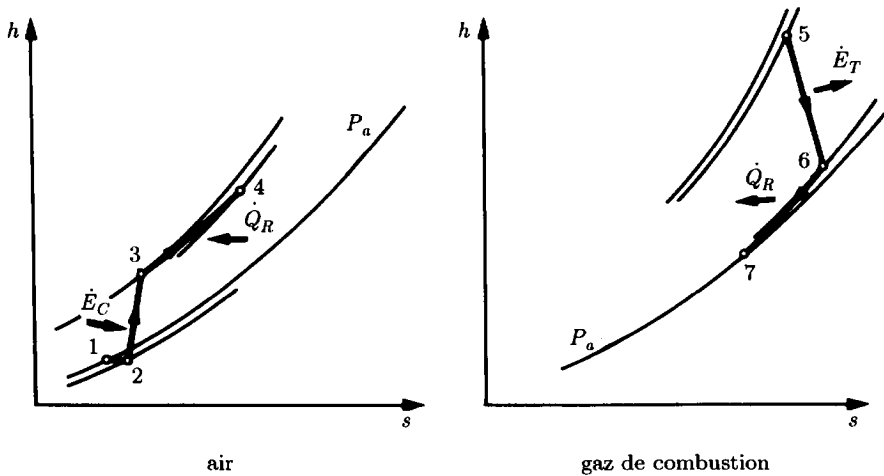


Fig. 14.13

Données

- Etat atmosphérique :
- Surenthalpie du combustible :

$$P_a = 1 \text{ bar} \quad \hat{T}_a = 25^\circ\text{C}$$

$$\hat{h}_F = 220 \text{ kJ/kg}$$

- Pouvoir énergétique inférieur du combustible, réferé à $\hat{T}^0 = 25^\circ\text{C}$ $\Delta h_i^0 = 42800 \text{ kJ/kg}$
- Rapports de pression : $\pi_A = P_2/P_1 = 0.99$
 $\pi_{RA} = P_4/P_3 = 0.97$
 $\pi_{Ch} = P_5/P_4 = 0.96$
 $\pi_{RG} = P_7/P_6 = 0.98$
- Chaleur spécifique isobare de l'air : $c_{pA} = 1.022 \text{ kJ/(K kg)}$
- Facteur calorifique de l'air : $\Gamma_A = 0.282$
- Température des gaz au point 5 : $\hat{T}_5 = 700^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique isobare des gaz de combustion : $c_{pG} = 1.100 \text{ kJ/(K kg)}$
- Facteur calorifique des gaz de combustion : $\Gamma_G = 0.261$
- Puissance-travail utile : $\dot{E}^- = 30 \text{ MW}$
- Rendement isentrope du compresseur : $\eta_{Cs} = 0.85$
- Rendement isentrope de la turbine : $\eta_{Ts} = 0.89$
- Efficacité du récupérateur : $\epsilon_R = 0.70$
- Efficacité de la chambre de combustion : $\epsilon_{ch} = 0.97$
- Efficacité des paliers : $\epsilon_l = 0.98$

Questions

- Calculer le rapport de pression π_{Ce} du compresseur correspondant au travail utile massique maximal, en négligeant le débit-masse du combustible dans les gaz de combustion.
- Calculer l'état thermodynamique (P, T) en chaque point du cycle pour le rapport de pression π_{Ce} .
- Calculer les débits-masse \dot{M}_A d'air et \dot{M}_F de combustible pour le rapport de pression π_{Ce} .
- Calculer l'efficacité motrice ϵ_{me} de l'installation.

Réponses

- $\pi_{Ce} = 5.31$

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]
1	1	25
2	0.99	25
3	5.25	235.85
4	5.10	366.44
5	4.89	700
6	1.02	409.18
7	1	287.85

- $\dot{M}_A = 296.9 \text{ kg A/s}$ $\dot{M}_F = 2.87 \text{ kg F/s}$
- $\epsilon_{me} = 0.245 = 24.5\%$

14.0 Installation de thermopompe avec compresseur semi-hermétique

Description

Soit la thermopompe à compression, représentée par le schéma de la figure 14.14.

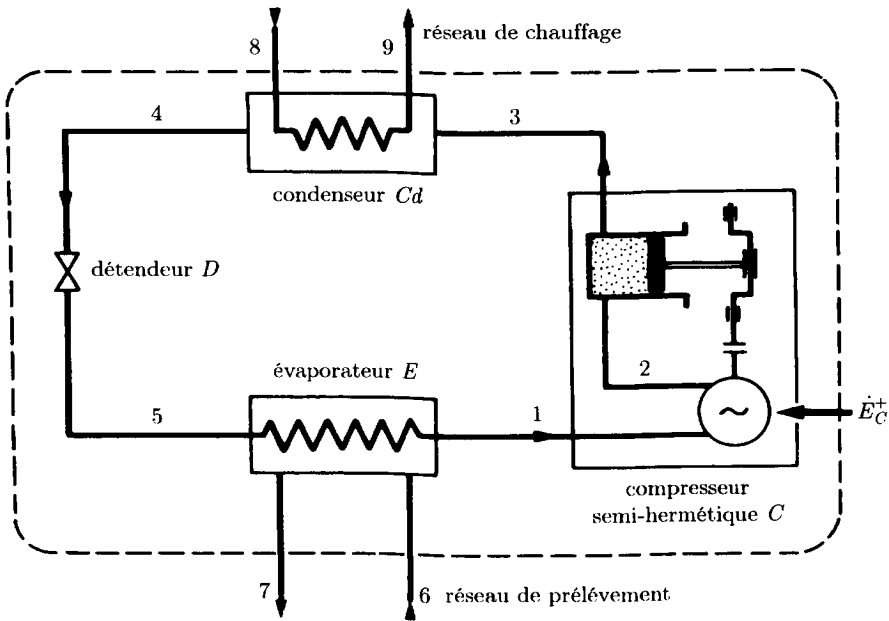


Fig. 14.14

Le fluide frigorigène subit les transformations suivantes :

- 1-2 : préchauffage par récupération des pertes du moteur ;
- 2-3 : compression adiabate ;
- 3-4 : condensation, jusqu'à l'état de liquide saturé, par transfert-chaaleur avec l'eau du réseau de chauffage ;
- 4-5 : détente dans une vanne ;
- 5-1 : vaporisation et surchauffe par transfert-chaaleur avec l'eau du réseau de prélèvement.

Hypothèses

- Tous les éléments du système sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligées.
- La dissipation dans le condenseur, l'évaporateur et les conduites est négligée.
- Le régime est permanent.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 10^\circ\text{C}$
- Température aux points 1, 4 et 5 : $\hat{T}_1 = 5^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_4 = 50^\circ\text{C}$
 $\hat{T}_5 = 0^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de la vapeur surchauffée du fluide frigorigène :

P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
4.9759	5	408.969	1.7649
	10	412.567	1.7777
	15	416.159	1.7903
	20	419.749	1.8026
19.423	75	442.258	1.7593
	80	446.828	1.7723
	85	451.337	1.7850
	90	455.796	1.7973
	95	460.214	1.8094

- Etats de saturation du fluide frigorigène au niveau de l'évaporateur, respectivement du condenseur :

P [bar]	\hat{T} [°C]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/(K kg)]	s'' [kJ/(K kg)]
4.9759	0	200.000	405.361	1.00000	1.75179
19.423	50	263.264	417.839	1.20811	1.68643

- Températures de l'eau du réseau
de prélèvement : $\hat{T}_6 = 10^\circ\text{C}$ $\hat{T}_7 = 5^\circ\text{C}$
de chauffage : $\hat{T}_8 = 40^\circ\text{C}$ $\hat{T}_9 = 47^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique de l'eau liquide : $c_l = 4.18 \text{ kJ}/(\text{K kg})$
- Puissance électrique consommée : $\dot{E}_e^+ = 10.176 \text{ kW}$
- Rendement isentrope du compresseur : $\eta_{Cs} = 0.92$
- Efficacité du moteur : $\epsilon_e = 0.803$

Questions

- Tracer qualitativement le cycle thermodynamique de la thermopompe dans un diagramme T - s .
- Calculer l'état thermodynamique (P , T , h , s) en chaque point du cycle.
- Calculer les débits-masse \dot{M}_F de fluide frigorigène, \dot{M}_{Cd} d'eau dans le réseau de chauffage et \dot{M}_E d'eau dans le réseau de prélèvement.
- Calculer l'efficacité de chauffage ϵ_h de la thermopompe.
- Calculer le rendement exergetique η de la thermopompe.

