

Contrôle de thermodynamique II  
Durée : 1h30

Exercice 1 : (8 pts)

On considère une mole d'un gaz parfait contenu dans un cylindre vertical calorifugé comportant un piston calorifugé de section  $S = 100 \text{ cm}^2$  en contact avec l'air ambiant de pression  $P_0$ . Initialement, le piston est libre et le gaz est en équilibre à  $T_0 = 300 \text{ K}$ . On donne  $R = 8,314 \text{ J/K.mol}$ ,  $\gamma = 1,4$  et  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

On pose sur le piston une masse  $M = 204 \text{ Kg}$  qui comprime brutalement le gaz. On laisse le système évoluer. On considère que le gaz a d'abord subi une compression adiabatique brutale suivie d'un refroidissement monotherme au contact avec l'air extérieur de température  $T_0$ .

$(P_0, T_0, V_0) \xrightarrow{\text{compression adiabatique rapide}} (P_1, T_1, V_1) \xrightarrow{\text{refroidissement monotherme}} (P_2, T_2, V_2)$

- ② 1) Calculer  $P_1$ ,  $T_1$  et  $V_1$ . En déduire la variation d'entropie totale  $\Delta S_{0 \rightarrow 1}$ .  
2) Calculer  $T_2$  et  $V_2$ . Calculer  $\Delta S_{1 \rightarrow 2}$  ainsi que l'entropie d'échange :  $S_{e1 \rightarrow 2}$ .  
3) En déduire l'entropie de création interne :  $S_{i0 \rightarrow 2}$ .

Exercice 2 : Etude d'un climatiseur (12 pts)

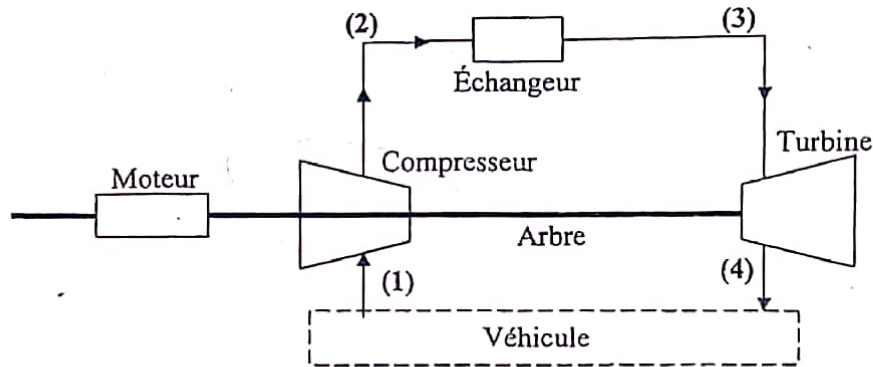
- I) On considère l'écoulement d'un fluide dans un système ouvert (compresseur, turbine, échangeur de chaleur, ...). Dans ce système ouvert, le fluide reçoit algébriquement de l'extérieur un travail mécanique  $W'$  et une quantité de chaleur  $Q$ .
- a) Donner l'expression, dans le cas général, du premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert. Que devient cette expression quand on se place en régime permanent ?
- b) Réécrire cette expression pour une quantité de matière  $m = 1 \text{ kg}$ . En déduire également l'expression du 1<sup>er</sup> principe des systèmes ouverts en fonction des puissances et du débit massique  $D_m$ . Que deviennent ces expressions dans le cas où on néglige toute variation d'énergie potentielle gravitationnelle et d'énergie cinétique ?

On utilisera ces expressions dans la suite de l'exercice.

- II) On désire maintenir une température constante  $t_1 = 17^\circ\text{C}$  dans un véhicule grâce au climatiseur schématisé ci-après.

L'air extérieur est à la température uniforme  $t_0 = 32^\circ\text{C}$ . L'installation qui fonctionne en régime permanent, comprend :

- $w < 0$
- un compresseur (entraîné par un moteur) qui aspire l'air du véhicule dans l'état 1 ( $P_1=1\text{ bar}$  ;  $t_1=17^\circ\text{C}$ ) avec un débit massique  $D_m=0,30\text{ Kg/s}$  et le comprime par voie adiabatique réversible jusqu'à l'état 2 ( $P_2=1,8\text{ bar}$ ,  $T_2$ ).
  - Un échangeur où l'air qui sort du compresseur subit un refroidissement isobare en cédant de la chaleur à l'air extérieur ; à la sortie de cet échangeur, l'air est dans l'état 3 : ( $P_3$ ,  $T_3$ )
  - Une turbine où l'air subit une détente adiabatique lente avant d'être éjecté dans le véhicule dans l'état 4 : ( $P_4=1\text{ bar}$  ;  $t_4=-4^\circ\text{C}$ )



On donne pour l'air (supposé parfait) : masse molaire  $M=29\text{ g}$  et  $\gamma=7/5$ .