- Calculer les pertes exergétiques de chaque élément de la thermopompe.
- Calculer le rendement exergétique η' dans le cas de thermofrigopompe où on comptabilise les services énergétiques de chauffage et de refroidissement.

Réponses

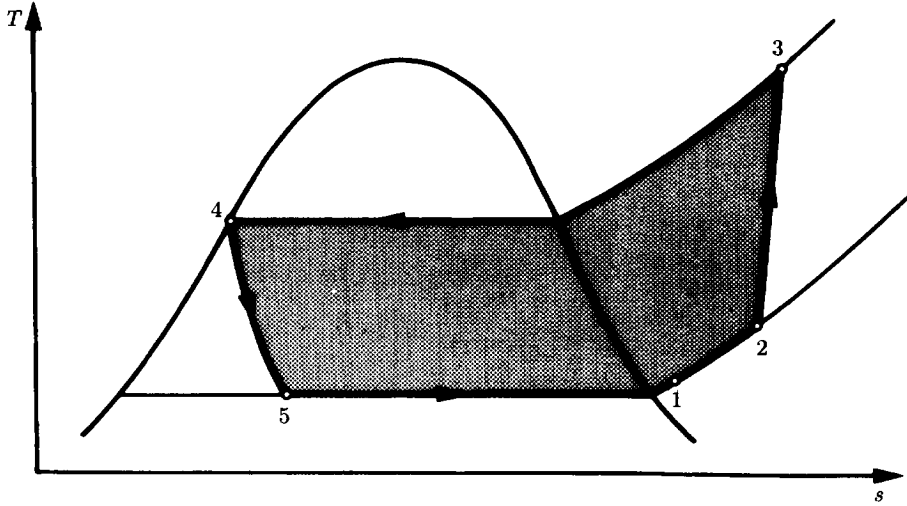


Fig. 14.15

Point	P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
1	4.9759	5	408.969	1.7649
2	4.9759	18.98	419.02	1.8001
3	19.423	94.88	460.105	1.809
4	19.423	50	263.264	1.20811
5	4.9759	0	263.264	1.2316

- $\dot{M}_F = 0.199 \text{ kg/s}$ $\dot{M}_{Cd} = 1.339 \text{ kg/s}$ $\dot{M}_E = 1.387 \text{ kg/s}$
- $\epsilon_h = 3.85 = 385 \%$
- $\eta = 0.407 = 40.7 \%$
- Compresseur C : $\dot{L}_C = 2.491 \text{ kW}$
Condenseur Cd : $\dot{L}_{Cd} = 1.165 \text{ kW}$
Détendeur D : $\dot{L}_D = 1.324 \text{ kW}$
Evaporateur E : $\dot{L}_E = 0.795 \text{ kW}$
- $\eta' = 0.43$

- un condenseur Cd , éliminant la puissance-chaleur \dot{Q}_A^- à la température T_a de l'atmosphère ;
- un détendeur haute pression DH ;
- un séparateur S , recevant un mélange humide en 7 et donnant du liquide saturé en 8 et de la vapeur saturée en 10 ;
- un détendeur basse pression DB ;
- un évaporateur E placé dans une chambre froide F , permettant d'extraire la puissance-chaleur \dot{Q}_F^+ à la température T_f de l'air de la chambre.

La vapeur sortant du refroidisseur R au point 3 est mélangée avec la vapeur saturée provenant du séparateur S au point 10.

Hypothèses

- Tous les éléments de l'installation sont parfaitement calorifugés.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- La dissipation dans le refroidisseur, le condenseur, le séparateur, l'évaporateur et les conduites est négligée.
- Le régime est permanent.
- Les puissances électriques \dot{E}_R^+ et \dot{E}_A^+ consommées par les pompes de circulation des réseaux de refroidissement sont négligées.

Données

- Etat atmosphérique : $P_a = 1 \text{ bar}$ $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Température de l'air de la chambre froide : $\hat{T}_f = -20^\circ\text{C}$
- Etat thermodynamique au point 1 : $P_1 = 1.5 \text{ bar}$ $x_1 = 1$
- Etat thermodynamique au point 6 : $P_6 = 11 \text{ bar}$ $\hat{T}_6 = 25^\circ\text{C}$
- Pression au point 7 : $P_7 = 4.5 \text{ bar}$
- Température au point 3 : $\hat{T}_3 = 30^\circ\text{C}$
- Etats thermodynamiques de la vapeur surchauffée d'ammoniac :

P [bar]	\hat{T} [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/(K kg)]
4.5	25	1 823.45	6.8139
	30	1 835.78	6.8549
	45	1 872.10	6.9718
	50	1 884.04	7.0091
	70	1 931.25	7.1508
	75	1 942.97	7.1847
11	90	1 955.50	6.8004
	95	1 968.20	6.8351
	115	2 018.38	6.9679
	120	2 030.82	6.9997

- Chaleur spécifique de l'ammoniac liquide : $c = 4.58 \text{ kJ}/(\text{K kg})$

- Etats de saturation de l'ammoniac :

P [bar]	\hat{T} [°C]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/(K kg)]	s'' [kJ/(K kg)]
1.5	-25.21	386.07	1 729.78	1.5641	6.9837
4.5	1.26	505.79	1 762.43	2.0210	6.6005
11	28.03	629.72	1 784.47	2.4482	6.2834

- Puissance de réfrigération : $\dot{Q}_F^+ = 10 \text{ kW}$
- Rendement isentrope des compresseurs : $\eta_{Cs} = 0.7$

Questions

- Tracer qualitativement le cycle thermodynamique de la frigopompe dans un diagramme $\ln P-h$ en chaque point du cycle.
- Calculer l'état thermodynamique (P , T , h , s) en chaque point du cycle.
- Calculer les débits-masse \dot{M}_B et \dot{M}_H d'ammoniac comprimés respectivement dans les compresseurs à basse et à haute pression.
- Calculer l'efficacité ϵ_{fF} de réfrigération de l'installation.
- Calculer le rendement exergetique η_F de l'installation.
- Calculer la perte exergetique de chaque élément de l'installation.

Réponses

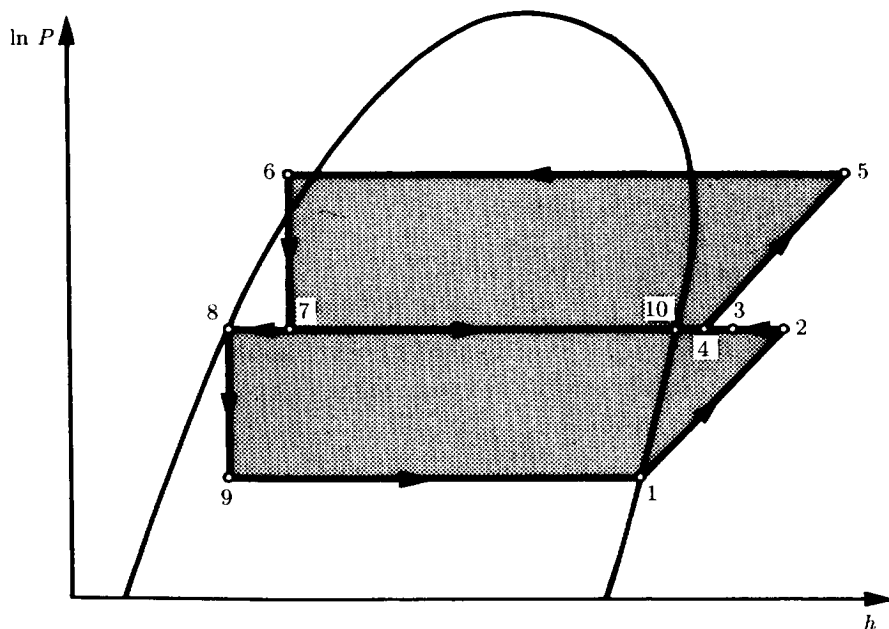


Fig. 14.17

- | Point | P
[bar] | \hat{T}
[°C] | h
[kJ/kg] | s
[kJ/(K kg)] |
|-------|--------------|-------------------|----------------|--------------------|
| 1 | 1.5 | -25.21 | 1 729.78 | 6.9837 |
| 2 | 4.5 | 73.11 | 1 938.54 | 7.1719 |
| 3 | 4.5 | 30.00 | 1 835.78 | 6.8549 |
| 4 | 4.5 | 27.40 | 1 829.37 | 6.8336 |
| 5 | 11 | 115.84 | 2 020.46 | 6.9566 |
| 6 | 11 | 25.00 | 615.84 | 2.4019 |
| 7 | 4.5 | 1.26 | 615.84 | 2.4221 |
| 8 | 4.5 | 1.26 | 505.79 | 2.0210 |
| 9 | 1.5 | -25.21 | 505.79 | 2.0470 |
| 10 | 4.5 | 1.26 | 1 762.43 | 6.6005 |

- $\dot{M}_B = 8.17 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$ $\dot{M}_H = 8.953 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$
 - $\epsilon_{fF} = 2.927 = 292.7 \%$
 - $\eta_F = 0.462 = 46.2 \%$
 - Compresseur basse pression CB : $\dot{L}_{CB} = 0.4507 \text{ kW}$
 - Refroidisseur R : $\dot{L}_R = 0.0804 \text{ kW}$
 - Mélange M : $\dot{L}_M = 0.0024 \text{ kW}$
 - Compresseur haute pression CH : $\dot{L}_{CH} = 0.3230 \text{ kW}$
 - Condenseur Cd : $\dot{L}_{Cd} = 0.6216 \text{ kW}$
 - Détendeur haute pression DH : $\dot{L}_{DH} = 0.0529 \text{ kW}$
 - Séparateur S : $\dot{L}_S = 0 \text{ kW}$
 - Détendeur basse pression DB : $\dot{L}_{DB} = 0.0622 \text{ kW}$
 - Evaporateur E : $\dot{L}_E = 0.2436 \text{ kW}$
 - Total : $\dot{L} = 1.8367 \text{ kW}$

Thermodynamique linéaire des phénomènes irréversibles

15.A Source d'entropie dans un barreau

Description

Soit le barreau solide de section S et de longueur L représenté par la figure 15.1. Les extrémités du barreau sont soumises à des températures et des potentiels électriques différents.

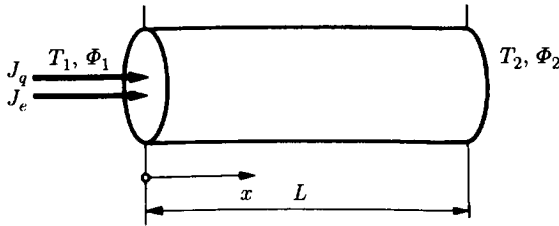


Fig. 15.1

Hypothèses

- Les flux sont unidimensionnels.

Données

- Longueur du barreau : $L = 1 \text{ m}$
- Section du barreau : $S = 10^{-4} \text{ m}^2$
- Températures aux extrémités du barreau : $T_1 = 500 \text{ K}$ $T_2 = 300 \text{ K}$
- Potentiels électriques aux extrémités du barreau : $\Phi_1 = 1 \text{ V}$ $\Phi_2 = 0 \text{ V}$
- Coefficient de Seebeck : (fig. 15.2)
- Coefficient de résistivité électrique : (fig. 15.3)
- Coefficient de conduction thermique : (fig. 15.4)

Questions

- Exprimer les flux J_q et J_e selon l'axe x à l'extrémité 2 du barreau.
- Exprimer la source d'entropie σ_s en fonction des flux, et en déduire les expressions des forces généralisées K_i .

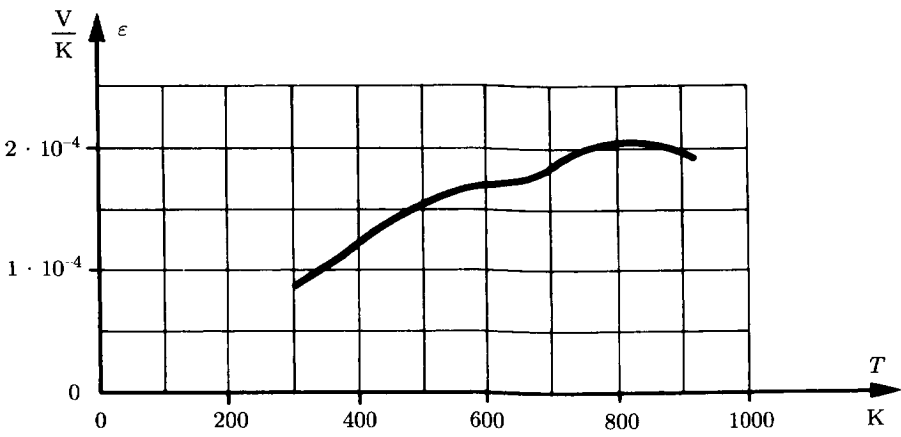


Fig. 15.2

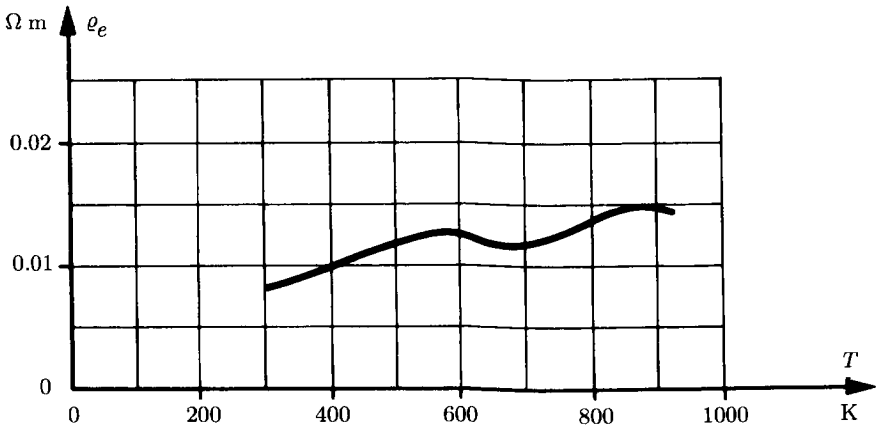


Fig. 15.3

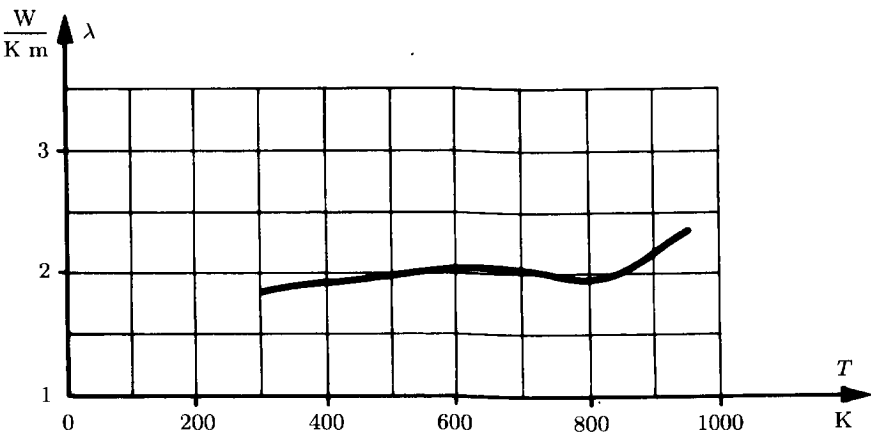


Fig. 15.4

Solution

Flux J_q et J_e

Nous avons un système avec couplage entre les phénomènes de conduction thermique et de conduction électrique. Les relations (15.68) et (15.70) donnent, compte tenu de l'hypothèse :

$$J_q = -(\lambda + \epsilon^2 \kappa T) \frac{dT}{dx} - \epsilon \kappa T \frac{d\Phi}{dx}$$

$$J_e = -\epsilon \kappa \frac{dT}{dx} - \kappa \frac{d\Phi}{dx}$$

Les caractéristiques physiques λ , ϵ et κ du matériau constituant le barreau dépendent de la température. Comme celle-ci varie selon la section considérée, nous en déduisons que les flux J_q et J_e sont fonction de la coordonnée x .