3. 1. Représenter dans le diagramme de Clapeyron les évolutions (1→4) de l'air. Calculer les températures de l'air à l'entrée et la sortie de l'échangeur ( $T_2$  et  $T_3$ ).
2. Calculer la puissance thermique  $P_{th}$  échangée dans l'échangeur (2→3).
3. Calculer :
  - a) la puissance mécanique  $P_C$  absorbée par le compresseur.
  - b) La puissance mécanique  $P_T$  produite par la turbine.
  - c) La puissance mécanique  $P_M$  fournie par le moteur, si on admet que la puissance mécanique fournie par la turbine est intégralement récupérée sur l'arbre moteur du compresseur.
  - d) En déduire l'efficacité  $e$  de cette installation si l'on désire assurer une puissance de climatisation de  $6,3\text{ kW}$ .

$P_{clim} = 6300$

$CP = M \cdot CP_m = Q_m$

$2 \times 16$

Handwritten scribbles and marks.

## Solution du Contrôle thermo II : 2013/14

### Exercice 1 :

1) La pression  $P_1$  du gaz est égale à la pression extérieure dans l'état d'équilibre final. Dans cet état, le gaz est soumis à l'action de la pression atmosphérique et au poids de la masse  $M$ , ainsi :

$$P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S} = 10^5 + \frac{204 \cdot 9,81}{100 \cdot 10^{-4}} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

La transformation  $(P_0, V_0, T_0) \rightarrow (P_1, V_1, T_1)$  est brutale (et rapide) ; elle n'est donc pas réversible : on ne doit pas utiliser les lois de Laplace.

La seule relation qui reste possible : c'est le 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique.  $\Delta U = W + Q$  ;  
adiabatique :  $Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W$  ;

Le gaz est parfait : loi de Joule ( $n = 1 \text{ mole}$ ) ;  $\Delta U = C_{v,m} (T_1 - T_0) = \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_0)$

Le travail échangé s'écrit :  $W = -P_{\text{ext}} \int_{V_0}^{V_1} dV = -P_1 (V_1 - V_0)$

$$\Rightarrow \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) = -P_1 (V_1 - V_0) = -P_1 \left( \frac{RT_1}{P_1} - \frac{RT_0}{P_0} \right) = -R \left( T_1 - \frac{P_1}{P_0} T_0 \right)$$

$$T_1 = T_0 \left( \frac{1}{\gamma} + \frac{P_1}{P_0} \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \right) = 471 \text{ K} ; P_1 V_1 = RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{RT_1}{P_1} = 13,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

L'expression de la variation de l'entropie totale s'écrit :

$$\Delta S_{0 \rightarrow 1} = \frac{R\gamma}{(\gamma - 1)} \ln \frac{T_1}{T_0} - R \ln \frac{P_1}{P_0} \text{ ou } \Delta S_{0 \rightarrow 1} = \frac{R}{(\gamma - 1)} \ln \frac{T_1}{T_0} + R \ln \frac{V_1}{V_0} ; \Delta S_{0 \rightarrow 1} \approx 4 \text{ J/K}$$

2) La transformation  $(P_1, V_1, T_1) \rightarrow (P_1, V_2, T_2)$  est monotherme en contact avec l'extérieur : la température finale sera donc égale à celle de l'extérieur  $T_0$ .  $\Rightarrow T_2 = T_0$

$$P_1 V_2 = RT_2 \Rightarrow V_2 = \frac{RT_0}{P_1} = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{R\gamma}{(\gamma - 1)} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{R\gamma}{(\gamma - 1)} \ln \frac{T_0}{T_1} = -13,13 \text{ J/K}$$

L'entropie échangée au cours de cette transformation rapide s'écrit : l'atmosphère joue le rôle de

source de chaleur :  $T = T_0$  ;  $\delta S_{e_{1 \rightarrow 2}} = \frac{\delta Q}{T_0} \Rightarrow S_{e_{1 \rightarrow 2}} = \frac{Q}{T_0}$

La pression reste constante :  $Q = \Delta H = C_{p,m} (T_2 - T_1) = \frac{R\gamma}{(\gamma - 1)} (T_0 - T_1)$

$$S_{e_{1 \rightarrow 2}} = \frac{Q}{T_0} = \frac{R\gamma}{(\gamma - 1)} \left( 1 - \frac{T_1}{T_0} \right) = -16,59 \text{ J/K}$$

$$3) dS_{0 \rightarrow 2} = dS_{0 \rightarrow 1} + dS_{1 \rightarrow 2} = (\delta S_{e_{0 \rightarrow 1}} + \delta S_{i_{0 \rightarrow 1}}) + (\delta S_{e_{1 \rightarrow 2}} + \delta S_{i_{1 \rightarrow 2}}) = \delta S_{e_{1 \rightarrow 2}} + (\delta S_{i_{0 \rightarrow 1}} + \delta S_{i_{1 \rightarrow 2}})$$