A l'extrémité 2 du barreau, la température est de 300 K, de sorte que nous avons les valeurs :

$$\lambda = 1.7 \text{ W}/(\text{K m}) \quad \epsilon = 0.9 \cdot 10^{-4} \text{ V/K} \quad \kappa = 125 \text{ 1}/(\Omega \text{ m})$$

$$J_q(L) \cong 1.7003 \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} - 3.375 \left. \frac{d\Phi}{dx} \right|_{x=L}$$

$$J_e(L) \cong -0.0113 \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} - 125 \left. \frac{d\Phi}{dx} \right|_{x=L}$$

Source d'entropie σ_s

La source d'entropie σ_s en fonction des flux J_q et J_e est, selon (15.45) et l'hypothèse formulée :

$$\sigma_s = -\frac{J_q}{T^2} \frac{dT}{dx} - \frac{J_e}{T} \frac{d\Phi}{dx}$$

En développant (15.17), nous obtenons :

$$\sigma_s = J_q K_1 + J_e K_2$$

Les forces généralisées K_i sont donc, en identifiant les deux relations qui précèdent :

$$K_1 = -\frac{1}{T^2} \frac{dT}{dx} \quad K_2 = -\frac{1}{T} \frac{d\Phi}{dx}$$

15.B Thermocouple

Description

Considérons un thermocouple utilisé dans la technique de mesure des températures, constitué de chromel-constantan et installé selon le schéma de la figure 15.5.

La source froide est maintenue à une température T_1 constante, alors que la source chaude est à une température T_2 variable.

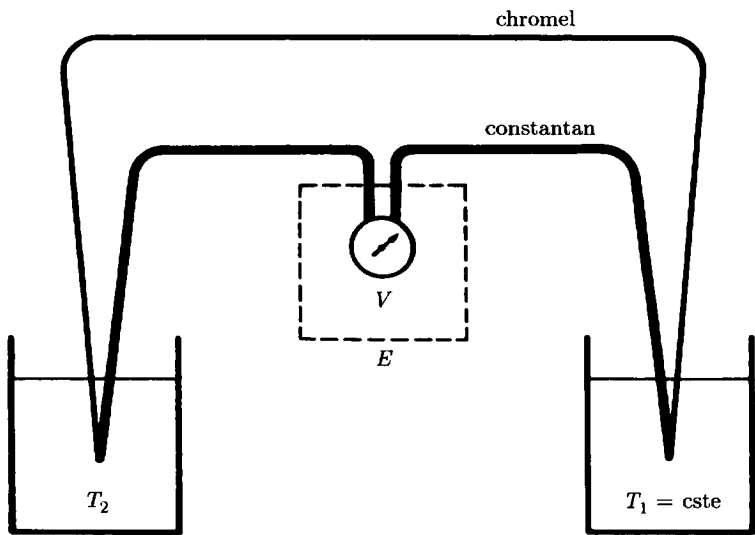


Fig. 15.5

Hypothèses

- L'enceinte E est isotherme.
- Le courant circulant dans le circuit est négligeable.
- Le phénomène est unidimensionnel.

Données

- Température de la source froide : $\hat{T}_1 = 0^\circ\text{C}$
- Force électromotrice du chromel-constantan en fonction de la température de la source chaude :

$\hat{T} [^\circ\text{C}]$	0	10	20	30	40	50
$\Delta\Phi [\text{mV}]$	0	0.59	1.19	1.89	2.42	3.05

$\hat{T} [^\circ\text{C}]$	60	70	80	90	100	—
$\Delta\Phi [\text{mV}]$	3.68	4.33	4.98	5.65	6.32	—

Questions

- Etablir par interpolation une loi du type $\Delta\Phi = a + bT + cT^2$, dans l'intervalle donné, et calculer la force électromotrice pour une température de 75°C .
- Calculer le coefficient de Peltier pour une température de 75°C .
- Calculer la différence des coefficients de Thomson, relatifs aux deux matériaux.

Solution

Force électromotrice $\Delta\Phi$

En utilisant la méthode des moindres carrés, avec une loi polynômiale du type $\Delta\Phi = a + bT + cT^2$, nous obtenons :

$$a = -13.235 \text{ mV}$$

$$b = 3.781 \cdot 10^{-2} \text{ mV/K}$$

$$c = 3.904 \cdot 10^{-5} \text{ mV/K}^2$$

En utilisant ces résultats, nous obtenons la force électromotrice pour une température de 75°C :

$$\Delta\Phi(348.15 \text{ K}) = 4.651 \text{ mV}$$

Coefficient de Peltier

Le pouvoir thermoélectrique est, selon (15.96) et la loi polynômiale :

$$\epsilon_{ab} = \frac{d(\Delta\Phi)}{dT} = b + 2cT$$

Le coefficient de Peltier est alors, conformément à la définition (15.104) :

$$\Pi_{ab} = (b + 2cT)T$$

En utilisant ces résultats, nous obtenons le coefficient de Peltier pour une température de 75°C .

$$\Pi_{ab}(348.15 \text{ K}) = 22.63 \text{ mV}$$

Coefficients de Thomson

Les coefficients de Thomson sont respectivement, pour chaque matériau, conformément à la définition (15.90) :

$$\tau_a = \frac{d\epsilon_a}{dT}T \quad \tau_b = \frac{d\epsilon_b}{dT}T$$

Leur différence est, compte tenu de la définition (15.95) et de ce qui précède :

$$\tau_b - \tau_a = \frac{d\epsilon_{ab}}{dT}T = \frac{d^2(\Delta\Phi)}{dT^2}T$$

La différence des coefficients de Thomson relatifs aux deux matériaux est donc finalement :

$$\tau_a - \tau_b = 2cT$$

15.C Générateur thermoélectrique

Description

Il s'agit d'étudier le générateur thermoélectrique, faisant l'objet du paragraphe 15.6.1 et représenté par la figure 15.6 (vol. I).

La composition des éléments semi-conducteurs est la suivante :

- élément de type n : 75 % Bi_2Te_3 – 25 % Bi_2Se_3
- élément de type p : 25 % Bi_2Te_3 – 75 % Sb_2Te_3

Les grandeurs à optimiser sont l'efficacité ϵ_m et la puissance électrique utile \dot{E}_e du générateur thermoélectrique. Les variables indépendantes sont le produit $\pi = (\bar{R}_{np}K)$, qui détermine les dimensions des éléments semi-conducteurs, et le rapport des résistances $r = R/\bar{R}_{np}$, qui définit les caractéristiques de l'utilisateur.

Données

- Longueur des éléments semi-conducteurs : $L = 1\text{ cm}$
- Section de l'élément semi-conducteur de type n : $F_n = 1\text{ cm}^2$
- Température de la source chaude : $\hat{T}_h = 300^\circ\text{C}$
- Température de la source froide : $\hat{T}_a = 100^\circ\text{C}$
- Relations approchées pour les caractéristiques des éléments semi-conducteurs, valables dans les domaines suivants :
 $300\text{ K} < T < 700\text{ K}$ pour l'élément de type n
 $300\text{ K} < T < 600\text{ K}$ pour l'élément de type p

Coefficients de Seebeck

• $\epsilon_i = 10^{-6} \sum_{j=1}^5 \left(a_{ij} \left(\frac{T}{300} \right)^{j-1} \right)$ avec T en K et ϵ_i en V/K

Type	Coefficients des polynômes de ϵ_i				
i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}
n	-82.2095	202.5039	-507.7741	280.6929	-44.7255
p	-1 272.5058	3 278.1268	-2 531.0677	812.4973	-98.4550

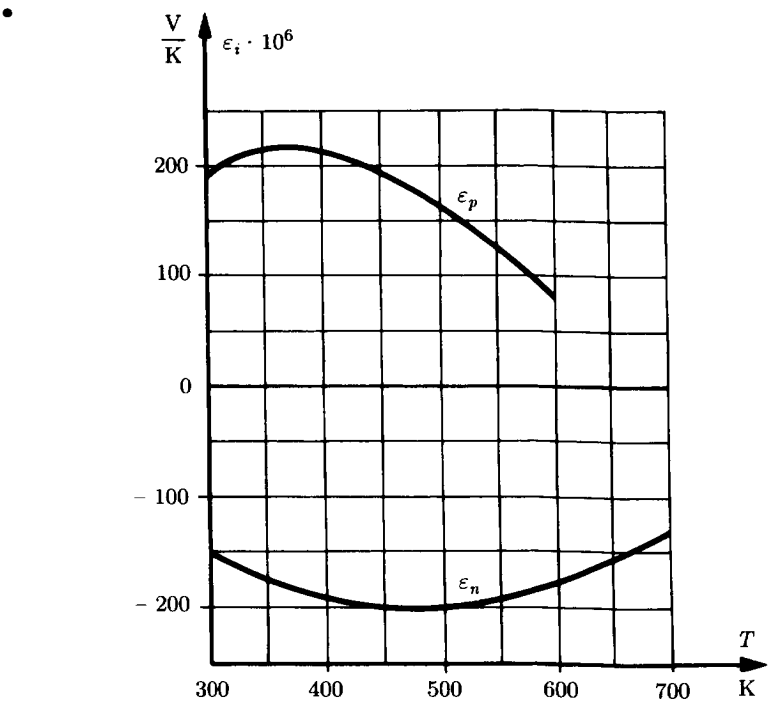


Fig. 15.6

Résistivités

• $\varrho_{ei} = 10^{-6} \sum_{j=1}^5 \left(b_{ij} \left(\frac{T}{300} \right)^{j-1} \right)$ avec T en K et ϱ_{ei} en $\Omega \text{ m}$

Type	Coefficients des polynômes de ϱ_{ei}				
i	b_{i1}	b_{i2}	b_{i3}	b_{i4}	b_{i5}
n	149.2479	-340.7804	289.6774	-99.3961	11.6909
p	-0.16835	-3.7591	5.5572	13.3537	-6.2826

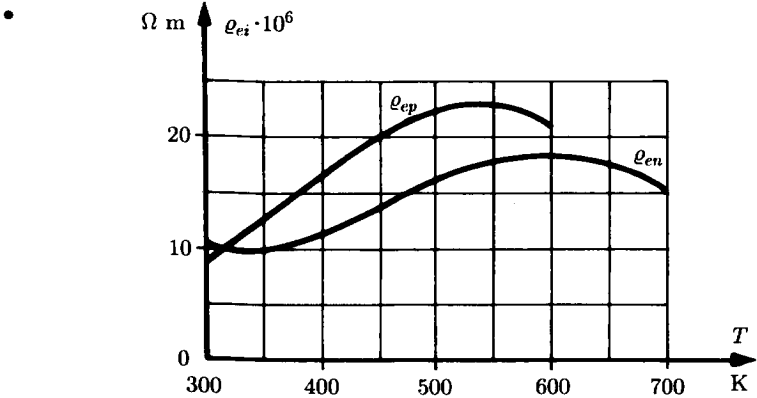


Fig. 15.7

Coefficients de conduction thermique

• $\lambda_i = \sum_{j=1}^5 \left(c_{ij} \left(\frac{T}{300} \right)^{j-1} \right)$ avec T en K et λ_i en $\text{W}/(\text{K m})$

Type	Coefficients des polynômes de λ_i				
i	c_{i1}	c_{i2}	c_{i3}	c_{i4}	c_{i5}
n	-12.1145	30.9853	-25.6630	9.0430	-1.1560
p	-16.5623	45.4064	-41.6795	16.5301	-2.4549

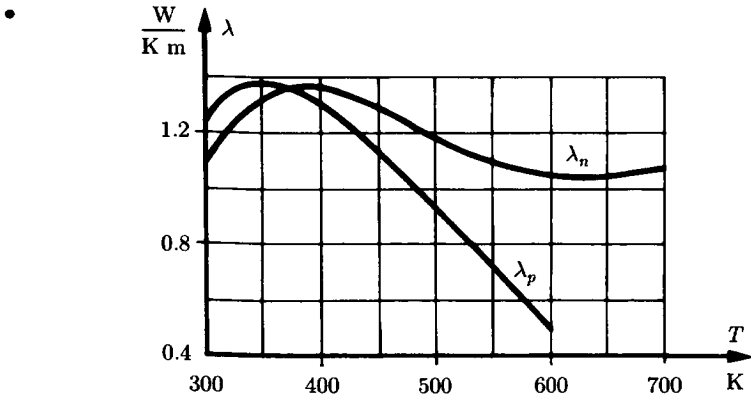


Fig. 15.8

Questions

- Etablir la relation donnant l'efficacité ϵ_m du générateur thermoélectrique en fonction du produit π et du rapport r .
- Etablir la relation donnant le produit π en fonction du rapport des sections $f = F_p/F_n$ des éléments semi-conducteurs et en déduire la section F_{pe} du semi-conducteur de type p correspondant à l'efficacité maximale $\epsilon_{m\max}$.
- Calculer le rapport r_e des résistances électriques correspondant à l'efficacité maximale.
- Etablir la relation donnant l'efficacité maximale $\epsilon_{m\max}$ en fonction du rapport r_e et calculer l'efficacité de Carnot relative au générateur, ainsi que la valeur de $\epsilon_{m\max}$.
- Calculer la puissance électrique utile \dot{E}_{ee}^- correspondant à l'efficacité maximale.
- Calculer le rapport des résistances électriques r_e correspondant à la puissance électrique utile maximale $\dot{E}_{e\max}$, ainsi que la valeur de cette dernière et l'efficacité correspondante ϵ_{me} .
- Calculer le rendement exergetique maximal η_{\max} du générateur thermoélectrique.

Solution

Calculs préliminaires

Les valeurs moyennes des caractéristiques des éléments semi-conducteurs du générateur thermoélectrique sont :

- coefficients de Seebeck moyens :

$$\bar{\epsilon}_n = \frac{1}{T_h - T_a} \int_{T_a}^{T_h} \epsilon_n(T) dT = -0.1959 \cdot 10^{-3} \text{ V/K}$$

$$\bar{\epsilon}_p = \frac{1}{T_h - T_a} \int_{T_a}^{T_h} \epsilon_p(T) dT = 0.1741 \cdot 10^{-3} \text{ V/K}$$

- résistivités électriques moyennes :

$$\bar{\varrho}_{en} = \frac{1}{T_h - T_a} \int_{T_a}^{T_h} \varrho_{en}(T) dT = 1.4534 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ m}$$

$$\bar{\varrho}_{ep} = \frac{1}{T_h - T_a} \int_{T_a}^{T_h} \varrho_{ep}(T) dT = 2.0299 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ m}$$

- coefficients de conduction thermique moyens :

$$\bar{\lambda}_n = \frac{1}{T_h - T_a} \int_{T_a}^{T_h} \lambda_n(T) dT = 1.2355 \text{ W/(K m)}$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{1}{T_h - T_a} \int_{T_a}^{T_h} \lambda_p(T) dT = 1.0255 \text{ W/(K m)}$$

Le pouvoir thermoélectrique moyen est, conformément à la définition (15.95) :

$$\bar{\epsilon}_{pn} = \bar{\epsilon}_n - \bar{\epsilon}_p = -0.37 \cdot 10^{-3} \text{ V/K}$$

Efficacité

La tension aux bornes du générateur thermoélectrique est donnée, selon (15.118), par la relation :

$$U_r = \bar{\epsilon}_{pn}(T_h - T_a) - \bar{R}_{np}I = RI$$

L'intensité du courant est donc :

$$I = \frac{\bar{\epsilon}_{pn}(T_h - T_a)}{R + \bar{R}_{np}}$$

En remplaçant I dans la relation (15.122), nous obtenons l'efficacité du générateur thermoélectrique en fonction de r et du produit π :

$$\epsilon_m = \frac{T_h - T_a}{T_h} \frac{r}{1 + r - \frac{T_h - T_a}{2T_h} + \frac{(1 + r)^2 \pi}{\bar{\epsilon}_{pn}^2 T_h}}$$

L'efficacité est donc fonction des deux variables indépendantes r et π , cette dernière étant elle-même fonction de la géométrie du générateur.

Produit π et section F_{pe} optimale

La résistance électrique de la portion $n-p$ du circuit est :

$$\bar{R}_{np} = \frac{\bar{\varrho}_{en}L}{F_n} + \frac{\bar{\varrho}_{ep}L}{F_p}$$

Le coefficient de conduction thermique des éléments n et p est, selon (15.109) :

$$\bar{K} = \frac{\bar{\lambda}_n F_n + \bar{\lambda}_p F_p}{L}$$

En posant $f = F_p/F_n$, nous obtenons :

$$\pi = \bar{R}_{np}\bar{K} = \bar{\lambda}_n \bar{\varrho}_{en} + \bar{\lambda}_p \bar{\varrho}_{ep} + \frac{\bar{\lambda}_n \bar{\varrho}_{ep}}{f} + \bar{\lambda}_p \bar{\varrho}_{en} f$$

Selon la relation donnant l'efficacité ϵ_m en fonction de r et π (voir première question), l'efficacité maximale $\epsilon_{m\max}$ est calculée en minimisant le produit π et en annulant la dérivée de ϵ_m par rapport à r .