Que l'on peut écrire sous la forme :  $\Delta S_{0 \rightarrow 2} = \Delta S_{0 \rightarrow 1} + \Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_{e_{1 \rightarrow 2}} + S_{i_{0 \rightarrow 2}}$

$$\text{D'où : } S_{i_{0 \rightarrow 2}} = \Delta S_{0 \rightarrow 1} + \Delta S_{1 \rightarrow 2} - S_{e_{1 \rightarrow 2}} \Rightarrow S_{i_{0 \rightarrow 2}} = 7,46 \text{ J/K}$$



**Exercice 2 :** (les grandeurs en minuscule désignent des quantités massiques  $m = 1 \text{ kg}$ ).

1) a) L'expression du premier principe des systèmes ouverts s'écrit :

$$d\varepsilon = \delta W' + \delta Q + \left[ (e_c + e_{p,ext} + h) \delta m \right]_s^e$$

Le régime étant stationnaire :  $\varepsilon = \text{cte}$  et  $d\varepsilon = 0$ .

$$\text{D'où : } \delta W' + \delta Q + \left[ (e_c + e_{p,ext} + h) \delta m \right]_s^e = 0 \quad (1)$$

b) Pour une quantité massique unité :  $m = 1 \text{ kg}$  ; il suffit de diviser l'expression précédente (1) par  $\delta m$  ; ainsi :

$$\div \delta m : \left( \delta W' / \delta m \right) + \left( \delta Q / \delta m \right) + \left[ (e_c + e_{p,ext} + h) \right]_s^e = 0 \Rightarrow w' + q = \left[ (e_c + e_{p,ext} + h) \right]_s^e$$

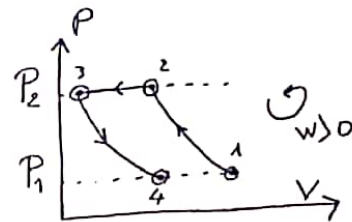
Lorsqu'on divise l'expression (1) par  $dt$ , on obtient :

$$P_u' + P_{th} + \left[ D_m (e_c + e_{p,ext} + h) \right]_s^e = 0$$

Dans le cas où on néglige toute variation d'énergie potentielle gravitationnelle et d'énergie cinétique, les deux dernières expressions deviennent :

$$w' + q = h_s - h_e = \Delta h \quad (2) \text{ et}$$

$$P_u' + P_{th} = D_m (h_s - h_e) = D_m \Delta h \quad (3)$$



## II) Climatiseur :

1) La compression étant adiabatique réversible :

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \Rightarrow T_2 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = (17 + 273) \left( \frac{10^5}{1,8 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow \boxed{T_2 = 343 \text{ K}}$$

La détente dans la turbine est adiabatique lente :

$$P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma = P_4^{1-\gamma} T_4^\gamma \Rightarrow T_3 = T_4 \left( \frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = (-4 + 273) \left( \frac{10^5}{1,8 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow \boxed{T_3 = 318 \text{ K}}$$

2) Dans l'échangeur (2→3), il n'y a pas de pièces mobiles ; pas de travail ni de puissance utile :  $w_u = 0 \Rightarrow P_u = 0$

On utilise la relation (3) :

$$P_u' + P_{th} = D_m (h_s - h_e) = D_m \Delta h \Rightarrow P_{th} = D_m (h_3 - h_2)$$

Le gaz est parfait :

$$h_3 - h_2 = c_p (T_3 - T_2) = (C_{pM} / M) (T_3 - T_2) = (\gamma R / M (\gamma - 1)) (T_3 - T_2)$$

$$\text{D'où : } P_{th} = D_m (\gamma R / M (\gamma - 1)) (T_3 - T_2) = -7526 \text{ W}$$

3) a) La compression (1→2) étant adiabatique :  $P_{th} = 0$  ; l'expression (3) s'écrit dans ce

$$\text{cas : } P_C = D_m (h_2 - h_1) = D_m (\gamma R / M (\gamma - 1)) (T_2 - T_1) \Rightarrow \boxed{P_C = 15954 \text{ W}}$$

b) Le même raisonnement appliqué à la turbine (3→4) donne :

$$P_T = D_m (h_4 - h_3) = D_m (\gamma R / M (\gamma - 1)) (T_4 - T_3) \Rightarrow \boxed{P_T = -14750 \text{ W}}$$

- a) e) Dans le texte, il y a deux indications : « un compresseur (entraîné par un moteur) » et « on admet que la puissance mécanique fournie par la turbine est intégralement récupérée sur l'arbre moteur du compresseur ».

Ces deux indications signifient que le compresseur reçoit du travail et donc de la puissance de la turbine et du moteur. Par conséquent, la puissance absorbée par le compresseur doit être égale à la somme des puissances fournies par la turbine et le

moteur.  $|P_C| = |P_M| + |P_T|$  ;  $|P_M| = P_C - |P_T| \Rightarrow \boxed{|P_M| = 1204 \text{ W}}$

- d) Il s'agit d'un climatiseur ; c'est une machine réceptrice : l'effet utile a lieu durant la transformation (4→1).

Par conséquent, son efficacité est égale à :  $e = \frac{P_{\text{clima}}}{P_{\text{moteur}}} = \frac{6300}{1204} \Rightarrow \boxed{e = 5,24}$