Le minimum de π est obtenu en annulant sa dérivée par rapport à f :

$$\frac{\partial \pi}{\partial f} = 0$$

ce qui fournit les valeurs optimales :

$$f_\epsilon = \frac{F_{p\epsilon}}{F_n} = \sqrt{\frac{\bar{\lambda}_n \bar{\varrho}_{ep}}{\bar{\lambda}_p \bar{\varrho}_{en}}} = 1.297$$

$$\pi_\epsilon = 0.7744 \cdot 10^{-4} \Omega W/K$$

La section de l'élément semi-conducteur p correspondant à l'efficacité maximale est donc :

$$F_{p\epsilon} = F_n f_\epsilon = 1.297 \text{ cm}^2 = 1.297 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Rapport r_ϵ

Le rapport des résistances électriques r_ϵ correspondant à l'efficacité maximale est calculé en annulant la dérivée de ϵ_m par rapport à r :

$$\frac{\partial \epsilon_m}{\partial r} = \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2}{\pi} \frac{T_h + T_a}{2} + 1 - r^2 = 0$$

ce qui fournit la valeur optimale :

$$r_\epsilon = \sqrt{1 + \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2}{\pi_\epsilon} \frac{T_h + T_a}{2}} = 1.355$$

Efficacité maximale

L'efficacité maximale $\epsilon_{m\max}$ est, selon la relation donnant l'efficacité ϵ_m (voir première question) :

$$\epsilon_{m\max} = \frac{T_h - T_a}{T_h} \frac{r_\epsilon}{1 + r_\epsilon - (T_h - T_a/2T_h) + ((1 + r_\epsilon)^2 \pi_\epsilon / (\bar{\epsilon}_{pn}^2 T_h))}$$

Le premier terme du second membre n'est autre que l'efficacité du cycle de Carnot fonctionnant entre les sources à températures T_a et T_h :

$$\Theta_h = \frac{T_h - T_a}{T_h} = 0.349 = 34.9 \%$$

L'expression de r_ϵ donne le rapport :

$$\frac{\pi_\epsilon}{\bar{\epsilon}_{pn}^2} = \frac{T_h + T_a}{2(r_\epsilon^2 - 1)}$$

L'efficacité maximale est donc finalement :

$$\epsilon_{m\max} = \Theta_c \frac{r_\epsilon - 1}{r_\epsilon + (T_a/T_h)} = 0.062 = 6.2 \%$$

Puissance électrique utile

La puissance électrique utile est, selon (15.115) et les résultats de la première question :

$$\dot{E}_e^- = U_r I = R I^2 = \frac{R}{(R + \bar{R}_{np})^2} \bar{\epsilon}_{pn}^2 (T_h - T_a)^2 = \frac{r}{(1 + r)^2} \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2 (T_h - T_a)^2}{\bar{R}_{np}}$$

La résistance électrique de la portion n - p du circuit correspondant à l'efficacité maximale est :

$$\bar{R}_{npe} = \frac{\bar{Q}_{en}L}{F_n} + \frac{\bar{Q}_{ep}L}{F_{pe}} = 3.0183 \cdot 10^{-3} \Omega$$

La puissance électrique utile correspondant à l'efficacité maximale est donc :

$$\dot{E}_{ee}^- = \frac{r_e}{(1+r_e)^2} \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2 (T_h - T_a)^2}{\bar{R}_{npe}} = 0.4431 \text{ W}$$

Puissance électrique utile maximale

La puissance électrique utile maximale $\dot{E}_{e\max}^-$ est calculée en annulant la dérivée de \dot{E}_e^- par rapport à r .

$$\frac{\partial \dot{E}_e^-}{\partial r} = 0$$

ce qui fournit la valeur optimale :

$$r_e = 1$$

La puissance maximale est donc :

$$\dot{E}_{e\max}^- = \frac{1}{4} \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2 (T_h - T_a)^2}{\bar{R}_{np}} = 0.4534 \text{ W}$$

L'efficacité correspondant à la puissance maximale est :

$$\epsilon_{me} = \frac{T_h - T_a}{T_h} \frac{r_e}{1 + r_e - \frac{T_h - T_a}{2T_h} + \frac{(1 + r_e)^2 \pi_e}{\bar{\epsilon}_{pn}^2 T_h}} = 0.06 = 6 \%$$

Rendement exergetique maximal

Le rendement exergetique maximal du générateur est, selon (15.124) :

$$\eta_{\max} = \frac{\epsilon_{m\max}}{\Theta_h} = 0.177 = 17.7 \%$$

Dans le cas d'un générateur réversible, nous aurions, selon (15.126) :

$$\eta^* = 1$$

15.D Module Thermoélectrique

Description

Il s'agit d'étudier le module thermoélectrique représenté par le schéma de la figure 15.9.

Ce module est constitué de N couples d'éléments semi-conducteurs de types n et p reliés par des plaques conductrices intermédiaires d et disposés en parallèle au point de vue thermique et en série du point de vue électrique. Il est traversé par un courant électrique I et joue le rôle d'une frigopompe thermoélectrique soutirant la puissance-chaleur \dot{Q}_f^+ à la chambre froide (source froide à température T_f) et donnant la puissance-chaleur \dot{Q}_a^- à l'atmosphère (source chaude à la température atmosphérique T_a).

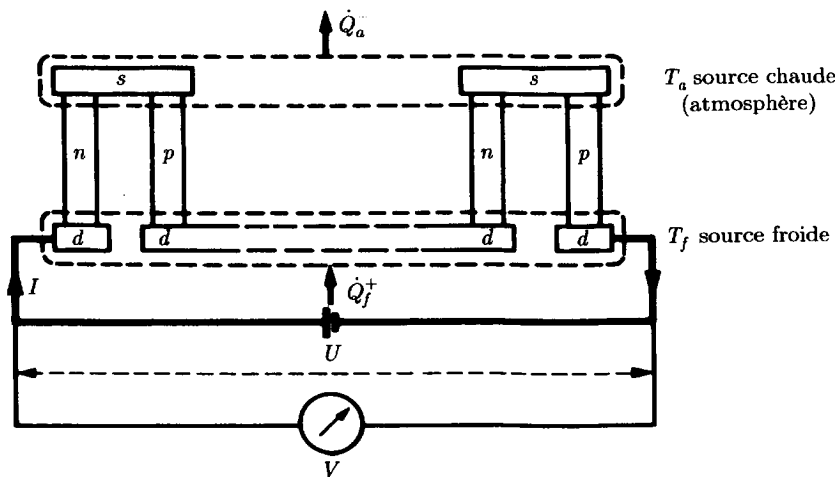


Fig. 15.9

Hypothèses

- L'effet Thomson est négligé.
- Les valeurs moyennes du pouvoir thermoélectrique, de la résistance électrique et du coefficient de transfert-chaleur par conduction sont les mêmes pour le domaine de fonctionnement considéré.

Données

- Température atmosphérique : $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$
- Température de la source froide : $\hat{T}_f = -20^\circ\text{C}$
- Différence de potentiel aux bornes du module : $U = 1.76\text{ V}$
- Relations approchées pour les caractéristiques d'un couple d'éléments semi-conducteurs n et p , valables entre -80 et 150°C :

Pouvoir thermoélectrique

• $\epsilon_{pn} = \sum_{i=1}^5 a_i T^{i-1}$ avec T en K et ϵ_{pn} en V/K

Coefficients des polynômes de ϵ_{pn}				
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$0.6218 \cdot 10^{-4}$	$0.8971 \cdot 10^{-6}$	$0.1066 \cdot 10^{-8}$	$0.3141 \cdot 10^{-11}$	$-0.1628 \cdot 10^{-13}$

Résistance électrique

• $R_{np} = \sum_{i=1}^5 b_i T^{i-1}$ avec T en K et R_{np} en Ω

Coefficients des polynômes de R_{np}				
b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
$0.9135 \cdot 10^{-2}$	$-0.3934 \cdot 10^{-4}$	$0.2754 \cdot 10^{-7}$	$0.8775 \cdot 10^{-9}$	$-0.1408 \cdot 10^{-11}$

Coefficients de transfert-chaleur par conduction

$$\bullet K_{np} = \sum_{i=1}^5 c_i T^{i-1} \text{ avec } T \text{ en K et } K_{np} \text{ en W/K}$$

Coefficients des polynômes de K_{np}				
c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
$-0.1871 \cdot 10^{-1}$	$0.4201 \cdot 10^{-3}$	$-0.2415 \cdot 10^{-5}$	$0.5588 \cdot 10^{-8}$	$-0.4292 \cdot 10^{-11}$

$$\bullet \text{ Nombre de couples d'éléments semi-conducteurs : } N = 31$$

Questions

- Etablir les expressions des puissances-chaleur \dot{Q}_f^+ extraite de la chambre froide et \dot{Q}_a^- cédée à l'atmosphère, en fonction de la température T_f de la source froide et du courant électrique I traversant le module.
- Etablir l'expression \dot{Q}_f^+ en fonction de T_f et de la différence du potentiel U aux bornes du module.
- Tracer dans un diagramme $\dot{Q}_f^+ - T_f$ la courbe représentant \dot{Q}_f^+ en fonction de T_f , pour la valeur de U donnée.
- Pour les valeurs de T_f et de U données, calculer \dot{Q}_f^- , \dot{Q}_a^- et I . Situer ce point de fonctionnement (point I) sur la courbe précédente.
- Etablir l'expression de la puissance-chaleur maximale $\dot{Q}_{f \max}^+$ qu'il serait possible d'extraire de la chambre froide, en fonction de T_f , et déterminer la différence de potentiel optimale U_{opt} correspondante. Tracer la courbe correspondante dans le diagramme $\dot{Q}_f^+ - T_f$.
- Pour la valeur de T_f donnée, calculer $\dot{Q}_{f \max}^+$ et le courant optimal I_{opt} correspondant. Situer ce point de fonctionnement (point II) sur la courbe précédente.
- Déterminer la température minimale $T_{f \min}$ de la source froide qu'il serait possible d'atteindre, ainsi que la valeur de I_{opt} correspondante. Situer ce point de fonctionnement (point III) dans le diagramme $\dot{Q}_f^+ - T_f$.
- Pour les points de fonctionnement I, II et III, calculer l'efficacité de réfrigération et le rendement exergetique.

Solution**Calculs préliminaires**

Les valeurs moyennes des caractéristiques d'un couple $n - p$ sont obtenues à partir des relations approchées figurant dans les données :

- pouvoir thermoélectrique moyen :

$$\bar{\epsilon}_{pn} = \frac{1}{T_a - T_f} \int_{T_f}^{T_a} \epsilon_{pn}(T) dT = 0.3511 \cdot 10^{-3} \text{ V/K}$$

- résistance électrique moyenne :

$$\bar{R}_{np} = \frac{1}{T_a - T_f} \int_{T_f}^{T_a} R_{np}(T) dT = 0.9933 \cdot 10^{-2} \Omega$$

- coefficient moyen de transfert-chaueur par conduction :

$$\bar{K}_{np} = \frac{1}{T_a - T_f} \int_{T_f}^{T_a} K_{np}(T) dT = 0.5859 \cdot 10^{-2} \text{ W/K}$$

Ces valeurs moyennes seront maintenues constantes pour tout le domaine de fonctionnement considéré (deuxième hypothèse).

Puissances-chaueur \dot{Q}_f^+ et \dot{Q}_a^- en fonction de T_f et de I

Les puissances-chaueur \dot{Q}_f^+ extraite de la chambre froide et \dot{Q}_a^- cédée à l'atmosphère sont respectivement, selon (15.127), compte tenu des effets Peltier et Joule, ainsi que du phénomène de conduction (l'effet Thomson étant négligé selon la première hypothèse) :

$$\begin{aligned}\dot{Q}_f^+ &= N \left(\bar{\epsilon}_{pn} T_f I - \frac{1}{2} \bar{R}_{np} I^2 - \bar{K}_{np} (T_a - T_f) \right) \\ \dot{Q}_a^- &= N \left(\bar{\epsilon}_{pn} T_a I + \frac{1}{2} \bar{R}_{np} I^2 - \bar{K}_{np} (T_a - T_f) \right)\end{aligned}$$

Puissance-chaueur \dot{Q}_f^+ en fonction de T_f et de U

La différence de potentiel aux bornes du module est, selon (15.127) :

$$U = N(\bar{\epsilon}_{pn}(T_a - T_f) + \bar{R}_{np} I)$$

Le courant électrique traversant le module est donc :

$$I = \frac{1}{\bar{R}_{np}} \left(\frac{U}{N} - \bar{\epsilon}_{pn}(T_a - T_f) \right)$$

En portant cette relation dans l'expression de $\dot{Q}_f^+(T_f, I)$, nous obtenons la puissance-chaueur :

$$\dot{Q}_f^+ = \frac{N}{2} \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2}{\bar{R}_{np}} T_f^2 + N \bar{K}_{np} T_f - \left(\frac{U^2}{2N\bar{R}_{np}} - \frac{U\bar{\epsilon}_{pn}T_a}{\bar{R}_{np}} + \frac{N\bar{\epsilon}_{pn}^2 T_a^2}{2\bar{R}_{np}} + N\bar{K}_{np} T_a \right)$$

Diagramme $\dot{Q}_f^+ - T_f$

Pour la valeur de U donnée, l'expression de \dot{Q}_f^+ se traduit dans un diagramme $\dot{Q}_f^+ - T_f$ par une branche de parabole (fig. 15.10).

Point I de fonctionnement

Pour les valeurs de T_f et U données, les relations précédentes conduisent aux valeurs :

$$\dot{Q}_{fI}^+ = 6.31 \text{ W} \quad \dot{Q}_{aI}^- = 15.12 \text{ W}$$

$$I_I = 5 \text{ A}$$

Le point I de fonctionnement est situé sur la courbe $\dot{Q}_f^+(T_f)$ tracée dans la figure 15.10.

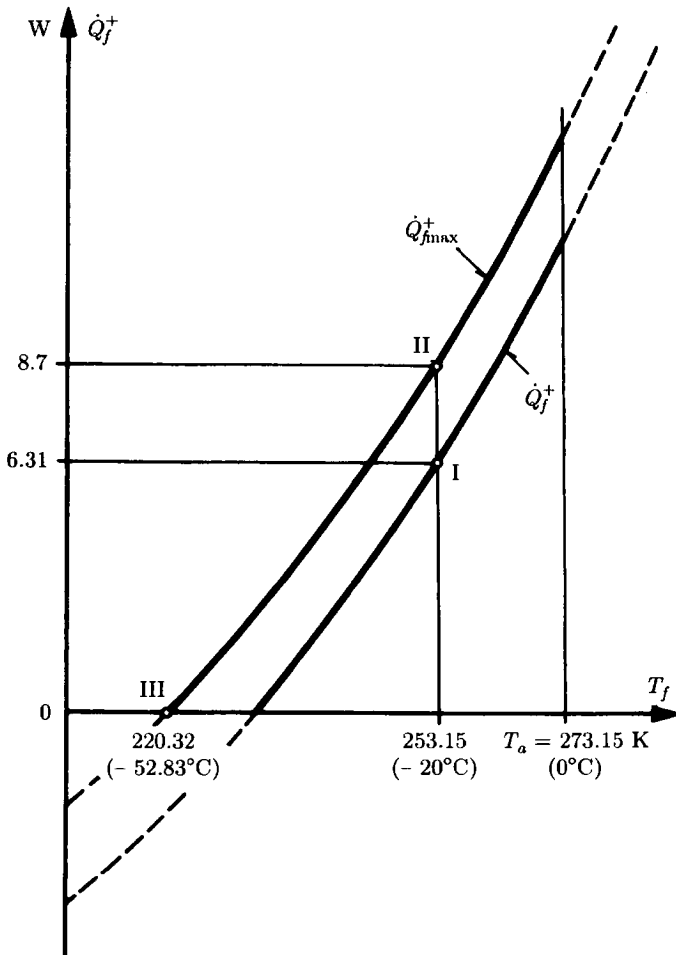


Fig. 15.10

**Puissance-chaleur maximale,
différence de potentiel optimale et courbe $\dot{Q}_f^+_{\max}(T_f)$**

La puissance-chaleur maximale qu'il serait possible d'extraire de la chambre froide est obtenue en posant :

$$\frac{\partial \dot{Q}_f^+}{\partial U} = 0$$

ce qui donne la relation :

$$U_{\text{opt}} - N\bar{\epsilon}_{pn}T_a = 0$$

La différence de potentiel correspondante est donc :

$$U_{\text{opt}} = N\bar{\epsilon}_{pn}T_a = 2.97 \text{ V}$$

En portant cette relation dans l'expression de $\dot{Q}_f^+(T_f, U)$, nous obtenons la puissance-chaleur maximale :

$$\dot{Q}_f^+_{\max} = \frac{N}{2} \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2}{\bar{R}_{np}} T_f^2 + N\bar{K}_{np}T_f - N\bar{K}_{np}T_a$$

Remarquons que cette expression est indépendante de U . Elle se traduit dans le diagramme $\dot{Q}_f^+ - T_f$ par une branche de parabole pouvant être déduite de la première par une translation verticale (fig. 15.10).

Point II de fonctionnement

Pour la valeur de T_f , l'expression de \dot{Q}_f^+ conduit à la puissance-chaleur maximale :

$$\dot{Q}_f^+ = 8.7 \text{ W}$$

Le courant optimal correspondant est, compte tenu des relations précédentes :

$$I_{\text{opt II}} = \frac{1}{R_{np}} \left(\frac{U_{\text{opt}}}{N} - \bar{\epsilon}_{pn}(T_a - T_f) \right) = \frac{\bar{\epsilon}_{pn} T_f}{R_{np}} = 8.95 \text{ A}$$

Remarquons que ce courant ne dépend pas de la différence de potentiel U aux bornes du module, mais seulement de la température T_f de la source froide. Le point II de fonctionnement est situé sur la courbe $\dot{Q}_f^+_{\text{max}}(T_f)$ tracée dans la figure 15.10.

Température minimale de la source froide (point III de fonctionnement)

L'expression $\dot{Q}_f^+_{\text{max}}(T_f)$ peut être mise sous la forme :

$$\frac{1}{2} \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2}{R_{np} \bar{K}_{np}} T_f^2 + T_f - \left(T_a + \frac{\dot{Q}_f^+_{\text{max}}}{N \bar{K}_{np}} \right) = 0$$

On appelle figure de Merit l'expression :

$$Z \equiv \frac{\bar{\epsilon}_{pn}^2}{R_{np} \bar{K}_{np}} = 0.00212 \text{ K}^{-1}$$

La résolution de l'équation précédente, qui est du deuxième degré en T_f , donne la température de la source froide :

$$T_f = \frac{\sqrt{1 + 2Z \left(T_a + \frac{\dot{Q}_f^+_{\text{max}}}{N \bar{K}_{np}} \right)} - 1}{Z}$$

Nous constatons que T_f prend une valeur minimale pour $\dot{Q}_f^+_{\text{max}} = 0$.

La température minimale de la source froide qu'il serait possible d'atteindre est finalement :

$$T_{f \text{ min}} = \frac{\sqrt{1 + 2Z T_a} - 1}{Z} = 221.28 \text{ K} \quad \hat{T}_{f \text{ min}} = -51.87^\circ \text{C}$$

Le courant électrique optimal correspondant est :

$$I_{\text{opt III}} = \frac{\bar{\epsilon}_{pn} T_{f \text{ min}}}{R_{np}} = 7.8 \text{ A}$$

Le point III de fonctionnement est situé à l'intersection de la courbe $\dot{Q}_f^+_{\text{max}}(T_f)$ et de l'axe de la température T_f (fig. 15.10).

Efficacité de réfrigération et rendement exergetique

L'efficacité de réfrigération est, selon (15.131) :

$$\epsilon_f \equiv \frac{\dot{Q}_f^+}{\dot{E}_e^+} = \frac{\dot{Q}_f^+}{UI}$$

Nous obtenons, pour les trois points de fonctionnement considérés, les valeurs :

$$\epsilon_{fI} = \frac{\dot{Q}_f^+}{UI} = 0.715 = 71.5 \%$$

$$\epsilon_{fII} = \frac{\dot{Q}_{f\max}^+}{U_{\text{opt}} I_{\text{opt II}}} = 0.327 = 32.7 \%$$

$$\epsilon_{fIII} = 0$$

Le rendement exergetique est, selon (15.133) :

$$\eta \equiv \frac{\dot{E}_{qf}^-}{\dot{E}_e^+} = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \epsilon_f$$

Nous obtenons, pour les trois points de fonctionnement considérés, les valeurs :

$$\eta_I = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \epsilon_{fI} = 0.057 = 5.7 \%$$

$$\eta_{II} = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \epsilon_{fII} = 0.026 = 2.6 \%$$

$$\eta_{III} = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \epsilon_{fIII} = 0$$

15.E Thermopompe thermoélectrique**Description**

Considérons la thermopompe thermoélectrique, faisant l'objet du paragraphe 15.6.2, et représentée dans la figure 15.7 (vol. I).

Données

- Température de la source chaude : $\hat{T}_h = 50^\circ\text{C}$
- Température de la source froide : $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$
- Intensité du courant électrique : $I = 9 \text{ A}$
- Pouvoir thermoélectrique moyen : $\bar{\epsilon}_{pn} = 0.0119 \text{ V/K}$
- Résistance électrique de la portion : $R_{np} = 0.3909 \Omega$
- Coefficient de transfert-chaleur par conduction global : $K = 0.1942 \text{ W/K}$

Question

- Calculer l'efficacité ϵ_h de la thermopompe.

Réponse

- $\epsilon_h = 1.279 = 127.9 \%$

THERMODYNAMIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

LUCIEN BOREL • DANIEL FAVRAT
DINH LAN NGUYEN • MAGDI BATATO

L'objectif de cet ouvrage est d'illustrer les concepts de base de la thermodynamique phénoménologique et de passer de la théorie à la pratique en traitant des problèmes de plus en plus concrets, dans le domaine de la thermique et des systèmes énergétiques.

De nombreux sujets y sont traités sous l'angle énergétique et exergetique: calorimètre, évaporateur, condenseur, débitmètre, tuyère sub- ou supersonique, éjecteur, compresseur, pompe, turbine, combustion, chaudière, tour de refroidissement, moteur thermique, turboréacteur, cheminée, centrales thermiques, pompe à chaleur, climatisation, générateur thermoélectrique, stock d'énergie, etc.

Cet ouvrage constitue un instrument de travail précieux pour l'enseignant, l'étudiant et l'ingénieur.

Lucien Borel a obtenu son diplôme d'ingénieur mécanicien de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL) en 1950. Puis il a exercé une activité dans l'industrie suisse jusqu'à sa nomination en tant que professeur de thermodynamique et de machines thermiques à l'EPFL en 1954. Il y a dirigé le Laboratoire de Thermodynamique et d'énergétique et effectué de nombreuses études dans le domaine de la thermodynamique, des turbomachines et de l'énergie. Il a été professeur honoraire de 1988 à son décès à Lausanne, le 26 septembre 2007.



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Daniel Favrat est ingénieur mécanicien diplômé (1972) et Dr es sciences (1976) de l'EPFL. Après 12 années passées dans des centres de recherche industriels au Canada et en Suisse, il est nommé professeur et directeur du Laboratoire d'énergétique industrielle de l'EPFL en 1988. Il y a aussi dirigé l'Institut des sciences de l'énergie de 2001 à 2007 et y dirige actuellement l'Institut de génie mécanique. Son enseignement et ses recherches portent sur la thermodynamique, les analyses systémiques environnementales (énergétique, économique et environnement) et la conception d'équipements avancés en vue d'une utilisation plus rationnelle de l'énergie. Il est membre de l'Académie suisse des sciences techniques et vice-président du comité énergie de la Fédération mondiale des organisations d'ingénieurs.

Dinh Lan Nguyen est ingénieur mécanicien diplômé (1971) et Dr es sciences (1982) de l'EPFL. Il a aussi une licence en sciences économiques de l'Université de Lausanne (1973) et exerce ses activités d'ingénierie et de management en Suisse.

Magdi Batato est ingénieur mécanicien diplômé (1982) et Dr es sciences (1989) de l'EPFL. Ses activités d'ingénierie et de management l'ont conduit de Suisse au Moyen-Orient et en Asie où il travaille actuellement dans le cadre de Nestlé.

ISBN 978-2-88074-706-0



9 782880 747060 >